RESUMEN DE LA TEORÍA

Derivada en un punto:

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Función derivada:

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Principales derivadas:

$f(x)=k$	$f'(x)=0$
$f(x)=x$	$f'(x)=1$
$f(x)=x^n$	$f'(x)=n\cdot x^{n-1}$
$f(x)=e^x$	$f'(x)=e^x$
$f(x)=a^x$	$f'(x)=a^x\cdot\ln a$
$f(x)=\ln x$	$f'(x)=\frac{1}{x}$
$f(x)=\log_a x$	$f'(x)=\frac{1}{x}\cdot\log_a e=\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln a}$
$f(x)=\text{sen } x$	$f'(x)=\cos x$
$f(x)=\cos x$	$f'(x)=-\text{sen } x$
$f(x)=\text{tg } x$	$f'(x)=\frac{1}{\cos^2 x}=\text{tg}^2\, x+1$
$f(x)=\text{arcsen } x$	$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)=\arccos x$	$f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)=\text{arctg } x$	$f'(x)=\frac{1}{x^2+1}$

Propiedades:

$$(f\pm g)'(x)=f'(x)\pm g'(x)$$

$$(k\cdot f)(x)=k\cdot f'(x)$$

$$(f\cdot g)'(x)=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x)=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$(f\circ g)'(x)=(f'\circ g)(x)\cdot g'(x)$$

A esta última propiedad se le conoce cono regla de la cadena

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

Ejercicio 1:
Calcula aplicando la definición de derivada f'(2), siendo f(x) = $3x^2$

Solución:

En este caso la fórmula es: $f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$

Como:

$f(2+h)=3\cdot(2+h)^2=3\cdot(4+4h+h^2)=12+12h+3h^2$

$f(2)=3\cdot 2^2=3\cdot 4=12$

Por tanto:

$$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(12+12h+3h^2)-12}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{12h+3h^2}{h}=\lim_{h\to 0}12+3h=12+3\cdot 0=12$$

Ejercicio 2:
Calcula aplicando la definición de derivada f'(3), siendo f(x) = $\sqrt{x+1}$

Solución:

En este caso la fórmula es: $f'(3)=\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$

Como:

$f(3+h)=\sqrt{3+h+1}=\sqrt{4+h}$

$f(3)=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$

Por tanto:

$$f'(3)=\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{4+h}-2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(\sqrt{4+h}-2)\cdot(\sqrt{4+h}+2)}{h\cdot(\sqrt{4+h}+2)}=\lim_{h\to 0}\frac{4+h-4}{h\cdot(\sqrt{4+h}+2)}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h\cdot(\sqrt{4+h}+2)}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{4+h}+2}=\frac{1}{\sqrt{4+0}+2}=\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$$

Ejercicio 3:
Calcula aplicando la definición de derivada f'(1), siendo f(x) = $\frac{1}{x}$

Solución:

En este caso la fórmula es: $f'(1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$

Como:

$f(1+h)=\frac{1}{1+h}$

$f(1)=\frac{1}{1}=1$

Por tanto:

$$f'(1)=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{1+h}-1}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{1+h}-\frac{1+h}{1+h}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{-h}{1+h}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-h}{h\cdot(1+h)}=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{1+h}=\frac{-1}{1+0}=-1$$

Ejercicio 4:

Calcular, aplicando la definición, la función derivada de f(x) = x^3

Solución:

Como:

$$f(x+h)=(x+h)^3=x^3+3x^2h+3xh^2+h^3$$

Por tanto:

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3-x^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{3x^2h+3xh^2+h^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h\left(3x^2+3xh+h^2\right)}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\left(3x^2+3xh+h^2\right)=3x^2+3x\cdot 0+0^2=3x^2$$

Ejercicio 5:

Calcular, aplicando la definición, la función derivada de f(x) = x^2 + 5x

Solución:

Como:

$$f(x+h)=(x+h)^2+5(x+h)=x^2+2xh+h^2+5x+5h$$

Por tanto:

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{x^2+2xh+h^2+5x+5h-\left(x^2+5x\right)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{x^2+2xh+h^2+5x+5h-x^2-5x}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{2xh+h^2+5h}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h(2x+h+5)}{h}=\lim_{h\to 0}(2x+h+5)=2x+0+5=2x+5$$

Ejercicio 6:

Comprueba, aplicando la definición, que si f(x) = ln x, entonces f'(x) = $\frac{1}{x}$

Solución:

Como:

$$f(x+h)=\ln(x+h)$$

Por tanto:

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\ln(x+h)-\ln x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\ln\frac{x+h}{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}{h}=\lim_{h\to 0}\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)^{-h}=$$

$$=\ln\lim_{h\to 0}\left(1+\frac{h}{x}\right)^{-h}$$

Ahora bien:

$$\lim_{h\to 0}\left(1+\frac{h}{x}\right)^{-h}=e^{\frac{1}{x}}$$

Luego:

$$f'(x)=\ln\lim_{h\to 0}\left(1+\frac{h}{x}\right)^{-h}=\ln e^{\frac{1}{x}}=\frac{1}{x}$$

Calcular la derivada de las siguientes funciones:

$f(x) = x^5$

$f'(x) = 5x^4$

$f(x) = 11$

$f'(x) = 0$

$f(x) = \sqrt{x}$

Como $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f(x) = \frac{1}{x}$

Como $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} \Rightarrow f'(x) = -1x^{-2} = \frac{-1}{x^2}$

$f(x) = 5x^3$

$f'(x) = 5 \cdot 3x^2 = 15x^2$

$f(x) = \frac{1}{x^4}$

Como $f(x) = \frac{1}{x^4} = x^{-4} \Rightarrow f'(x) = -4x^{-5} = \frac{-4}{x^5}$

$f(x) = \sqrt[4]{x}$

Como $f(x) = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{4}x^{\frac{-3}{4}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$

$f(x) = \sqrt[5]{x^3}$

Como $f(x) = \sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{-2}{5}} = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$

$f(x) = 2x^3 - 5x$

$f'(x) = 2 \cdot 3x^2 - 5 \cdot 1 = 6x^2 - 5$

$f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x$

$f'(x) = 5x^4 - 3 \cdot 4x^3 + 2 \cdot 1 = 5x^4 - 12x^3 + 2$

$f(x) = 5x + \frac{1}{x}$

$f'(x) = 5 \cdot 1 + (-1)x^{-2} = 5 - \frac{1}{x^2}$

$$f(x)=\sqrt{x}+2x^4$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+8x^3$$

$$f(x)=x^7+x^{-7}$$

$$f'(x)=7x^6-7x^{-8}$$

$$f(x)=2x^4-\frac{7}{x^3}$$

$$f'(x)=2\cdot 4x^3-7(-3)x^{-4}=8x^3+\frac{21}{x^4}$$

$$f(x)=\sqrt{10}+3x^7$$

$$f'(x)=0+3\cdot 7x^6=21x^6$$

$$f(x)=5x^6-3\sqrt{x}+2\sqrt[3]{x^2}$$

$$f'(x)=30x^5-\frac{3}{2\sqrt{x}}+\frac{4}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$f(x)=\sqrt{x\sqrt{x}}$$

Como $f(x)=\sqrt{x\sqrt{x}}=\sqrt{\sqrt{x^2x}}=\sqrt[4]{x^3}=x^{\frac{3}{4}}\Rightarrow f'(x)=\frac{3}{4}x^{\frac{-1}{4}}=\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

Calcular la derivada de las siguientes funciones utilizando las reglas del producto y la división:

$$f(x)=x^3\cdot\sqrt{x}$$

$$f'(x)=3x^2\cdot\sqrt{x}+x^3\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=3x^2\cdot\sqrt{x}+\frac{x^3}{2\sqrt{x}}=\frac{3x^2\cdot 2x+x^3}{2\sqrt{x}}=\frac{6x^3+x^3}{2\sqrt{x}}=\frac{7x^3}{2\sqrt{x}}=\frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}}=\frac{7}{2}\sqrt{x^5}$$

NOTA: Esta derivada y todas los del producto se pueden hacer también operando primero la función (pero el problema nos pide utilizar la fórmula del producto): $f(x)=x^3\cdot\sqrt{x}=x^3\cdot x^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{7}{2}}\Rightarrow f'(x)=\frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}}=\frac{7}{2}\sqrt{x^5}$

$$f(x)=x\cdot\sqrt[5]{x^3}$$

$$f'(x)=1\cdot\sqrt[5]{x^3}+x\cdot\frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}=\sqrt[5]{x^3}+\frac{3x}{5\sqrt[5]{x^2}}$$

$$f(x)=x^2\cdot(3x-2)$$

$$f'(x)=2x\cdot(3x-2)+x^2\cdot 3=6x^2-4x+3x^2=9x^2-4x$$

$$f(x)=\left(x^2+2x\right)\cdot\sqrt{x}$$

$$f'(x)=(2x+2)\cdot\sqrt{x}+\left(x^2+2x\right)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=(2x+2)\cdot\sqrt{x}+\frac{\left(x^2+2x\right)}{2\sqrt{x}}=\frac{(2x+2)2x+\left(x^2+2x\right)}{2\sqrt{x}}=\frac{5x^2+6x}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x)=x^8\cdot\sqrt[8]{x}$$

$$f'(x)=8x^7\cdot\sqrt[8]{x}+x^8\cdot\frac{1}{8\sqrt[8]{x^7}}=8x^7\cdot\sqrt[8]{x}+\frac{x^8}{8\sqrt[8]{x^7}}=\frac{8x^7\cdot 8x+x^8}{8\sqrt[8]{x^7}}=\frac{65x^8}{8\sqrt[8]{x^7}}$$

$f(x) = 3x^4 \cdot (1 - x)$

$f'(x) = 12x^3 \cdot (1 - x) + 3x^4 \cdot (-1) = 12x^3 - 12x^4 - 3x^4 = 12x^3 - 15x^4$

$f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$$f'(x) = \frac{2x\left(x^2+1\right) - \left(x^2-1\right)2x}{\left(x^2+1\right)^2} = \frac{2x^2 + 2x - 2x^3 + 2x}{\left(x^2+1\right)^2} = \frac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}$$

$f(x) = \dfrac{4}{2x^3 - x}$

$$f'(x) = \frac{-4\left(6x^2-1\right)}{\left(2x^3-x\right)^2} = \frac{-24x^2+4}{\left(2x^3-x\right)^2}$$

$f(x) = \dfrac{3x + 4}{5 - 2x}$

$$f'(x) = \frac{3(5-2x) - (3x+4)(-2)}{(5-2x)^2} = \frac{15 - 6x + 6x + 8}{(5-2x)^2} = \frac{23}{(5-2x)^2}$$

$f(x) = \dfrac{1}{5x^2}$

$$f'(x) = \frac{10x}{\left(5x^2\right)^2} = \frac{-2}{5x^3}$$

$f(x) = \dfrac{2x}{x^5 + x^3}$

$$f'(x) = \frac{2\left(x^5+x^3\right) - 2x\left(5x^4+3x^2\right)}{\left(x^5+x^3\right)^2} = \frac{2x^5 + 2x^3 - 10x^5 - 6x^3}{\left(x^5+x^3\right)^2} = \frac{-8x^5 - 4x^3}{\left(x^5+x^3\right)^2}$$

$f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{2x + 3}$

$$f'(x) = \frac{\dfrac{2x+3}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x}2}{(2x+3)^2} = \frac{\dfrac{2x+3-4x}{2\sqrt{x}}}{(2x+3)^2} = \frac{3-2x}{2\sqrt{x}\cdot(2x+3)^2}$$

$f(x) = \dfrac{4x^4 + 1}{2x^2 + 1}$

$$f'(x) = \frac{16x^3\left(2x^2+1\right) - \left(4x^4+1\right)4x}{\left(2x^2+1\right)^2} = \frac{32x^5 + 16x^3 - 16x^5 - 4x}{\left(2x^2+1\right)^2} = \frac{16x^5 + 16x^3 - 4x}{\left(2x^2+1\right)^2}$$

$f(x) = \dfrac{x^3 + x + 10}{x^2 + x + 1}$

$$f'(x) = \frac{\left(3x^2+1\right)\left(x^2+x+1\right) - \left(x^3+x+10\right)(2x+1)}{\left(x^2+x+1\right)^2} = \frac{3x^4 + 3x^3 + 4x^2 + x + 1 - \left(x^4 + x^3 + 2x^2 + 21x + 10\right)}{\left(x^2+x+1\right)^2} =$$

$$= \frac{2x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 20x - 9}{\left(x^2+x+1\right)^2}$$

$f(x) = \dfrac{\frac{1+x}{1-x}}{1+x^2}$
$f'(x) = \dfrac{\frac{1(1-x)-(1+x)(-1)}{(1-x)^2}}{(1+x^2)^2} = \dfrac{2}{(1-x)^2(1+x^2)^2}$

$f(x) = \dfrac{1+x}{\frac{1-x}{1+x^2}}$
$f'(x) = \dfrac{1\cdot\frac{1-x}{1+x^2} - (1+x)\cdot\left(\frac{-1(1+x^2)-(1-x)2x}{(1+x^2)^2}\right)}{\left(\frac{1-x}{1+x^2}\right)^2} = \dfrac{\frac{1-x}{1+x^2} - \frac{(1+x)\cdot(x^2-2x-1)}{(1+x^2)^2}}{\left(\frac{1-x}{1+x^2}\right)^2} = \dfrac{2(-x^3+x^2+x+1)}{(1-x)^2}$

Calcular la derivada de las siguientes funciones:

$f(x) = 4e^x$
$f'(x) = 4e^x$

$f(x) = e^x + 5$
$f'(x) = e^x$

$f(x) = 7^x$
$f'(x) = 7^x \cdot \ln 7$

$f(x) = 3 \cdot 8^x$
$f'(x) = 3 \cdot 8^x \cdot \ln 8$

$f(x) = \dfrac{2}{\ln x}$
$f'(x) = \dfrac{0\cdot\ln x - 2\cdot\frac{1}{x}}{\ln^2 x} = \dfrac{-2}{x\cdot\ln^2 x}$

$f(x) = \dfrac{3\cdot\ln x}{5}$
$f'(x) = \dfrac{3}{5x}$

$f(x) = 4\log x$
$f'(x) = \dfrac{4}{x}\cdot\log e$

$f(x) = \dfrac{\log_2 x}{5}$
$f'(x) = \dfrac{1}{5x}\cdot\log_2 e$

$f(x) = 2 \cdot sen\ x$
$f'(x) = 2 \cdot \cos x$

$f(x) = sen\ x + 6$
$f'(x) = \cos x$

$f(x) = \frac{\cos x}{10}$
$f'(x) = \frac{-sen\ x}{10}$

$f(x) = \cos x + x^2$
$f'(x) = -sen\ x + 2x$

$f(x) = 6 \cdot tg\ x$
$f'(x) = 6 \cdot \left(tg^2\ x + 1\right) = \frac{6}{\cos^2 x}$

$f(x) = tg\ x + 2x^3$
$f'(x) = \left(tg^2\ x + 1\right) + 6x^2 = \frac{1}{\cos^2 x} + 6x^2$

Calcular la derivada de las siguientes funciones utilizando las reglas del producto y la división:

$f(x) = x^3 \cdot e^x$
$f'(x) = 3x^2 \cdot e^x + x^3 \cdot e^x$

$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$
$f'(x) = \frac{e^x\left(e^x - 1\right) - \left(e^x + 1\right)e^x}{\left(e^x - 1\right)^2} = \frac{-2e^x}{\left(e^x - 1\right)^2}$

$f(x) = e^x \cdot \ln x$
$f'(x) = e^x \cdot \ln x + \frac{e^x}{x}$

$f(x) = x \cdot \ln x$
$f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$

$f(x) = \frac{x}{\ln x}$
$f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$f(x) = tg\ x \cdot \cos x$$

$$f'(x) = \left(tg^2\ x + 1\right) \cdot \cos x - tg\ x \cdot sen\ x$$

Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$f(x) = (3x - 2)^2$$

$$f'(x) = 2(3x-2)3 = 6x(3x-2) = 18x^2 - 12x$$

$$f(x) = \left(x^2 + 1\right)^3$$

$$f'(x) = 3\left(x^2+1\right)^2 \cdot 2x = 6x\left(x^2+1\right)^2$$

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \left(x^2 + x\right)^3$$

$$f'(x) = \frac{\left(x^2+x\right)^3}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cdot 3\left(x^2+x\right)^2(2x+1)$$

$$f(x) = \frac{1}{(5x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (5x+2)^2 - 1 \cdot 2(5x+2) \cdot 5}{(5x+2)^4} = \frac{-10}{(5x+2)^3}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{\left(x^2+1\right)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x\left(x^2+1\right)^2 - \left(x^2-1\right)2\left(x^2+1\right)2x}{\left(x^2+1\right)^4} = \frac{2x\left(x^2+1\right) - \left(x^2-1\right)4x}{\left(x^2+1\right)^3} = \frac{2x^3 + 2x - 4x^3 + 4x}{\left(x^2+1\right)^3} = \frac{-2x^3 + 6x}{\left(x^2+1\right)^3}$$

$$f(x) = \ln e^x$$

$$f'(x) = \frac{1}{e^x} \cdot e^x = 1$$

$$f(x) = e^{\ln x}$$

$$f'(x) = e^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{e^{\ln x}}{x}$$

$$f(x) = e^{5x} \cdot \ln x^2$$

$$f'(x) = 5e^{5x} \cdot \ln x^2 + e^{5x}\frac{2x}{x^2} = 5e^{5x} \cdot \ln x^2 + \frac{2e^{5x}}{x}$$

$f(x) = \ln \dfrac{3x}{1+5x^2}$

$f'(x) = \dfrac{1}{\dfrac{3x}{1+5x^2}} \cdot \dfrac{3\left(1+5x^2\right) - 3x \cdot 10x}{\left(1+5x^2\right)^2} = \dfrac{\left(1+5x^2\right) - 10x^2}{x\left(1+5x^2\right)}$

$f(x) = \operatorname{sen}(x \cdot \cos x)$

$f'(x) = \cos(x \cdot \cos x) \cdot \left(1 \cdot \cos x + x \cdot (-\operatorname{sen} x)\right) = \cos(x \cdot \cos x) \cdot (\cos x - x \cdot \operatorname{sen} x)$

$f(x) = \operatorname{sen} \cos x$

Como $f(x) = \operatorname{sen} \cos x = \operatorname{sen}(\cos x) \Rightarrow f'(x) = \cos \cos x(-\operatorname{sen} x)$

$f(x) = \operatorname{sen} x^2$

$f'(x) = \cos x^2 \cdot 2x$

$f(x) = \operatorname{sen}^2 x$

Como $f(x) = \operatorname{sen}^2 x = (\operatorname{sen} x)^2 \Rightarrow f'(x) = 2\operatorname{sen} x \cdot \cos x$

$f(x) = \operatorname{tg}^2 x^2$

$f'(x) = 2\operatorname{tg} x^2 \cdot \left(\operatorname{tg}^2 x^2 + 1\right)2x$

$f(x) = \operatorname{tg}(\operatorname{tg} x)$

$f'(x) = \left(\operatorname{tg}^2(\operatorname{tg} x) + 1\right)\left(\operatorname{tg}^2 x + 1\right)$

$f(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)$

Como $f(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$

También se puede obtener:

$f'(x) = \dfrac{1}{(\operatorname{tg} x)^2 + 1} \cdot \left(\operatorname{tg}^2 x + 1\right) = 1$

$f(x) = \operatorname{arctg} x^2 \cdot \operatorname{tg} x^3$

$f'(x) = \dfrac{2x}{x^4+1} \cdot \operatorname{tg} x^3 + \operatorname{arctg} x^2 \cdot \left(\operatorname{tg}^2 x^3 + 1\right)3x^2$

$f(x) = \ln \operatorname{sen} x^3$

$f'(x) = \dfrac{1}{\operatorname{sen} x^3} \cdot \cos x^3 \cdot 3x^2$

$f(x) = e^{\left(x^3 - x\right)^2}$

$f'(x) = e^{\left(x^3 - x\right)^2} \cdot 2\left(x^3 - x\right) \cdot \left(3x^2 - 1\right)$

$$f(x) = \ln^2 x^3$$

$$f'(x) = 2\ln x^3 \cdot \frac{1}{x^3} \cdot 3x^2$$

$$f(x) = \left(e^{x^2+1} + 1\right)^2$$

$$f'(x) = 2\left(e^{x^2+1} + 1\right) \cdot e^{x^2+1} \cdot 2x$$

$$f(x) = \operatorname{arctg} \operatorname{sen} \cos \operatorname{tg} x$$

$$f'(x) = \frac{1}{(\operatorname{sen} \cos \operatorname{tg} x)^2 + 1} \cdot \cos \cos \operatorname{tg} x \cdot (-\operatorname{sen} \operatorname{tg} x) \cdot \left(\operatorname{tg}^2 x + 1\right)$$

$$f(x) = \ln \sqrt{\operatorname{sen} e^{x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sen} e^{x^2}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\operatorname{sen} e^{x^2}}} \cdot \cos e^{x^2} \cdot e^{x^2} \cdot 2x = \frac{x e^{x^2} \cos e^{x^2}}{\operatorname{sen} e^{x^2}}$$

$$f(x) = \operatorname{arctg} \ln \operatorname{sen} e^{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\left(\ln \operatorname{sen} e^{\sqrt{x}}\right)^2 + 1} \cdot \frac{1}{\operatorname{sen} e^{\sqrt{x}}} \cdot \cos e^{\sqrt{x}} \cdot e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \operatorname{sen}^5 \cos^3 \left(4x^2 + 1\right)^2$$

$$f'(x) = \left(5\operatorname{sen}^4 \cos^3 \left(4x^2+1\right)^2\right) \cdot \left(\cos \cos^3 \left(4x^2+1\right)^2\right) \cdot \left(3\cos^2 \left(4x^2+1\right)^2\right) \cdot \left(-\operatorname{sen} \left(4x^2+1\right)^2\right) \cdot 2\left(4x^2+1\right) \cdot 8x$$

$$f(x) = 2 \cdot \operatorname{tg}^3 \ln^4 \left(x^6 + 7\right)^5$$

$$f'(x) = \left(6 \cdot \operatorname{tg}^2 \ln^4 \left(x^6+7\right)^5\right) \cdot \left(\operatorname{tg}^2 \ln^4 \left(x^6+7\right)^5 + 1\right) \cdot \left(4\ln^3 \left(x^6+7\right)^5\right) \cdot \frac{1}{\left(x^6+7\right)^5} \cdot 5\left(x^6+7\right)^4 \cdot 6x^5$$

$$f(x) = \ln^3 \sqrt{\operatorname{arct}^3 e^{\frac{\left(x^2+12x\right)^2}{\sqrt{1-x}}}}$$

$$f'(x) = \left(3\ln^2 \sqrt{\operatorname{arct}^3 e^{\frac{\left(x^2+12x\right)^2}{\sqrt{1-x}}}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\operatorname{arct}^3 e^{\frac{\left(x^2+12x\right)^2}{\sqrt{1-x}}}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\operatorname{arct}^3 e^{\frac{\left(x^2+12x\right)^2}{\sqrt{1-x}}}}} \cdot \left(3\operatorname{arct}^2 e^{\frac{\left(x^2+12x\right)^2}{\sqrt{1-x}}}\right) \cdot \frac{1}{\left(e^{\frac{\left(x^2+12x\right)^2}{\sqrt{1-x}}}\right)^2 + 1} \cdot e^{\frac{\left(x^2+12x\right)^2}{\sqrt{1-x}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{2\left(x^2+12x\right)(2x+12)\sqrt{1-x} - \left(x^2+12x\right)^2 \frac{-1}{2\sqrt{1-x}}}{1-x}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1) Calcular aplicando la definición, las siguientes derivadas en un punto:

1) $f(x)=5$ en x = 2
2) $f(x)=-4$ en x = 0
3) $f(x)=x$ en x = 3
4) $f(x)=2x$ en x = −1
5) $f(x)=1-x$ en x = 0
6) $f(x)=7x-4$ en x = 3
7) $f(x)=3x^2$ en x = −2
8) $f(x)=-5x^2$ en x = 5
9) $f(x)=x^2+3$ en x = 2
10) $f(x)=2x^2-7$ en x = 6
11) $f(x)=x^2+x$ en x = −1
12) $f(x)=3x-x^2$ en x = 4
13) $f(x)=x^2+x+1$ en x = 1
14) $f(x)=3x^2-2x+1$ en x = 0
15) $f(x)=x^3$ en x = 1
16) $f(x)=-2x^3$ en x = −1
17) $f(x)=x^3+3x$ en x = −5
18) $f(x)=x^3-5x^2+1$ en x = 3
19) $f(x)=\sqrt{x+5}$ en x = 4
20) $f(x)=\sqrt{2x}$ en x = 8
21) $f(x)=\dfrac{1}{2x}$ en x = 5
22) $f(x)=\dfrac{4}{x+1}$ en x = 1

2) Calcular, aplicando la definición, la función derivada de:

1) $f(x)=8$
2) $f(x)=-4$
3) $f(x)=x+4$
4) $f(x)=4x-3$
5) $f(x)=8x$
6) $f(x)=-6x$
7) $f(x)=1-x$
8) $f(x)=3-2x$
9) $f(x)=4x^2$
10) $f(x)=-7x^2$
11) $f(x)=x^2+3$
12) $f(x)=1-x^2$
13) $f(x)=3x^2+5$
14) $f(x)=-4x^2-3$
15) $f(x)=5x^2+2x$
16) $f(x)=9x^2-6x$
17) $f(x)=-3x^2-2x$
18) $f(x)=2x^2+7x$
19) $f(x)=4x^2+3x-2$
20) $f(x)=x^2-6x+11$
21) $f(x)=2x^3$
22) $f(x)=-4x^3$
23) $f(x)=2x^3+1$
24) $f(x)=3x^3-4$
25) $f(x)=x^3+2x$
26) $f(x)=5x^3-7x$
27) $f(x)=2x^3+x^2$
28) $f(x)=-3x^3+2x^2$
29) $f(x)=\sqrt{x+2}$
30) $f(x)=\sqrt{x-1}$
31) $f(x)=\dfrac{2}{x}$
32) $f(x)=\dfrac{-3}{x}$
33) $f(x)=\dfrac{1}{4x}$
34) $f(x)=\dfrac{3}{-5x}$

3) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = 2$

2) $f(x) = \pi$

3) $f(x) = -5$

4) $f(x) = \sqrt{12}$

5) $f(x) = x^8$

6) $f(x) = x^{125}$

7) $f(x) = x^{-4}$

8) $f(x) = x^{-37}$

9) $f(x) = x^{\frac{12}{5}}$

10) $f(x) = x^{\frac{3}{7}}$

11) $f(x) = x^{\frac{-5}{9}}$

12) $f(x) = x^{\frac{-7}{2}}$

13) $f(x) = 7x$

14) $f(x) = -9x$

15) $f(x) = 3x^6$

16) $f(x) = 5x^{11}$

17) $f(x) = -2x^5$

18) $f(x) = -4x^7$

19) $f(x) = 5x^{-2}$

20) $f(x) = 8x^{-3}$

21) $f(x) = -5x^{-5}$

22) $f(x) = -4x^{-9}$

23) $f(x) = 3x^{\frac{7}{4}}$

24) $f(x) = 5x^{\frac{2}{5}}$

25) $f(x) = 6x^{\frac{-1}{2}}$

26) $f(x) = -4x^{-\frac{5}{8}}$

27) $f(x) = \dfrac{1}{x^5}$

28) $f(x) = \dfrac{1}{x^6}$

29) $f(x) = \dfrac{4}{x^3}$

30) $f(x) = \dfrac{-7}{x^7}$

31) $f(x) = \dfrac{3}{5x^7}$

32) $f(x) = \dfrac{-8}{11x^4}$

33) $f(x) = \dfrac{3}{x^{-6}}$

34) $f(x) = \dfrac{10}{x^{-5}}$

35) $f(x) = 12\sqrt{x}$

36) $f(x) = -6\sqrt{x}$

37) $f(x) = \dfrac{4\sqrt{x}}{3}$

38) $f(x) = \dfrac{2\sqrt{x}}{5}$

39) $f(x) = \sqrt[9]{x}$

40) $f(x) = \sqrt[14]{x}$

41) $f(x) = 5\sqrt[6]{x}$

42) $f(x) = -3\sqrt[6]{x}$

43) $f(x) = \sqrt[7]{x^5}$

44) $f(x) = \sqrt[12]{x^8}$

45) $f(x) = \sqrt[3]{x^8}$

46) $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$

47) $f(x) = 9\,\sqrt[8]{x^5}$

48) $f(x) = 5\,\sqrt[7]{x^{10}}$

49) $f(x) = -4\,\sqrt[6]{x^5}$

50) $f(x) = -\,\sqrt[4]{x^3}$

51) $f(x) = \dfrac{12\,\sqrt[5]{x^{12}}}{5}$

52) $f(x) = \dfrac{-3\,\sqrt[3]{x^7}}{10}$

53) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

54) $f(x) = \dfrac{4}{\sqrt{x}}$

55) $f(x) = \dfrac{1}{3\,\sqrt{x}}$

56) $f(x) = \dfrac{7}{11\,\sqrt{x}}$

57) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[6]{x}}$

58) $f(x) = \dfrac{5}{\sqrt[4]{x}}$

59) $f(x) = \dfrac{1}{9\,\sqrt[3]{x}}$

60) $f(x) = \dfrac{6}{7\,\sqrt[5]{x}}$

61) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[5]{x^7}}$

62) $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt[3]{x^4}}$

63) $f(x) = \dfrac{1}{4\,\sqrt[7]{x^2}}$

64) $f(x) = \dfrac{3}{5\,\sqrt[3]{x^5}}$

4) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = 3x - 4$

2) $f(x) = 5x^2 + 10$

3) $f(x) = 4x^2 + 3x$

4) $f(x) = 7x - x^2$

5) $f(x) = \frac{2}{5}x^3 + \frac{7}{3}x^2$

6) $f(x) = \frac{-2}{7}x^7 - \frac{4}{5}x^5$

7) $f(x) = \frac{2x^6 - 5}{3}$

8) $f(x) = \frac{7x^2 - 3x^5}{4}$

9) $f(x) = 5x^3 + 10x^2 - 6$

10) $f(x) = x^7 - 2x^5 + 3x$

11) $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - 4x^3 + \frac{7}{6}$

12) $f(x) = -3x^6 + \frac{2}{7}x^4 - \frac{5}{8}x^2$

13) $f(x) = 2x^5 - x + \sqrt{2}$

14) $f(x) = \frac{4}{5}x^3 - \frac{1}{3}x + \sqrt{5}$

15) $f(x) = \sqrt{3}x^4 + 2x^3 + 5$

16) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 + \sqrt{3}x^3 - \frac{\sqrt{2}}{5}x^2$

17) $f(x) = x^3 + x^{-2}$

18) $f(x) = x^5 - x^{-5}$

19) $f(x) = 2x^3 - 3x^{-4}$

20) $f(x) = 5x^{-7} + 3x^5$

21) $f(x) = 2x^{-3} + 7x^{-5}$

22) $f(x) = -3x^{-9} + 11x^{-7}$

23) $f(x) = 5x^2 - \frac{1}{x}$

24) $f(x) = 3x + \frac{5}{x}$

25) $f(x) = 5x^6 - \frac{1}{x^5}$

26) $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{3}{x^4}$

27) $f(x) = x^2 + x^{\frac{1}{2}}$

28) $f(x) = 8x^3 - 5x^{\frac{1}{2}}$

29) $f(x) = x^2 + x^{\frac{7}{2}}$

30) $f(x) = -5x^4 + 3x^{\frac{5}{2}}$

31) $f(x) = x^3 + x^{\frac{3}{8}}$

32) $f(x) = -7x^5 - \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}}$

33) $f(x) = x^6 - x^{\frac{11}{7}}$

34) $f(x) = \frac{7}{5}x^4 - \frac{11}{4}x^{\frac{12}{5}}$

35) $f(x) = x^2 + x^{\frac{-3}{7}}$

36) $f(x) = 5x^2 - 4x^{\frac{-4}{5}}$

37) $f(x) = x^{11} + x^{\frac{-17}{4}}$

38) $f(x) = \frac{11}{3}x^4 + 4x^{\frac{-7}{3}}$

39) $f(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$

40) $f(x) = 2\sqrt{x} + x^4$

41) $f(x) = 9x^3 + \sqrt[3]{x}$

42) $f(x) = 4\sqrt[5]{x} - 2x^7$

43) $f(x) = \sqrt{x^3} + 10x^4$

44) $f(x) = \frac{2}{5}x^6 - 3\sqrt{x^7}$

45) $f(x) = x^4 + \sqrt[3]{x^4}$

46) $f(x) = 3x^6 - 4\sqrt[7]{x^4}$

47) $f(x) = 3x^4 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

48) $f(x) = \frac{2}{7}x^7 - \frac{4}{\sqrt[5]{x}}$

49) $f(x) = 4x^9 + \frac{1}{\sqrt[9]{x^4}}$

50) $f(x) = x^{12} - \frac{12}{\sqrt[12]{x^7}}$

51) $f(x) = -x^4 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^{11}}}$

52) $f(x) = -3x^8 - \frac{4}{\sqrt[5]{x^{13}}}$

53) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^5}}{6} + \frac{1}{12\sqrt[5]{x^3}}$

54) $f(x) = \frac{4\sqrt[7]{x^{10}}}{10} - \frac{3}{8\sqrt[9]{x^4}}$

5) Calcular la derivada de las siguientes funciones utilizando las reglas del producto y la división:

1) $f(x) = x^4 \cdot \sqrt{x}$

2) $f(x) = 2\sqrt{x} \cdot x^7$

3) $f(x) = x^5 \cdot \sqrt{x^9}$

4) $f(x) = -3x^2 \cdot \sqrt{x^5}$

5) $f(x) = x^4 \cdot \sqrt[4]{x}$

6) $f(x) = 7x^7 \cdot \sqrt[5]{x}$

7) $f(x) = x \cdot \sqrt[7]{x^2}$

8) $f(x) = \dfrac{11}{4} x^6 \cdot \sqrt[3]{x^4}$

9) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}$

10) $f(x) = -8\sqrt{x} \cdot \sqrt[8]{x}$

11) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x^3}$

12) $f(x) = 5\sqrt{x^5} \cdot \sqrt[5]{x}$

13) $f(x) = \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}$

14) $f(x) = -\dfrac{2}{3}\sqrt{x} \cdot \sqrt[7]{x^3}$

15) $f(x) = \sqrt[9]{x^2} \cdot \sqrt{x^9}$

16) $f(x) = \dfrac{-7}{5}\sqrt[9]{x^{11}} \cdot \sqrt{x^3}$

17) $f(x) = \sqrt[7]{x} \cdot \sqrt[5]{x}$

18) $f(x) = -3\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$

19) $f(x) = \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt[5]{x^4}$

20) $f(x) = \dfrac{6}{7}\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[8]{x^{11}}$

21) $f(x) = x^3 \cdot (2x - 3)$

22) $f(x) = 2x^5 \cdot (4 - x)$

23) $f(x) = -x^4 \cdot (x^3 + 1)$

24) $f(x) = \dfrac{2}{7}x^2 \cdot (4 - x^3)$

25) $f(x) = 3x^4 \cdot (x^2 + 5x - 2)$

26) $f(x) = -3x^5 \cdot (2 - 3x + 5x^2)$

27) $f(x) = (x^3 - 3x) \cdot \sqrt{x}$

28) $f(x) = -5(3x^2 - 2) \cdot \sqrt{x}$

29) $f(x) = \sqrt{x^3} \cdot (x^2 - 7)$

30) $f(x) = \dfrac{3}{4}(2x - 5) \cdot \sqrt{x^7}$

31) $f(x) = (x^3 - 6x) \cdot \sqrt[4]{x}$

32) $f(x) = \dfrac{-2}{5}\sqrt[6]{x} \cdot (3x - x^4)$

33) $f(x) = (1 - 4x) \cdot \sqrt[5]{x^4}$

34) $f(x) = -6(1 - x^3) \cdot \sqrt[10]{x^7}$

35) $f(x) = (5 - 8x) \cdot (3x - 2)$

36) $f(x) = (7x - 4) \cdot (4 - 5x)$

37) $f(x) = (x^2 - 7) \cdot (2x - 3)$

38) $f(x) = \left(5 - \dfrac{7}{2}x\right) \cdot (9 - 4x^3)$

39) $f(x) = (x^2 + 3x) \cdot (2x - 5x^2)$

40) $f(x) = (3 - x^3) \cdot (2x^5 - 3x^2)$

41) $f(x) = (5x^2 - 3x + 4) \cdot (-3x^3 - 1)$

42) $f(x) = \left(\dfrac{7}{3}x^3 + \dfrac{11}{2}x^2\right) \cdot (-3x^2 + 2x - 1)$

43) $f(x) = (7x^2 - 10x + 9) \cdot (3x^6 - 4x^4 + 5x^2)$

44) $f(x) = (8x^7 - 13x^4 - 9x^3) \cdot (10x^5 + 6x^3 - 4x^2)$

45) $f(x) = \dfrac{1}{7x^3}$

46) $f(x) = \dfrac{1}{5x^4}$

47) $f(x) = \dfrac{4}{x^4}$

48) $f(x) = \dfrac{-7}{5x^6}$

49) $f(x) = \dfrac{1}{7x^2 - 5}$

50) $f(x) = \dfrac{1}{2 - 4x^3}$

51) $f(x) = \dfrac{2}{5x^4 - x^2}$

52) $f(x) = \dfrac{-4}{2x^6 - 3x^3}$

53) $f(x) = \dfrac{x}{8x^3 - 2}$

54) $f(x) = \dfrac{-5x}{x^4 + 3}$

55) $f(x) = \dfrac{3x^9 - 7}{x}$

56) $f(x) = \dfrac{2x^4 + 6}{3x}$

57) $f(x) = \dfrac{4x + 3}{2 - 5x}$

58) $f(x) = \dfrac{-6x + 1}{3 + 4x}$

59) $f(x) = \dfrac{x + 1}{x^5 + x^3}$

60) $f(x) = \dfrac{10x + 9}{x^3 - 3x}$

61) $f(x) = \dfrac{2x^3 - 5x^2}{3x + 4}$

62) $f(x) = \dfrac{x^7 + 7}{8 - 6x}$

63) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2}{x^2 - 2}$

64) $f(x) = \dfrac{5x^4 - 2}{2x^4 - 5}$

65) $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2 + 3}{x - 3x^2}$

66) $f(x) = \dfrac{-2x^4 + 4x^3 - 7}{x^2 - 5x}$

67) $f(x)=\dfrac{x^3+x+10}{3x^3+2x^2+x}$

68) $f(x)=\dfrac{2x^4-3x^3+4x^2}{x^2+x+1}$

69) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x^2+3}$

70) $f(x)=\dfrac{4\sqrt{x}}{5-2x^3}$

71) $f(x)=\dfrac{7x-x^3}{\sqrt{x}}$

72) $f(x)=\dfrac{5x^2-9}{7\sqrt{x}}$

73) $f(x)=\dfrac{(5-x)\cdot(x^2-3)}{2x+1}$

74) $f(x)=\dfrac{3(2x-1)\cdot(-5x^3+3x^2)}{x^2+1}$

75) $f(x)=\dfrac{x\cdot\sqrt{x}}{x^2+1}$

76) $f(x)=\dfrac{3x^2\cdot\sqrt{x}}{4x^2-2}$

77) $f(x)=\dfrac{2x^7-7x^2}{(x^2+5)\cdot(3-2x)}$

78) $f(x)=\dfrac{4x-3x^2}{(7-x^3)\cdot(2x+x^2)}$

79) $f(x)=\dfrac{(7x+4)\cdot(x^2-5)}{(2x-11)\cdot(x^3+3x)}$

80) $f(x)=\dfrac{(3x^3+x)\cdot(2x^2-1)}{(8-3x^2)\cdot(4x-2x^3)}$

81) $f(x)=\dfrac{\dfrac{4-x}{x^2+2}}{5x+9}$

82) $f(x)=\dfrac{\dfrac{1-x^2}{2-x^2}}{3-x^3}$

83) $f(x)=\dfrac{10-5x^2}{\dfrac{3x+2}{5-x}}$

84) $f(x)=\dfrac{x+1}{\dfrac{x^2+2}{x^3+3}}$

85) $f(x)=\dfrac{\dfrac{x^2-1}{x^2+1}}{\dfrac{x^2-4}{x^2+4}}$

86) $f(x)=\dfrac{\dfrac{3-2x}{4x^2-7x}}{\dfrac{x+1}{2x-6x^2}}$

6) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x)=10e^x$

2) $f(x)=-5e^x$

3) $f(x)=\dfrac{e^x}{7}$

4) $f(x)=\dfrac{e^x}{2}$

5) $f(x)=\dfrac{3e^x}{8}$

6) $f(x)=\dfrac{-7e^x}{11}$

7) $f(x)=e^x+2$

8) $f(x)=2e^x+e$

9) $f(x)=6\ln x$

10) $f(x)=-8\ln x$

11) $f(x)=\dfrac{\ln x}{15}$

12) $f(x)=-\dfrac{\ln x}{2}$

13) $f(x)=\dfrac{6\cdot\ln x}{11}$

14) $f(x)=\dfrac{-8\ln x}{3}$

15) $f(x)=e^{10}+\ln x$

16) $f(x)=e^x+\ln 10$

17) $f(x)=10\log x$

18) $f(x)=-4\log x$

19) $f(x)=\dfrac{\log x}{3}$

20) $f(x)=\dfrac{\log x}{25}$

21) $f(x)=\dfrac{3\log x}{17}$

22) $f(x)=\dfrac{-5\log x}{11}$

23) $f(x)=8\log_2 x$

24) $f(x)=-12\log_3 x$

25) $f(x)=\dfrac{\log_5 x}{5}$

26) $f(x)=\dfrac{\log_2 x}{16}$

27) $f(x)=\dfrac{2\log_3 x}{7}$

28) $f(x)=\dfrac{-3\log_4 x}{8}$

29) $f(x)=3\cdot\operatorname{sen} x$

30) $f(x)=-\operatorname{sen} x$

31) $f(x)=\dfrac{\operatorname{sen} x}{9}$

32) $f(x)=\dfrac{\operatorname{sen} x}{\pi}$

33) $f(x)=\dfrac{4\cdot\operatorname{sen} x}{5}$

34) $f(x)=\dfrac{\pi\cdot\operatorname{sen} x}{3}$

35) $f(x)=12\cos x$

36) $f(x)=-\pi\cos x$

37) $f(x)=\dfrac{\cos x}{7}$

38) $f(x)=\dfrac{\cos x}{4}$

39) $f(x)=\dfrac{7\cos x}{10}$

40) $f(x)=\dfrac{2\cos x}{5}$

41) $f(x)=13\operatorname{tg} x$

42) $f(x)=-4\operatorname{tg} x$

43) $f(x)=\dfrac{\operatorname{tg} x}{7}$

44) $f(x)=\dfrac{\operatorname{tg} x}{5}$

45) $f(x)=\dfrac{2\operatorname{tg} x}{11}$

46) $f(x)=\dfrac{\pi\cdot\operatorname{tg} x}{3}$

47) $f(x)=3\operatorname{arcsen} x$

48) $f(x)=-4\operatorname{arcsen} x$

49) $f(x)=\dfrac{\operatorname{arcsen} x}{8}$

50) $f(x)=\dfrac{-\operatorname{arcsen} x}{9}$

51) $f(x)=\dfrac{4\operatorname{arcsen} x}{7}$

52) $f(x)=\dfrac{-2\operatorname{arcsen} x}{7}$

53) $f(x)=6\arccos x$

54) $f(x)=19\arccos x$

55) $f(x)=\dfrac{\arccos x}{6}$

56) $f(x)=\dfrac{\arccos x}{-5}$

57) $f(x)=\dfrac{9\arccos x}{2}$

58) $f(x)=\dfrac{-3\arccos x}{7}$

59) $f(x)=2\operatorname{arctg} x$

60) $f(x)=-3\operatorname{arctg} x$

61) $f(x)=\dfrac{\operatorname{arctg} x}{2}$

62) $f(x)=\dfrac{\operatorname{arctg} x}{\pi}$

63) $f(x)=\dfrac{5\operatorname{arctg} x}{9}$

64) $f(x)=\dfrac{-10\operatorname{arctg} x}{21}$

7) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = x \cdot e^x$

2) $f(x) = 2x^3 \cdot e^x$

3) $f(x) = (5x-2) \cdot e^x$

4) $f(x) = \left(3x - x^3\right) \cdot e^x$

5) $f(x) = x^3 \cdot \ln x$

6) $f(x) = -5x^3 \cdot \ln x$

7) $f(x) = \left(x^3 - 7x^2\right) \cdot \ln x$

8) $f(x) = \left(3x^5 - 5x^3\right) \cdot \ln x$

9) $f(x) = x \cdot \ln x + 1$

10) $f(x) = x \cdot \ln(x+1)$

11) $f(x) = 3x \cdot \log x$

12) $f(x) = x^4 \cdot \log_4 x$

13) $f(x) = (7x-2) \cdot \log x$

14) $f(x) = \left(-2x^5 + 4x^4\right) \cdot \log_7 x$

15) $f(x) = -x \cdot \operatorname{sen} x$

16) $f(x) = 3x^5 \cdot \operatorname{sen} x$

17) $f(x) = (2x+1) \cdot \operatorname{sen} x$

18) $f(x) = \left(5x - x^7\right) \cdot \operatorname{sen} x$

19) $f(x) = 4x \cdot \cos x$

20) $f(x) = \frac{2}{9} x^4 \cdot \cos x$

21) $f(x) = \left(x^3 + 5x\right) \cdot \cos x$

22) $f(x) = \left(3x^3 - 2x^2\right) \cdot \cos x$

23) $f(x) = -5x \cdot \operatorname{tg} x$

24) $f(x) = \frac{1}{3} x^3 \cdot \operatorname{tg} x$

25) $f(x) = \left(3x - x^2\right) \cdot \operatorname{tg} x$

26) $f(x) = \left(\frac{4x^3 - 5x}{3}\right) \cdot \operatorname{tg} x$

27) $f(x) = -6x \cdot \operatorname{arcsen} x$

28) $f(x) = 8x^4 \cdot \operatorname{arcsen} x$

29) $f(x) = (1-x) \cdot \operatorname{arcsen} x$

30) $f(x) = \left(2x^9 - 8x^4\right) \cdot \operatorname{arcsen} x$

31) $f(x) = 11x \cdot \arccos x$

32) $f(x) = \frac{7}{15} x^5 \cdot \arccos x$

33) $f(x) = \left(x^2 - 10x\right) \cdot \arccos x$

34) $f(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right) \cdot \arccos x$

35) $f(x) = -2x \cdot \operatorname{arc\,tg} x$

36) $f(x) = \pi x \cdot \operatorname{arc\,tg} x$

37) $f(x) = \left(3x^2 + \frac{6}{7}\right) \cdot \operatorname{arc\,tg} x$

38) $f(x) = \left(\frac{-3}{5}x^4 - x\right) \cdot \operatorname{arc\,tg} x$

39) $f(x) = 3e^x \cdot \ln x$

40) $f(x) = -e^x \cdot \log x$

41) $f(x) = e^x \cdot e^x$

42) $f(x) = 8e^x \cdot 10^x$

43) $f(x) = -5e^x \cdot \operatorname{sen} x$

44) $f(x) = 9e^x \cdot \operatorname{tg} x$

45) $f(x) = \ln x \cdot 2^x$

46) $f(x) = \frac{3}{4} \ln x \cdot \log_5 x$

47) $f(x) = \ln x \cdot \operatorname{arctg} x$

48) $f(x) = -2 \ln x \cdot \cos x$

49) $f(x) = \cos x \cdot \operatorname{sen} x$

50) $f(x) = 2\operatorname{sen}^2 x$

51) $f(x) = 5\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{arcsen} x$

52) $f(x) = \frac{1}{7} \operatorname{sen} x \cdot \arccos x$

53) $f(x) = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{sen} x$

54) $f(x) = -6\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{arctg} x$

55) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$

56) $f(x) = \frac{-2}{e^x}$

57) $f(x) = \frac{3}{\ln x}$

58) $f(x) = \frac{e^x}{\ln x}$

59) $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$

60) $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

61) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x + 1}{\cos x + 1}$

62) $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x+1)}{\cos x + 1}$

63) $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x+1)}{x+1}$

64) $f(x) = \frac{\cos(x+1)}{\operatorname{sen} x + 1}$

65) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x}$

66) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{arctg} x}$

8) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = e^{5x}$

2) $f(x) = e^{-x}$

3) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

4) $f(x) = 3 \cdot e^{\frac{1}{x}}$

5) $f(x) = 5 \cdot e^{x^2+1}$

6) $f(x) = -7 \cdot e^{1-x^2}$

7) $f(x) = e^{3x^2-2x}$

8) $f(x) = e^{3x^2} - 2x$

9) $f(x) = \ln 10x$

10) $f(x) = 4 \cdot \ln \frac{2}{5} x^3$

11) $f(x) = \ln\left(5x^3 - 2x\right)$

12) $f(x) = \ln\left(2x^4 - 4x^2\right)$

13) $f(x) = \ln \sqrt{x}$

14) $f(x) = 3 \cdot \ln \frac{1}{3x}$

15) $f(x) = \ln x^2 + 2x$

16) $f(x) = \ln\left(x^2 + 2x\right)$

17) $f(x) = e \cdot \ln(x+1)$

18) $f(x) = e \cdot \ln x + 1$

19) $f(x) = \text{sen } 7x$

20) $f(x) = -\text{sen }(-x) - x$

21) $f(x) = 2\text{sen }(\pi x - 8)$

22) $f(x) = 3 \cdot \text{sen }\left(x^3 - 3x\right)$

23) $f(x) = \cos 9x$

24) $f(x) = \cos 3\pi x$

25) $f(x) = 2 \cdot \cos\left(5x^2 - x^3\right)$

26) $f(x) = \pi \cdot \cos(3x - 2\pi)$

27) $f(x) = 3\text{tg } 2x$

28) $f(x) = \frac{1}{3} \text{tg } x^2$

29) $f(x) = 16 \cdot \text{tg}\left(4x - x^2\right)$

30) $f(x) = \frac{2}{\pi} \cdot \text{tg}\left(4x - x^2\right)$

31) $f(x) = \text{arctg } 12x$

32) $f(x) = \text{arctg } 3\pi x^2$

33) $f(x) = \text{arctg } \sqrt{x}$

34) $f(x) = \text{arctg } \sqrt{x - x^2}$

9) Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = \sqrt{x^3 - 3}$

2) $f(x) = \sqrt{1 - 4x}$

3) $f(x) = \sqrt{2\sqrt{5x}}$

4) $f(x) = \sqrt{2x\sqrt{3x}}$

5) $f(x) = (2x+3)^2$

6) $f(x) = \left(3x^2 + 1\right)^4$

7) $f(x) = 3 \cdot (1-x)^5$

8) $f(x) = 2 \cdot (1 - 6x)^5$

9) $f(x) = \left(x - x^5\right)^3 \cdot x^7$

10) $f(x) = \left(1 - x^2\right)^4 \cdot x^6$

11) $f(x) = x^4 \cdot \sqrt{3x - 1}$

12) $f(x) = 7x^5 \cdot \sqrt{11x^2 - 1}$

13) $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \left(x^2 - x\right)^5$

14) $f(x) = \sqrt{2x^3 - x} \cdot \left(7x^3 - 3x\right)^4$

15) $f(x) = \left(x^2 + 1\right)^2 \cdot \left(1 - x^2\right)^2$

16) $f(x) = \frac{2}{5}\left(2x^5 + 5\right)^2 \cdot \left(3 - 3x^3\right)^3$

17) $f(x) = \frac{1}{(3x-2)^2}$

18) $f(x) = \frac{1}{\left(2x^4 + 5\right)^3}$

19) $f(x) = \frac{-7}{(5x+2)^4}$

20) $f(x) = \frac{2}{\left(3x^4 + 5\right)^6}$

21) $f(x) = \frac{18x}{\left(4x^2 + 9x\right)^4}$

22) $f(x) = \frac{-9x^2}{\left(3x^6 - 7\right)^4}$

23) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{\left(1 - x^2\right)^2}$

24) $f(x) = \frac{-x^3 + 3}{\left(4x - 3x^2\right)^8}$

25) $f(x) = \frac{\left(7x^2 - 5x^4\right)^3}{x^2 + 1}$

26) $f(x) = \frac{2\left(5 - 7x^3\right)^2}{3x^4 + 2x}$

27) $f(x) = \frac{\left(x^2 + 1\right)^2}{\left(x^2 - 1\right)^2}$

28) $f(x) = \frac{5\left(2x^2 - 7x\right)^3}{4\left(9 - 3x^2\right)^2}$

10) Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = \ln 2e^{x}$

2) $f(x) = e^{\ln 2x}$

3) $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$

4) $f(x) = \sqrt[2]{x^2 - 1} \cdot e^{\sqrt{x}}$

5) $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{1 + e^{-x}}$

6) $f(x) = \dfrac{e^x - e}{e^{-x} + e}$

7) $f(x) = \ln x^3$

8) $f(x) = \ln^3 x$

9) $f(x) = e^{1-x} \cdot \ln x^2$

18) $f(x) = \ln \dfrac{x^3}{1 + x^2}$

11) $f(x) = \text{sen } x \cdot \cos x$

12) $f(x) = \cos(x \cdot \text{sen } x)$

13) $f(x) = \cos \text{sen } x$

14) $f(x) = 2\text{sen sen } \pi x$

15) $f(x) = \cos x^2$

16) $f(x) = \cos^2 x$

17) $f(x) = \cos^2 x^3$

18) $f(x) = \pi \text{sen}^3 x^2$

19) $f(x) = \text{tg}^2 x$

20) $f(x) = \text{tg}^3 3x^3$

21) $f(x) = \text{tg}\left(\sqrt{x}\left(7x - x^3\right)\right)$

22) $f(x) = \text{tg} \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

23) $f(x) = \text{arctg}(\text{arctg } x)$

24) $f(x) = \text{arctg}(\text{tg } x)$

25) $f(x) = \text{arctg } x^3 \cdot \text{tg } x^2$

26) $f(x) = \dfrac{1 + \text{arctg } x^2}{1 - \text{arctg}^2 x}$

27) $f(x) = \ln x \cdot \text{tg } x$

28) $f(x) = \ln(x \cdot \text{tg } x)$

29) $f(x) = \pi \cdot \text{sen}^3 \pi^2 x$

30) $f(x) = \pi \cdot \text{sen}^2 \pi^3 x$

11) Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = e^{\left(x^2 + x\right)^3}$

2) $f(x) = \left(e^{5x - x^2} + x\right)^2$

3) $f(x) = e^{\text{sen}\left(x^2 + 1\right)}$

4) $f(x) = 2e^{\log\left(3x^2 + 2x\right)}$

5) $f(x) = \ln^3 x^2 + x$

6) $f(x) = \ln^2\left(x^3 + x\right)$

7) $f(x) = \ln\left(e^x + e^{-x}\right)$

8) $f(x) = \ln \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

9) $f(x) = \ln \text{tg } x^2$

10) $f(x) = \ln \cos^3 x^4$

11) $f(x) = \ln \sqrt{\text{sen } e^{x^2}}$

12) $f(x) = \sqrt{\ln \text{sen } e^{x^2}}$

13) $f(x) = \ln^3 \cos x^4$

14) $f(x) = \ln^2 \text{sen } x^2 + x^2$

15) $f(x) = \sqrt{2x\sqrt{3x\sqrt{4x}}}$

16) $f(x) = \sqrt{3x\sqrt{4x\sqrt{2x}}}$

17) $f(x) = \text{sen}^4 \text{sen}^3 \pi x^2$

18) $f(x) = \pi \text{sen}^2 \text{sen}^3 x^4$

19) $f(x) = \text{sen} \cos \text{tg } x$

20) $f(x) = \ln \sqrt{\cos e^{1-x^2}}$

21) $f(x) = \text{tg} \ln \text{sen } e^{\sqrt{1-x}}$

22) $f(x) = \cos^7 \text{sen}^8 \left(9x^2 + 10\right)^{11}$

23) $f(x) = 8 \cdot \text{arctg}^2 \ln^3 \left(4x^5 + 6\right)^7$

24) $f(x) = \text{sen}^2 \ln^3 \sqrt{\text{arct}^4\, e^{\frac{\left(3x^2 - 2x\right)^3}{\sqrt{1-x^2}}}}$