Representa gráficamente las siguientes funciones:

Todas las funciones de este ejercicio se obtienen efectuando transformaciones a las funciones $y = senx$, $y = \cos x$ ò $y = tgx$.

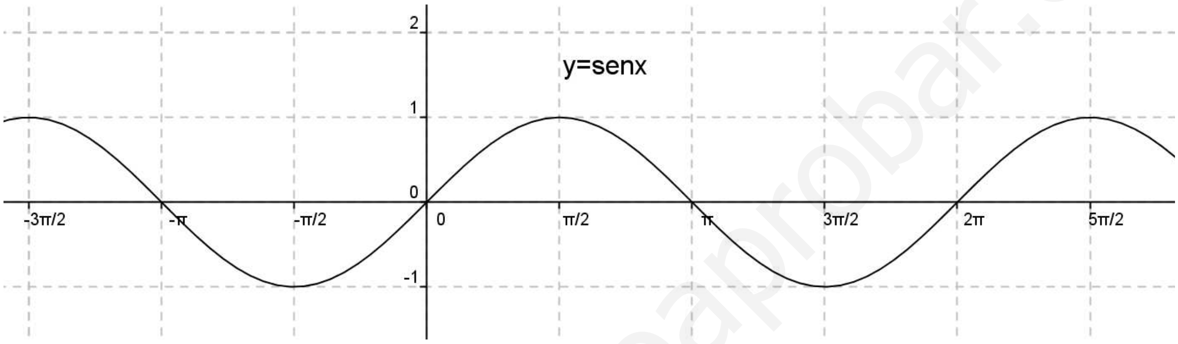
➢ $y = senx$

• $Dom(y = senx) = \Re$

• $\operatorname{Re}c(y = senx) = [-1,1]$

• Periódica de periodo $T = 2\pi$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	1	0	-1	0



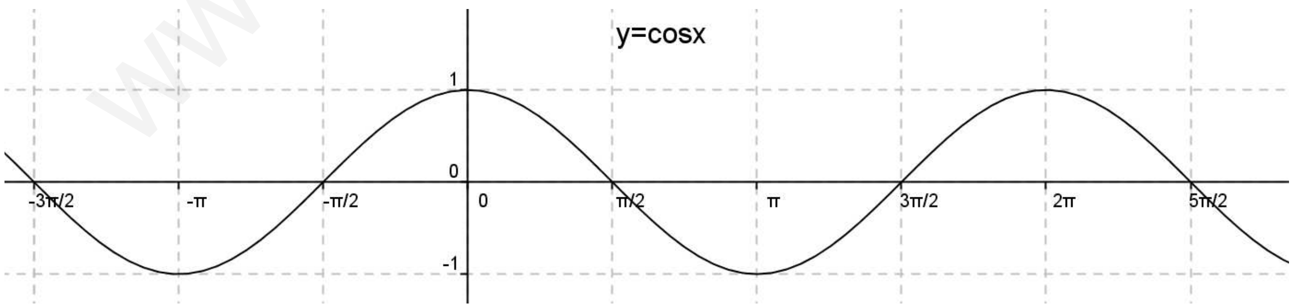
➢ $y = \cos x$

• $Dom(y = \cos x) = \Re$

• $\operatorname{Re}c(y = \cos x) = [-1,1]$

• Periódica de periodo $T = 2\pi$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	1	0	-1	0	1



➢ $y = tgx$

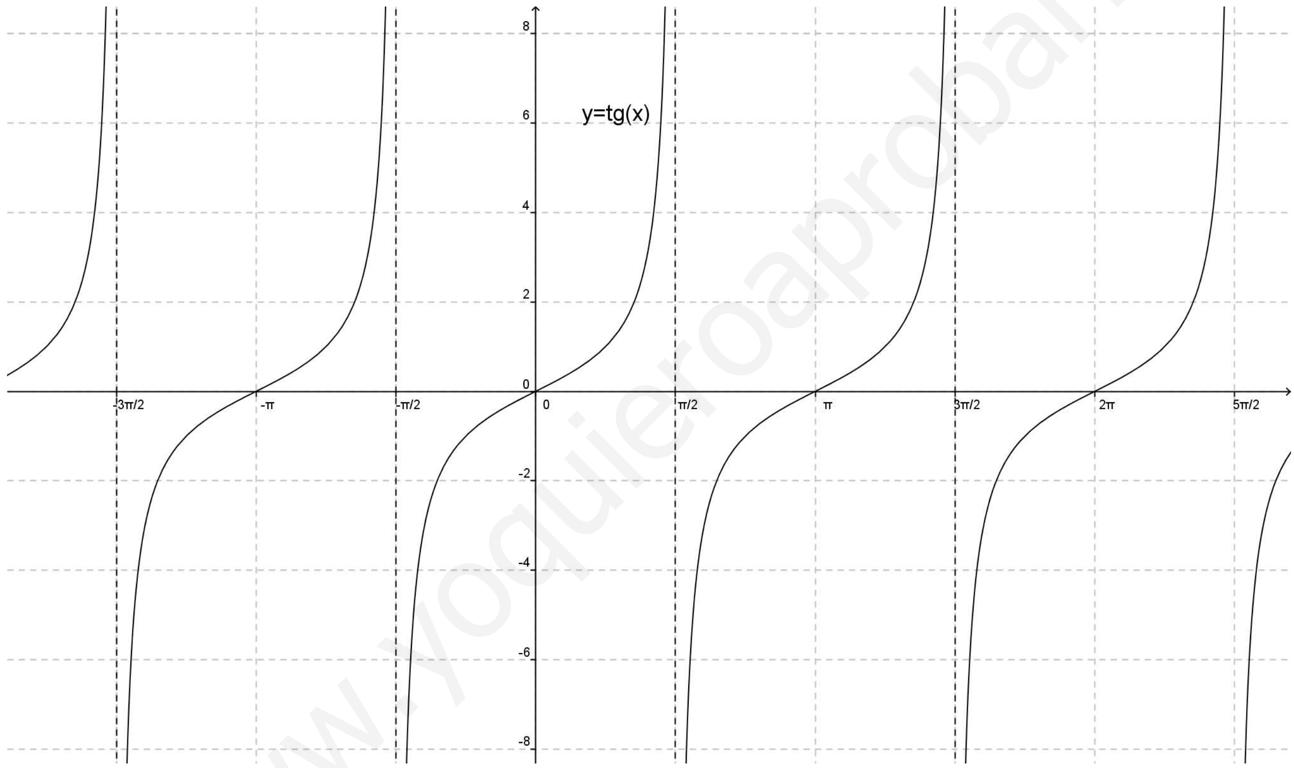
• $Dom(y = tgx) = \Re - \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in Z\right\}$

• $\operatorname{Re}c(y = tgx) = \Re$

• Periódica de periodo $T=\pi$

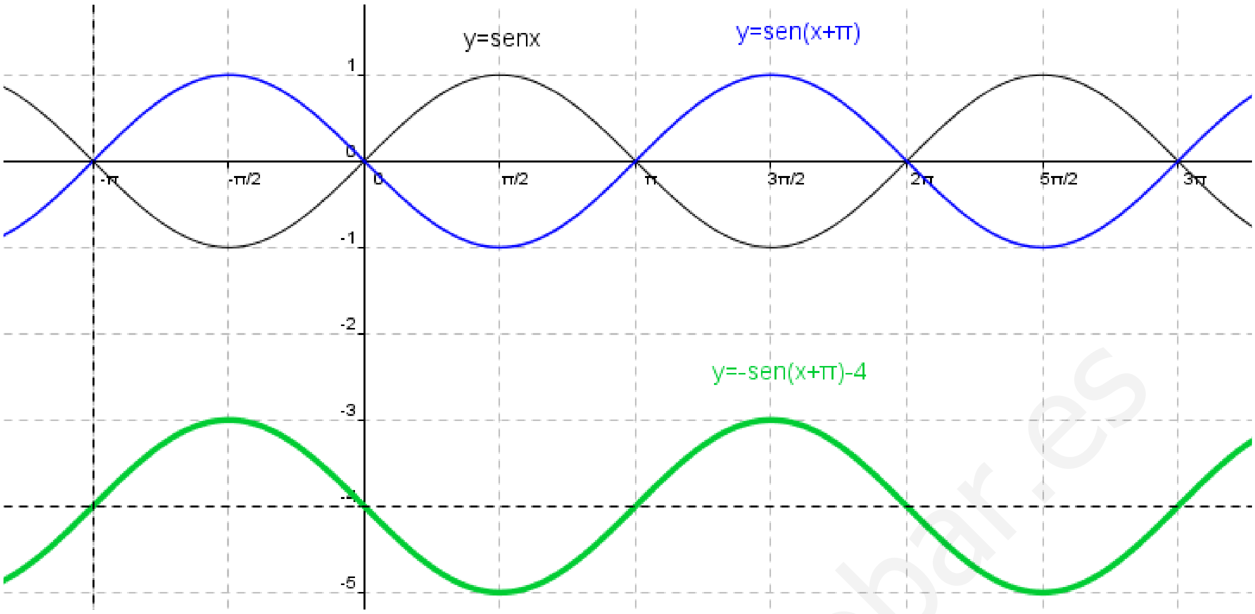
• $x=-\dfrac{\pi}{2}$ es asíntota vertical $\begin{cases} \lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{2}^-} tgx=+\infty \\ \lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{2}^+} tgx=-\infty \end{cases}$ $\qquad$ $x=\dfrac{\pi}{2}$ es asíntota vertical $\begin{cases} \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} tgx=+\infty \\ \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^+} tgx=-\infty \end{cases}$

x	$-\dfrac{\pi}{2}^+$	$-\dfrac{\pi}{4}$	0	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{2}^-$
y	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$



a) $f(x)=sen(x+\pi)\rightarrow y=senx$ trasladada horizontalmente π unidades a la izquierda.

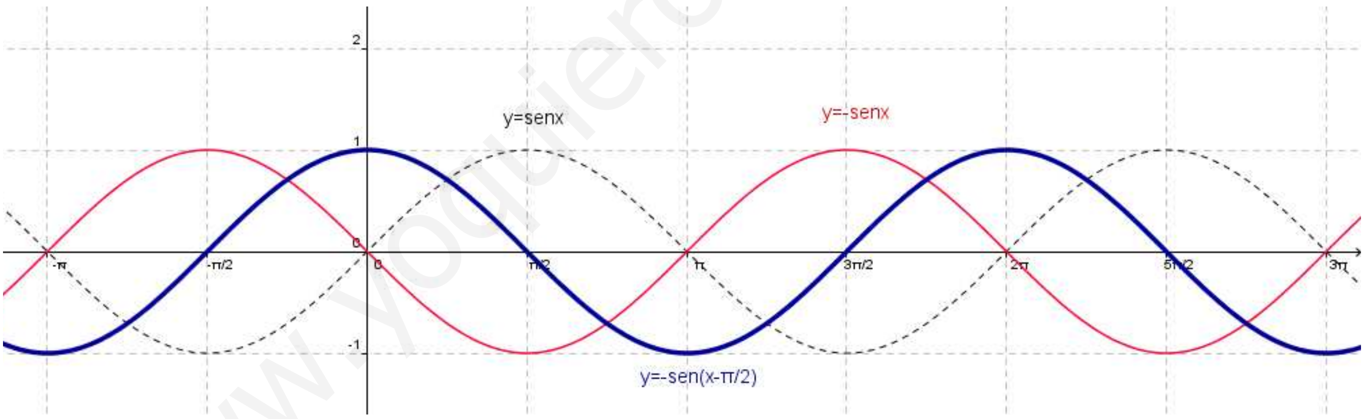
c) $f(x)=sen(x+\pi)-4\rightarrow y=senx$ trasladada horizontalmente π unidades a la izquierda y verticalmente 4 unidades hacia abajo.



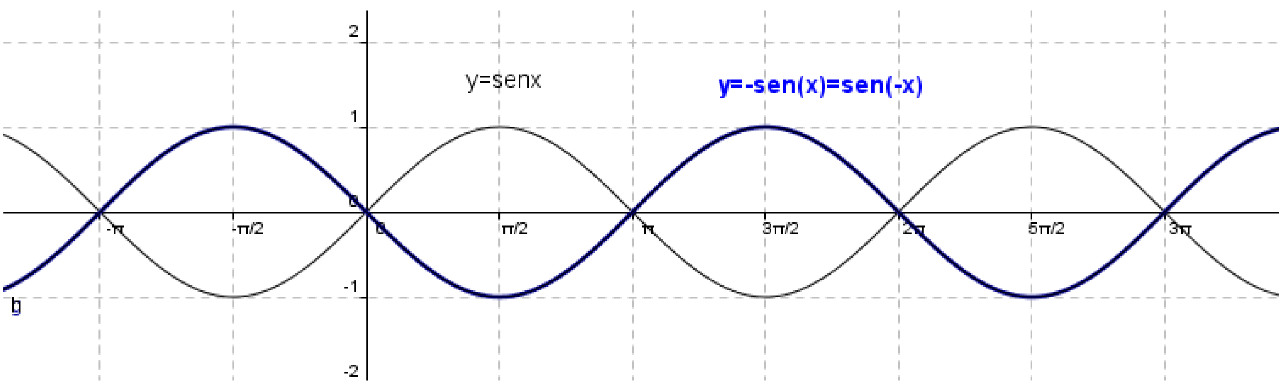
g) $f(x) = -sen(x) \rightarrow$ es la simétrica de $y = senx$ respecto al eje OX

b) $f(x) = -sen\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow y = -senx$ trasladada horizontalmente $\frac{\pi}{2}$ a la derecha.

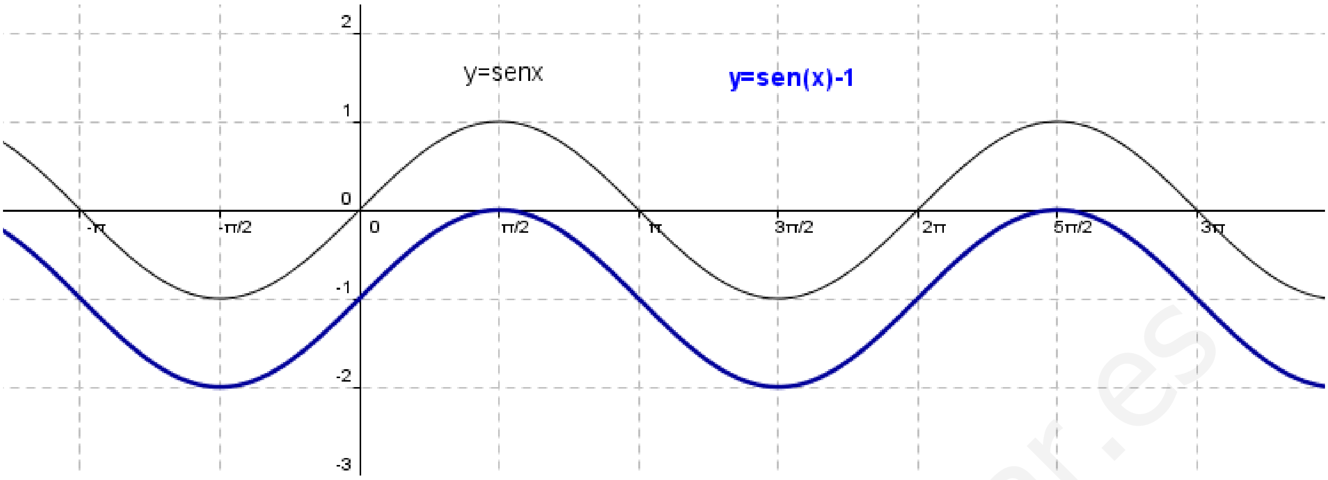
$y = -senx$ es la simétrica de $y = senx$ respecto al eje OX



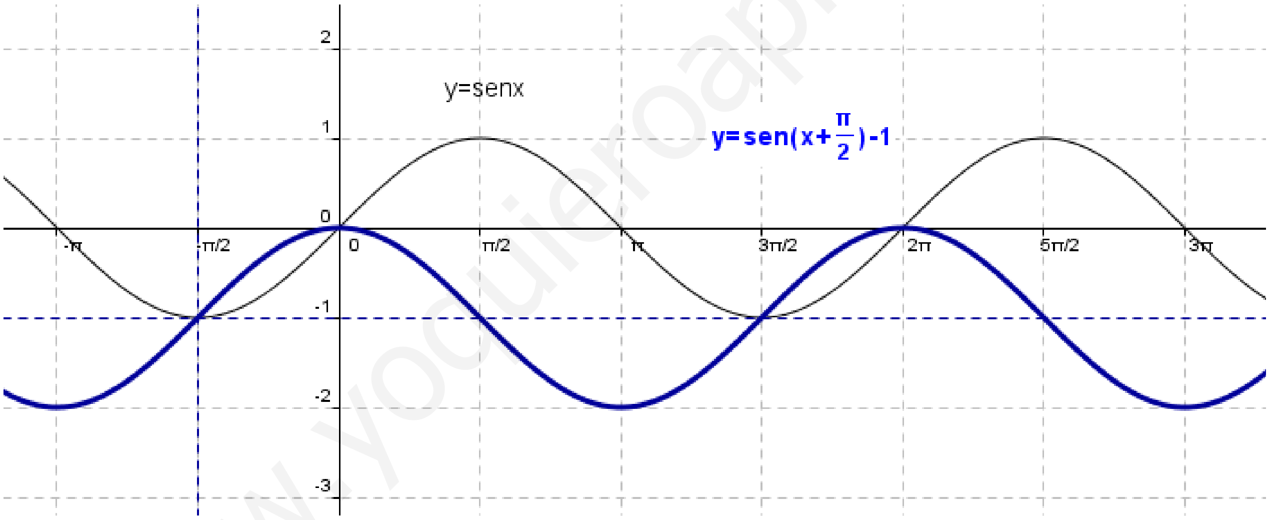
h) $f(x) = sen(-x) \rightarrow$ es la simétrica de $y = senx$ respecto al eje OY. Pero, recuerda que $sen(-\alpha) = -sen\alpha$, por tanto, en este caso también es la simétrica de $y = senx$ respecto al eje OX.



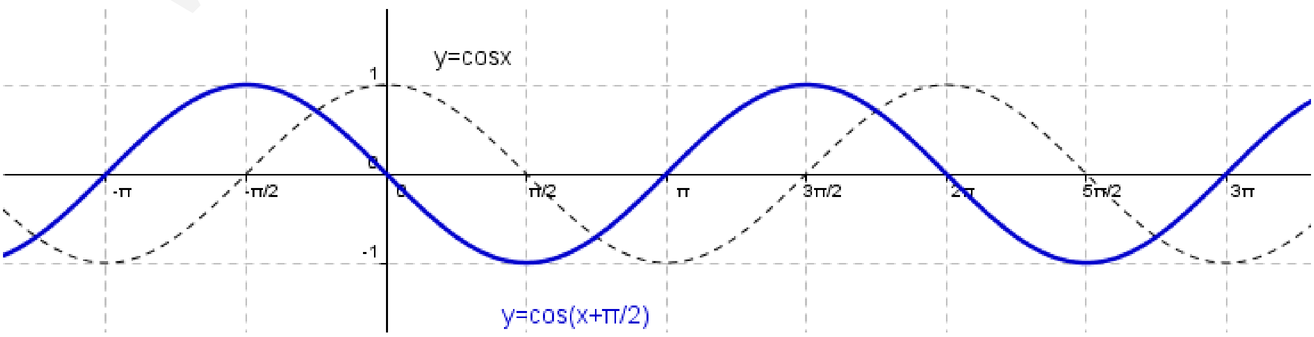
k) $f(x) = senx - 1 \rightarrow y = senx$ trasladada verticalmente 1 unidad hacia abajo.



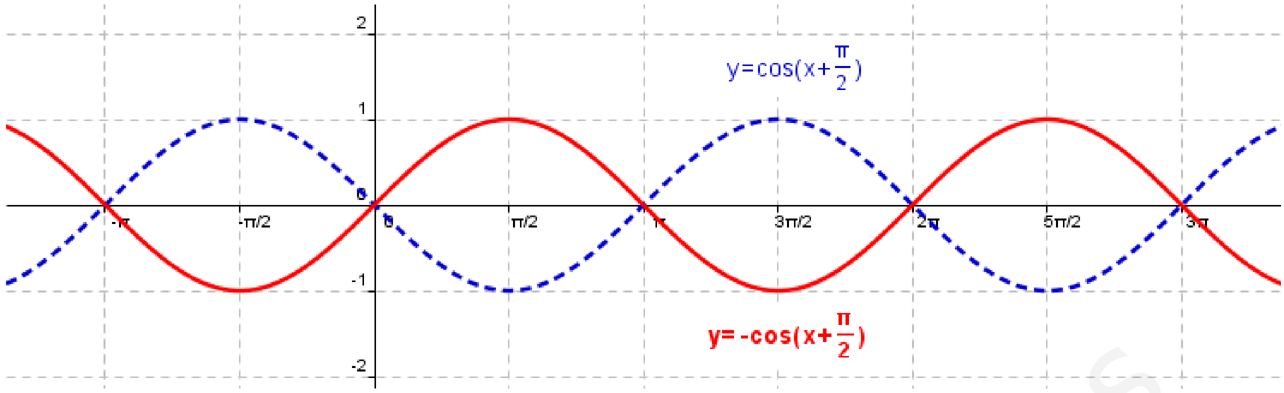
t) $f(x)=sen\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)-1 \rightarrow y=senx$ trasladada horizontalmente $\dfrac{\pi}{2}$ unidades a la izquierda y 1 unidad hacia abajo.



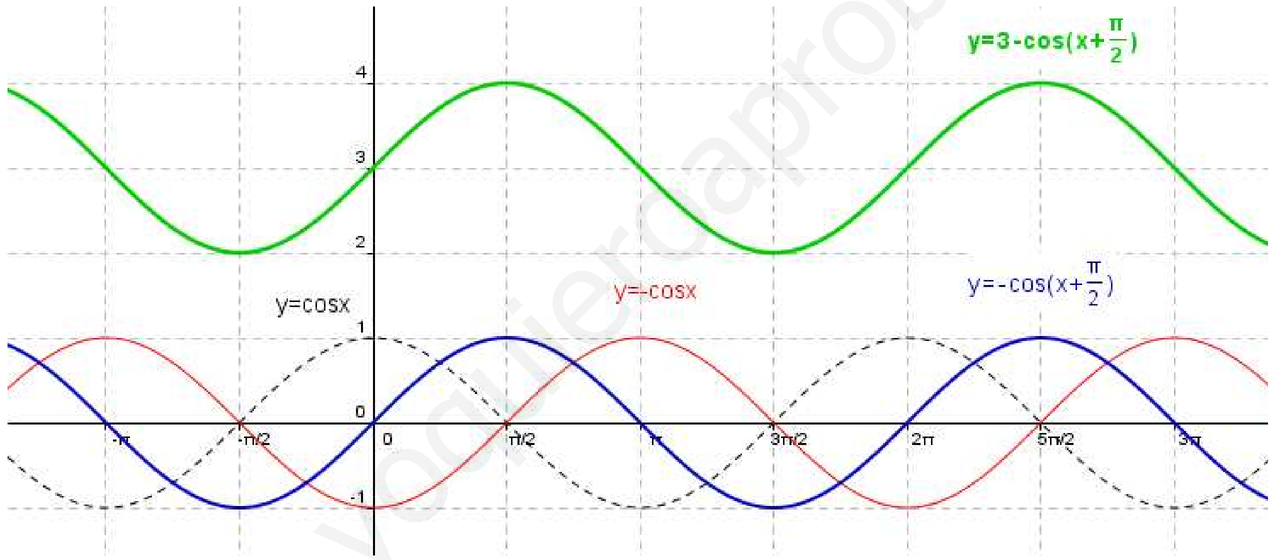
d) $f(x)=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right) \rightarrow y=\cos x$ trasladada horizontalmente $\dfrac{\pi}{2}$ unidades a la izquierda



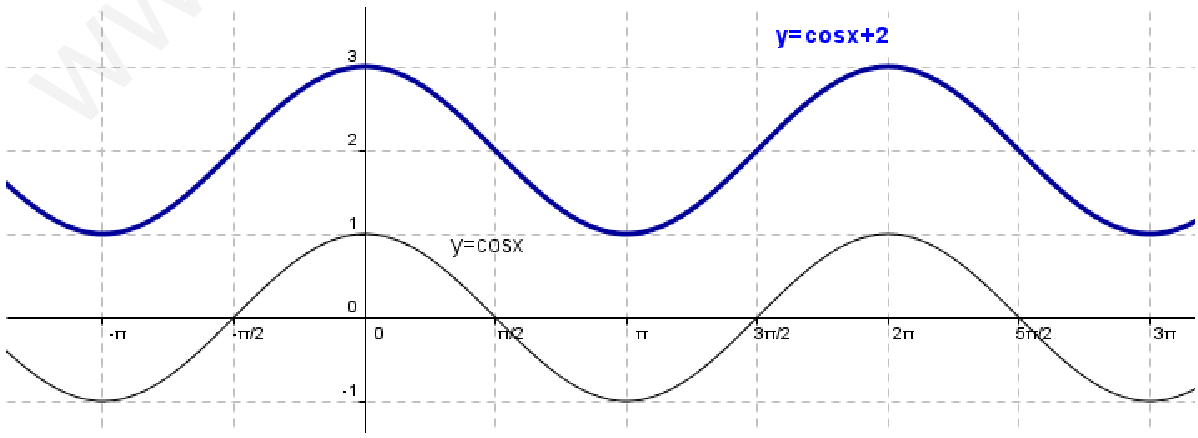
e) $f(x)=-\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ es la simétrica de la función del apartado **d)** respecto al eje OX



f) $f(x)=3-\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)+3 \rightarrow$ es la función del apartado **e)** trasladada verticalmente 3 unidades hacia arriba.

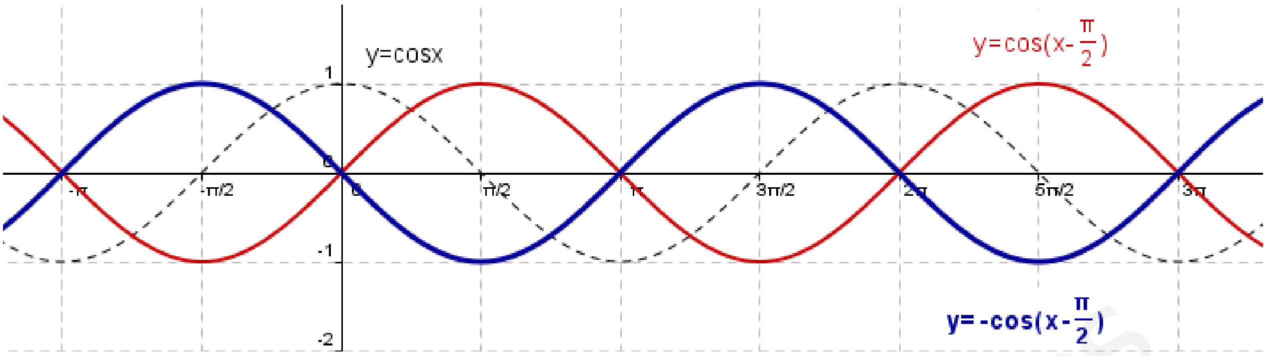


l) $f(x)=\cos x+2 \rightarrow y=\cos x$ trasladada verticalmente 2 unidades hacia arriba

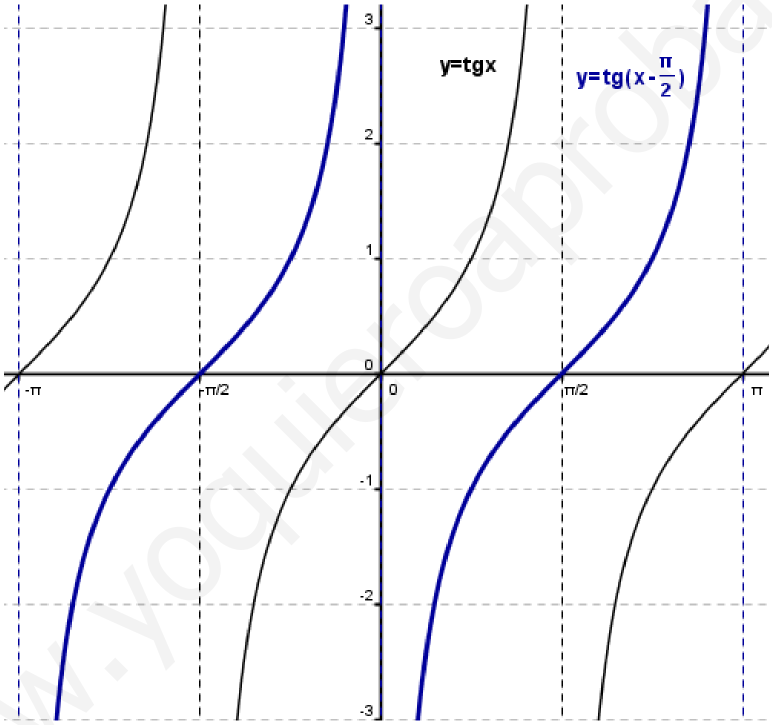


u) $f(x)=-\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ es la simétrica de la función $y=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ respecto al eje OX.

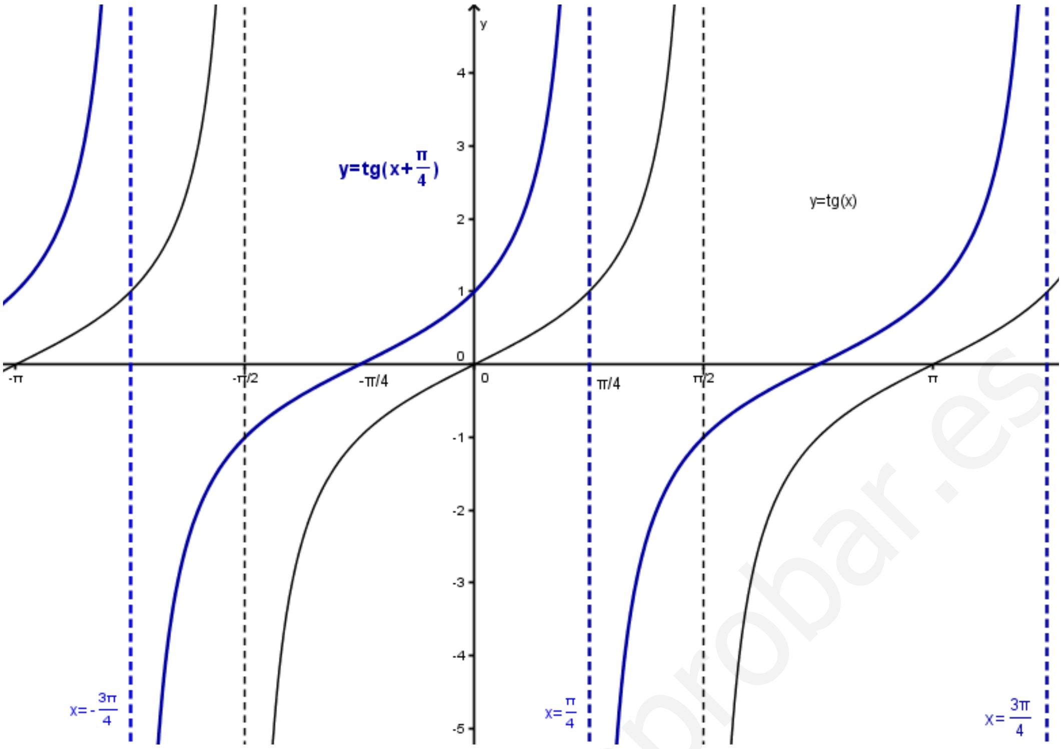
$y=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right) \rightarrow y=\cos x$ trasladada horizontalmente $\dfrac{\pi}{2}$ unidades a derecha.



i) $f(x) = tg\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) \rightarrow$ es la función $y = tgx$ trasladada horizontalmente $\dfrac{\pi}{2}$ a la derecha

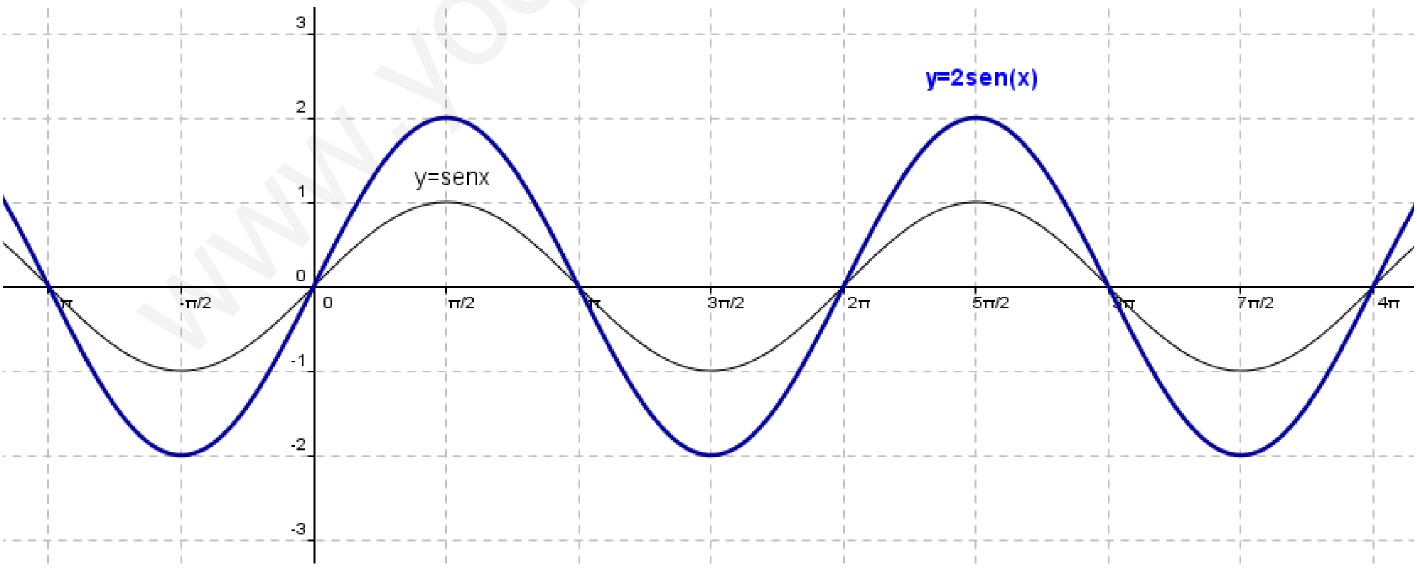


j) $f(x) = tg\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) \rightarrow$ es la función $y = tgx$ trasladada horizontalmente $\dfrac{\pi}{4}$ a la izquierda



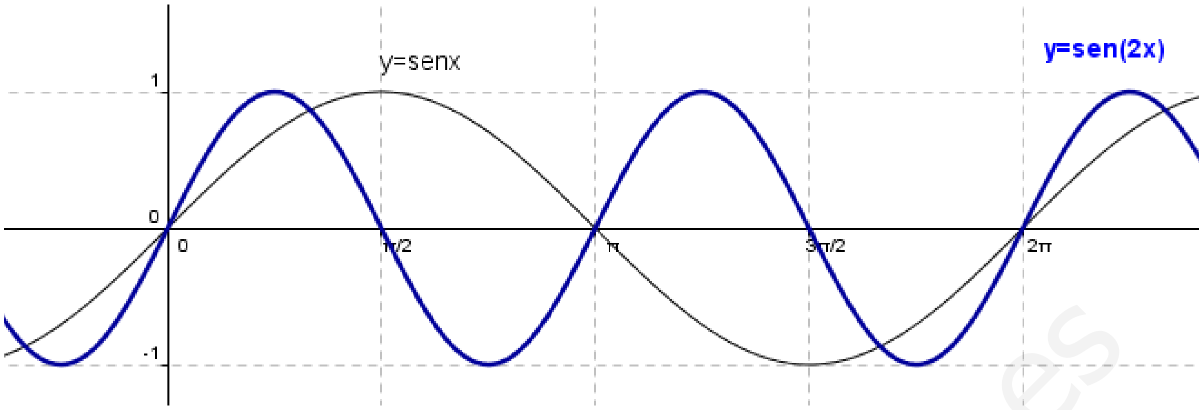
m) $f(x) = 2 \cdot sen\, x \to$ Se obtiene a partir de la función $y = sen\, x$ por una dilatación vertical (se modifica su recorrido $\mathrm{Re}c(f) = [-2,2]$)

$$y = sen\, x \to \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1,1] \end{cases} \qquad f(x) = 2 \cdot sen\, x \to \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-2,2] \end{cases}$$



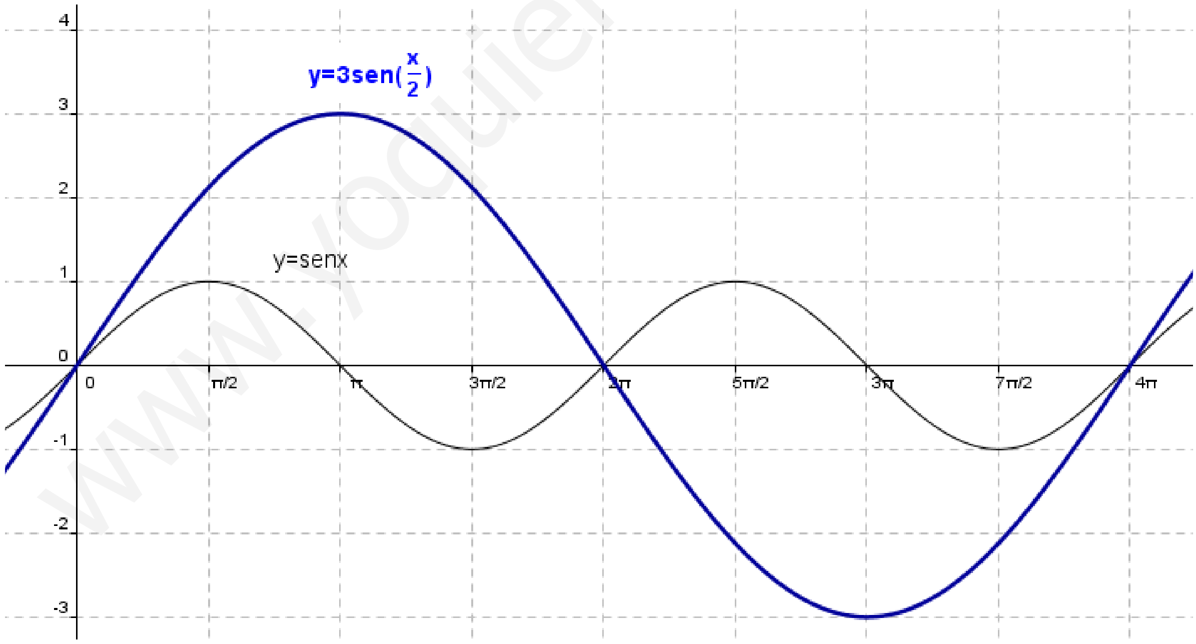
o) $f(x) = sen(2x) \to$ Se obtiene a partir de la función $y = sen\, x$ por una contracción horizontal (se modifica su periodo $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$)

$$y = sen\, x \to \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1,1] \end{cases} \qquad f(x) = 2 \cdot sen\, x \to \begin{cases} T = \pi \\ \text{Recorrido} = [-1,1] \end{cases}$$



r) $f(x) = 3 \cdot sen\left(\dfrac{x}{2}\right) \rightarrow$ Se obtiene a partir de la función $y = sen\,x$ por una dilatación vertical (se modifica su recorrido $\mathrm{Re}\,c(f) = [-3,3]$) y una dilatación horizontal (se modifica su periodo $T = \dfrac{2\pi}{1/2} = 4\pi$)

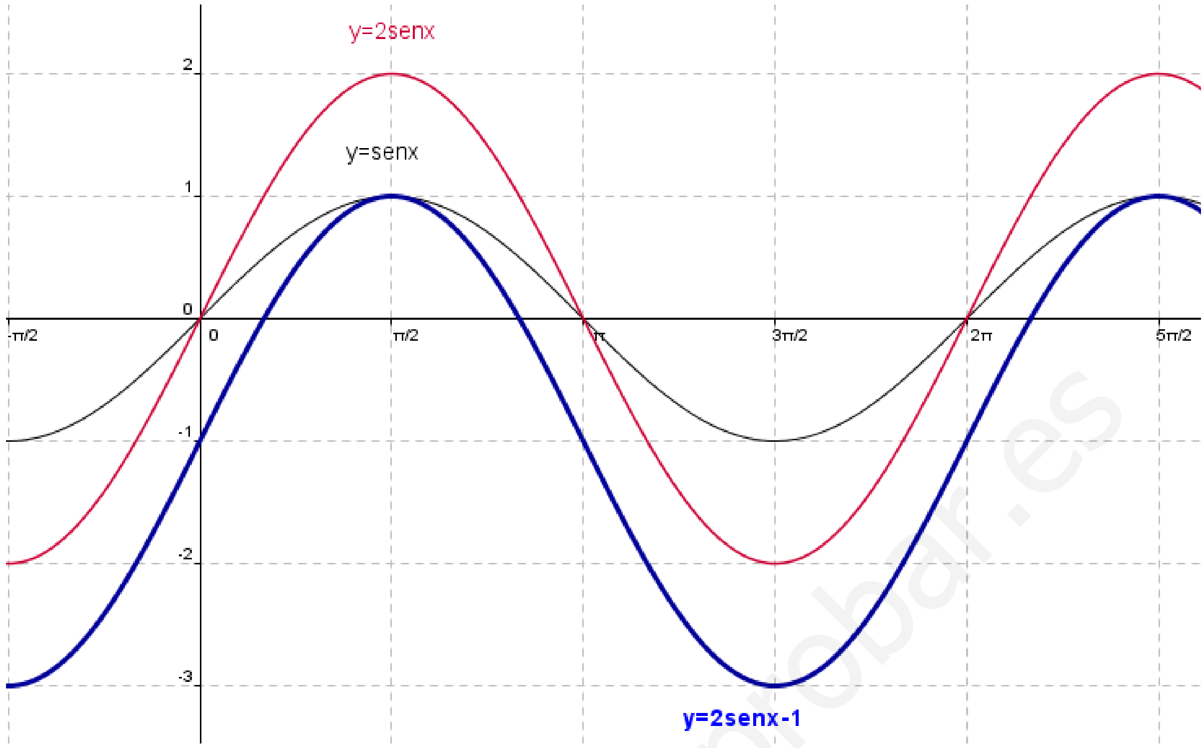
$$y = sen\,x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1,1] \end{cases} \qquad f(x) = 2 \cdot sen\,x \rightarrow \begin{cases} T = 4\pi \\ \text{Recorrido} = [-3,3] \end{cases}$$



s) $f(x) = 2 \cdot sen\,x - 1$

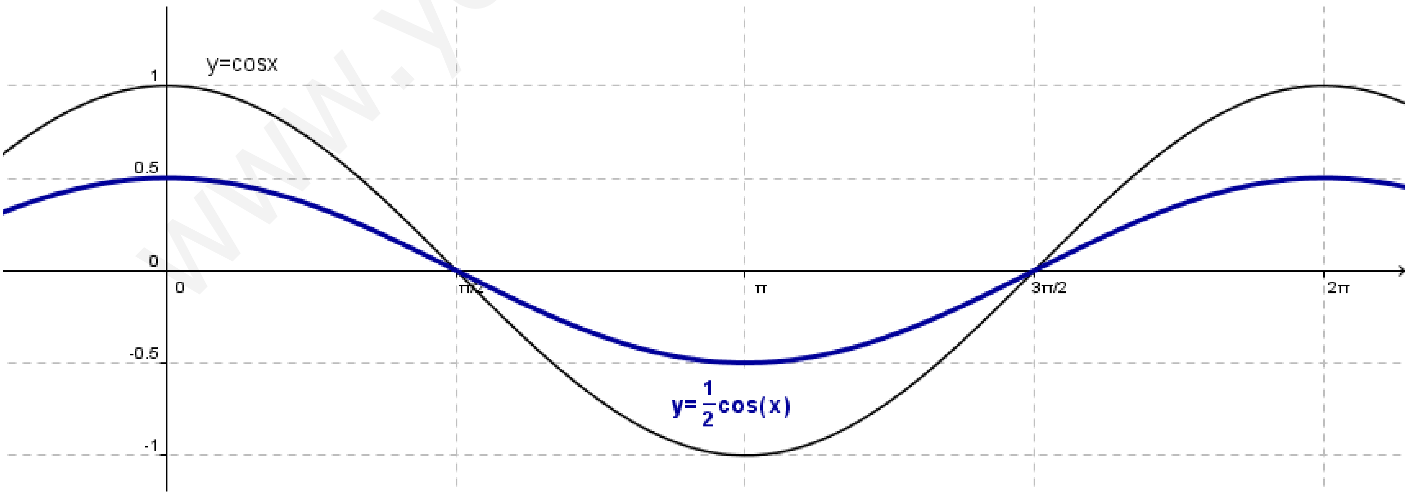
- $y = 2 \cdot sen\,x$ se obtiene a partir de $y = sen\,x$ por una dilatación vertical (se modifica su recorrido ($\mathrm{Re}\,c(y = 2senx) = [-2,2]$)
- $f(x) = 2 \cdot sen\,x - 1$ se obtiene a partir de $y = 2 \cdot sen\,x$ por una traslación vertical de 1 unidad hacia abajo ($\mathrm{Re}\,c(f) = [-3,1]$)

$$y = sen\ x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1,1] \end{cases} \qquad f(x) = 2 \cdot sen\ x - 1 \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-3,1] \end{cases}$$



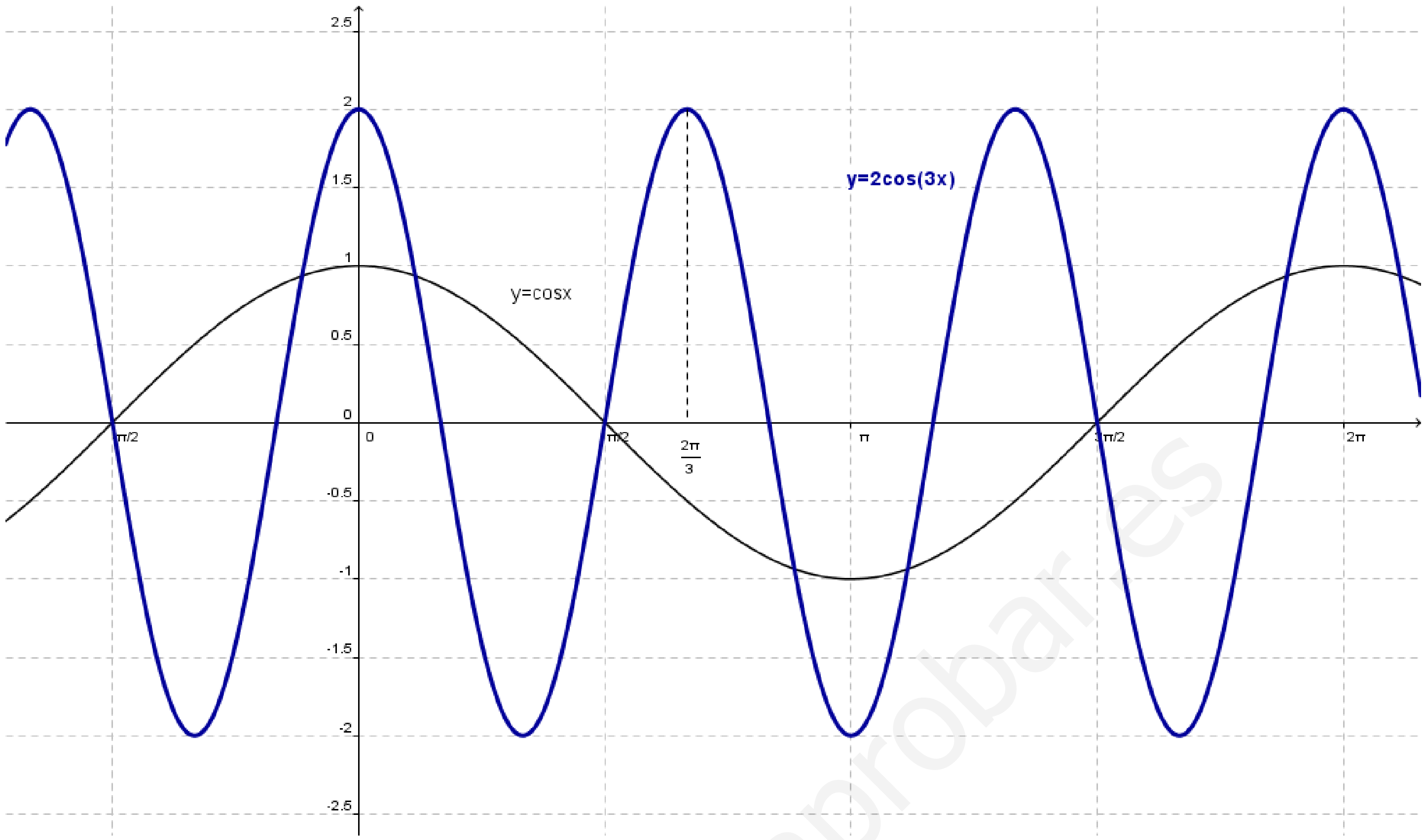
n) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos x \rightarrow$ se obtiene a partir de la función $y = \cos x$ por una contracción vertical (se modifica su $\text{Re}c(f) = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$)

$$y = \cos x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1,1] \end{cases} \qquad f(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \end{cases}$$



p) $f(x) = 2 \cdot \cos(3x) \rightarrow$ Se obtiene a partir de la función $y = \cos x$ por una dilatación vertical (se modifica su recorrido $\text{Re}c(f) = [-2,2]$) y una contracción horizontal (se modifica su periodo $T = \frac{2\pi}{3}$)

$$y = \cos x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1,1] \end{cases} \qquad f(x) = 2 \cdot \cos(3x) \rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{3} \\ \text{Recorrido} = [-2,2] \end{cases}$$



q) $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot \cos(2x) \rightarrow$ Se obtiene a partir de la función $y = -\cos x$ por una contracción vertical (se modifica su recorrido $\mathrm{Rec}(f) = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$) y una contracción horizontal (se modifica su periodo $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$)

$$y = -\cos x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1,1] \end{cases} \qquad f(x) = -\frac{1}{2} \cdot \cos(2x) \rightarrow \begin{cases} T = \pi \\ \text{Recorrido} = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \end{cases}$$

A su vez, $y = -\cos x$ es la simétrica de $y = \cos x$ respecto al eje OX.