

EXAMEN DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

1. Dado el triángulo de vértices $A(-3,1)$, $B(-1,-1)$, $C(3,3)$ halla las ecuaciones de sus mediatrices. (3 puntos)

2. Halla k para que las rectas de ecuaciones:

$$r: x + ky + 2k = 0$$

$$s: (k-1)x + y + 1 = 0 \quad \text{sean perpendiculares.}$$

(1,5 puntos)

3.- Dado el triángulo de vértices $A(-2,1)$, $B(5,4)$, $C(2,-3)$.

a) Halla su área.

b) Halla su perímetro.

c) Halla el ángulo en A .

(3 puntos)

4.- Halla el punto simétrico del $A(3,-2)$ respecto de la recta $r: x-2y+1=0$.

(2,5 puntos)

SOLUCIONES

1. **A(-3,1), B(-1,-1), C(3,3)** halla las ecuaciones de sus mediatrices

Lado AB: punto A(-3,1), pendiente: $m = \frac{-1-1}{-1+3} = -1$

Punto medio M : $\left(\frac{-3-1}{2}, \frac{1-1}{2}\right) \rightarrow M(-2,0)$

Pendiente de la perpendicular: $m = 1$

Ecuación de la mediatriz del lado AB:

$$y = 0 + 1(x + 2) \rightarrow y = x + 2$$

Lado AC: punto A(-3,1), pendiente: $m = \frac{3-1}{3+3} = \frac{1}{3}$

Punto medio N : $\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{1+3}{2}\right) \rightarrow N(0,2)$

Pendiente de la perpendicular: $m = -3$

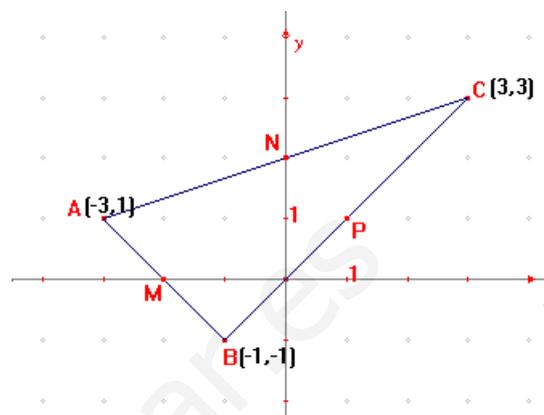
Ecuación de la mediatriz del lado AC:

$$y = 2 - 3(x - 0) \rightarrow y = -3x + 2$$

Lado BC: punto B(-1,-1), pendiente: $m = \frac{-1-3}{-1-3} = 1$ Pendiente de la perpendicular: -1

Punto medio P : $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) \rightarrow P(1,1)$

Ecuación de la mediatriz del lado BC: $y = 1 - 1(x - 1) \rightarrow y = -x + 2$



2. $r: x + ky + 2k = 0 \rightarrow \vec{n}(1,k)$

$s: (k-1)x + y + 1 = 0 \rightarrow \vec{n}'(k-1,1)$ para que sean perpendiculares las dos rectas también tienen que serlo los vectores normales, es decir, que su producto escalar

tiene que ser 0: $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0 \Rightarrow 1(k-1) + k = 0 \Rightarrow 2k - 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

3.- **A(-2,1), B(5,4), C(2,-3).**

a) Halla su área.

Para ello necesitamos una base y la altura correspondiente, vamos a tomar la base AC y la altura BP.

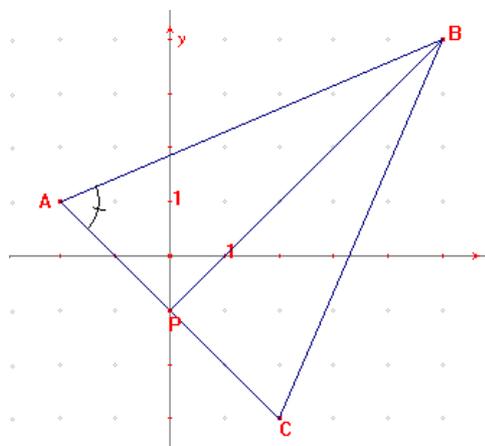
$$d(A,C) = \sqrt{(2+2)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{32}$$

para hallar la altura, necesitamos la ecuación de la recta AC, para después hallar la distancia del punto B a dicha recta

Ecuación de AC: punto A(-2,1)

pendiente $m = \frac{-3-1}{2+2} = -1$

$$\rightarrow y = 1 - 1(x + 2) \rightarrow y = -x - 1 \rightarrow x + y + 1 = 0$$



$$h = d(B, AC) = \frac{|5+4+1|}{\sqrt{5^2+4^2}} = \frac{10}{\sqrt{41}} \rightarrow A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10\sqrt{32}}{2\sqrt{41}} = 4,42 \text{ u.a.}$$

b) Halla su perímetro: suma de las longitudes de sus lados:

lado AC (hecho antes) mide $\sqrt{32}$

$$\text{lado AB: } d(A, B) = \sqrt{(5+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{58}$$

$$\text{lado BC: } d(B, C) = \sqrt{(5-2)^2 + (4+3)^2} = \sqrt{58} \rightarrow P = \sqrt{32} + 2\sqrt{58} \text{ u.l.}$$

c) Halla el ángulo en A, necesitamos los vectores de dirección de AC y de AB:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{AC} = (2+2, -3-1) = (4, -4) \\ \vec{AB} = (5+2, 4-1) = (7, 3) \end{array} \right\} \rightarrow \cos A = \frac{|4 \cdot 7 - 4 \cdot 3|}{\sqrt{4^2 + (-4)^2} \sqrt{7^2 + 3^2}} = \frac{16}{\sqrt{32} \sqrt{58}}$$

$$\text{ángulo en A: } \hat{A} = \arccos \frac{16}{8\sqrt{29}} = 68^\circ 12'$$

4.- Halla el punto simétrico del $A(3, -2)$ respecto de la recta r: $x-2y+1=0$.

Trazamos la perpendicular a r pasando por A, es la recta que pasa por el punto $A(3, -2)$ y tiene vector de dirección el vector normal de r $\rightarrow \vec{d}(1, -2)$

$$r' \equiv \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases} \text{ y ahora hallamos su intersección con}$$

r (punto P), y este punto es el punto medio del segmento AA' , con lo que podremos hallar el punto pedido A'

$$3 + t - 2(-2 - 2t) + 1 = 0 \rightarrow 5t + 8 = 0 \rightarrow t = -\frac{8}{5}$$

$$P = \begin{cases} x = 3 - \frac{8}{5} = \frac{7}{5} \\ y = -2 + \frac{16}{5} = \frac{6}{5} \end{cases} \rightarrow P\left(\frac{7}{5}, \frac{6}{5}\right) = \left(\frac{3+x}{2}, \frac{-2+y}{2}\right) \rightarrow \begin{cases} \frac{7}{5} = \frac{3+x}{2} \\ \frac{6}{5} = \frac{-2+y}{2} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} 14 = 15 + 5x \\ 12 = -10 + 5y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} -1 = 5x \\ 22 = 5y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{22}{5} \end{array} \right\} \rightarrow A' = \left(-\frac{1}{5}, \frac{22}{5}\right)$$

