

EXAMEN BLOQUE ÁLGEBRA

1.- Halla, sin hacer uso de la calculadora, el valor de los siguientes logaritmos:

- $\log_6(\sqrt{2}\sqrt{3})$
- $\log_2(0,25)$ (1 punto)

2.- Expresa en forma de intervalo y representa gráficamente los números reales x que cumplan la condición $|x+1| \geq 2$ (1 punto)

3.- Halla el término general de la sucesión **1, -2, 3, -4, ...** (0,5 puntos)

4.- Escribe razonadamente el valor de los límites de las sucesiones siguientes:

- $a_n = 5 - \frac{1}{n^3} \quad n \geq 1$
- $b_n = \frac{2n-3}{1-n} \quad n > 1$ (1 punto)

5.- Halla la suma de los 15 primeros términos y la suma de los infinitos términos de una sucesión geométrica a_n de razón $\frac{1}{2}$ y cuyo primer término es $a_1 = 3$.

(1,25 puntos)

6.- Resuelve las ecuaciones:

(3 puntos)

a) $\sqrt{x+1} - 2 = \frac{x}{8}$

b) $\log(x+3) - \log(x-6) = 1$

c) $\frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} - \frac{x+6}{x-6}$

7.- Clasifica y resuelve, si es posible, el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y + 2z = 5 \\ -x + y - z = 1 \\ 5x - 3y + 4z = -2 \end{array} \right\} \quad (1 \text{ punto})$$

8.- Halla la solución, si existe, del siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 9x^2 - 4 > 0 \\ 2(-3x+1) \leq -2 \end{array} \right\} \quad (1,25 \text{ puntos})$$

SOLUCIONES

1.- Halla, sin hacer uso de la calculadora, el valor de los siguientes logaritmos:

- $\log_6(\sqrt{2}\sqrt{3}) = \log_6 \sqrt{6} = \frac{1}{2} \log_6 6 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$
- $\log_2(0,25) = \log_2 \frac{25}{100} = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 1 - \log_2 2^2 = 0 - 2 \log_2 2 = -2$

2.- Expresa en forma de intervalo y representa gráficamente los números reales x que cumplan la condición $|x+1| \geq 2$

$$|x+1| \geq 2 \begin{cases} x+1 \geq 2 \rightarrow x \geq 1 \\ x+1 \leq -2 \rightarrow x \leq -3 \end{cases} \quad \text{Intervalo: } (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$$

gráficamente:



3.- Halla el término general de la sucesión 1, -2, 3, -4, ... $a_n = (-1)^{n+1}n$

4.- Escribe razonadamente el valor de los límites de las sucesiones siguientes:

- $a_n = 5 - \frac{1}{n^3} \quad n \geq 1 \quad a_{100} = 5 - 10^{-6} \rightarrow \lim a_n = 5 - 0 = 5$
- $b_n = \frac{2n-3}{1-n} \quad n > 1 \quad b_{100} = \frac{197}{-99} \approx -1,989 \rightarrow \lim b_n = -2$

5.- Halla la suma de los 15 primeros términos y la suma de los infinitos términos de una sucesión geométrica a_n de razón $\frac{1}{2}$ y cuyo primer término es $a_1 = 3$.

$$S_{15} = \frac{a_{15} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - a_1}{\frac{1}{2} - 1} \quad a_{15} = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{14} = \frac{3}{2^{14}}$$

$$S_{15} = \frac{\frac{3}{2^{14}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 3}{\frac{1}{2} - 1} = \left(\frac{3}{32768} - 3\right) : \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{98301}{32768} : \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{98301}{16384}$$

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{3}{1-\frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$$

6.-a) $\sqrt{x+1} - 2 = \frac{x}{8} \rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{x}{8} + 2 \rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = \left(\frac{x+16}{8}\right)^2 \rightarrow x+1 = \frac{(x+16)^2}{64}$

$$64(x+1) = x^2 + 32x + 256 \rightarrow x^2 + 32x + 256 - 64x - 64 = 0$$

$$x^2 - 32x + 192 = 0 \rightarrow x = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 768}}{2} = \frac{32 \pm 16}{2} = \left\langle \begin{matrix} 24 \\ 8 \end{matrix} \right.$$

Comprobamos:

$$\sqrt{24+1}-2 = \frac{24}{8} \rightarrow 5-2=3 \rightarrow \text{SI}$$

$$\sqrt{8+1}-2 = \frac{8}{8} \rightarrow 3-2=1 \rightarrow \text{SI} \quad \text{Soluciones: } 48 \text{ y } 8$$

$$\text{b) } \log(x+3) - \log(x-6) = 1 \rightarrow \log \frac{x+3}{x-6} = \log 10 \rightarrow \frac{x+3}{x-6} = 10$$

$$x+3 = 10(x-6) \rightarrow x+3 = 10x-60 \rightarrow -9x = -63 \rightarrow x = 7 \text{ VÁLIDA}$$

$$\text{c) } \frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} - \frac{x+6}{x-6} \rightarrow \text{m.c.m} = 6(x-6)$$

$$\frac{6x}{6(x-6)} - \frac{3(x-6)}{6(x-6)} = \frac{x(x-6)}{6(x-6)} - \frac{6(x+6)}{6(x-6)} \rightarrow 6x - 3x + 18 = x^2 - 6x - 6x - 36$$

$$x^2 - 15x - 54 = 0 \rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 4 \cdot 54}}{2} = \frac{15 \pm 21}{2} = \begin{cases} 18 \\ -3 \end{cases} \text{ VÁLIDAS LAS DOS}$$

7.- Clasifica y resuelve, si es posible, el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y + 2z = 5 \\ -x + y - z = 1 \\ 5x - 3y + 4z = -2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -x + y - z = 1 \\ (1^a \leftrightarrow 2^a) \ 3x - y + 2z = 5 \\ 5x - 3y + 4z = -2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (2^a + 3 \cdot 1^a) \\ (3^a + 5 \cdot 1^a) \end{array} \right. \rightarrow \left. \begin{array}{l} -x + y - z = 1 \\ 2y - z = 8 \\ 2y - z = 3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} -x + y - z = 1 \\ (3^a - 2^a) \rightarrow 2y - z = 8 \\ 0 = -5 \end{array} \right\} \text{ Sistema INCOMPATIBLE}$$

8.- Halla la solución, si existe, del siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 9x^2 - 4 > 0 \\ 2(-3x+1) \leq -2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} (3x-2)(3x+2) > 0 \\ -6x+2 \leq -2 \end{array} \right\} -6x \leq -4 \rightarrow x \geq \frac{2}{3}$$



$$\text{Solución: } \left(\frac{2}{3}, +\infty \right)$$