EXAMEN DE CÁLCULO 1º BACHILLERATO

EJERCICIO 1 Halla a y b para que la función f(x) sea continua en x = -2 y en x = 1 . ¿Sería globalmente continua? Justifica la respuesta.

$$f(x) = \begin{cases} ax+4 & si\ x \leq -2 \\ bx^2 - ax + 1 & si -2 < x \leq 1 \\ 2x+b & si\ x > 1 \end{cases}$$

EJERCICIO 2 Dadas las funciones f (x) = $\frac{2-3x}{2x+5}$ **y g (x) =** $\frac{1}{x+1}$ **,**

a) **Halla y simplifica las expresiones de (f o g)(x)**
b) **Halla la expresión de la función inversa de f(x).**

EJERCICIO 3 Halla los siguientes límites :

a) $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^2+2x+1}$

EJERCICIO 4

a) **Halla la derivada de la función f (x) = $2x^2 - 3x + 4$ utilizando la definición.**
b) **Halla las derivadas de las siguientes funciones y simplifica las expresiones obtenidas.**

B1) y = ln ($\frac{x}{x+1}$ **)** **B2) y =** x^2e^{4x} **B3) y =** $\frac{x^2}{(2x+1)^3}$

EJERCICIO 5 Representa gráficamente la función y = $3x^4 - 4x^3$.

EJERCICIO 6 Haz una representación aproximada de la función f (x) = $\frac{x^2}{2-x}$ **a partir de su dominio, los cortes con los ejes de coordenadas y de sus asíntotas.**

SOLUCIÓN

EJERCICIO 1

$lim_{x\to -2^-} f(x) = lim_{x\to -2^+} f(x) \to lim_{x\to -2}(ax+4) = lim_{x\to -2}(bx^2 - ax + 1)$

De aquí resulta la ecuación : - 2a + 4 = 4b + 2a + 1 → 3 = 4a + 4b (*)

$lim_{x\to 1^-} f(x) = lim_{x\to 1^+} f(x) \to lim_{x\to 1}(bx^2 - ax + 1) = lim_{x\to 1}(2x + b)$

De quí resulta la ecuación : b – a + 1 = 2 + b → a = - 1 y sustituyendo en (*), 3 = -4 + 4b → b = 7/4

La función es globalmente continua por serlo en x = -2 y x = 1 y por ser sus diferentes partes funciones polinómicas que son siempre continuas.

EJERCICIO 2

a) $x \to \frac{1}{x+1} \to \frac{2-\frac{3}{x+1}}{\frac{2}{x+1}+5} = \frac{2x+2-3}{2+5x+5} = \frac{2x-1}{5x+7}$ = (f o g)(x)

b) $\frac{2-3x}{2x+5}$ = y → $\frac{2-3y}{2y+5}$ = x → 2 – 3y = 2xy + 5x → 2 – 5x = 2xy + 3y → 2 – 5x = y (2x + 3)

y = $f^{-1}(x) = \frac{2-5x}{2x+3}$

EJERCICIO 3

a) $lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = lim_{x\to 3} \frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = lim_{x\to 3} \frac{x+1-4}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}$

$= lim_{x\to 3} \frac{1}{(\sqrt{x+1}+2)} = 1/4$

b) $lim_{x\to -1} \frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^2+2x+1} = lim_{x\to -1} \frac{(x+1)^3}{(x+1)^2} = lim_{x\to -1} (x+1) = 0$

EJERCICIO 4

a) $f'(x) = lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = lim_{h\to 0} \frac{2(x+h)^2-3(x+h)+4-2x^2+3x-4}{h} =$

$lim_{h\to 0} \frac{2x^2+4xh+2h^2-3x-3h+4-2x^2+3x-4}{h} = lim_{h\to 0} \frac{4xh+2h^2-3h}{h} =$

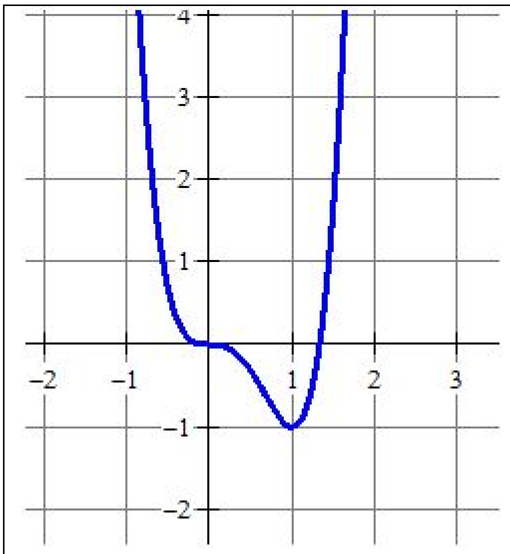
$lim_{h\to 0} (4x + 2h - 3) = 4x - 3$

b) $y = \ln x - \ln(x+1) \to y' = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-x}{x^2+x} = \frac{1}{x^2+x}$

$y' = 2xe^{4x} + 4x^2e^{4x}$

$y' = \frac{2x(2x+1)^3 - 3(2x+1)^2.2.x^2}{(2x+1)^6} = \frac{2x(2x+1) - 6.x^2}{(2x+1)^4} = \frac{2x - 2x^2}{(2x+1)^4}$

EJERCICIO 5



DOMINIO R

CORTES EJES

Eje X x = 0, 4/3 Eje Y y = 0

ASÍNTOTAS No hay (es un polinomio)

$lim_{x\to\infty}$f(x) = $lim_{x\to-\infty}$f(x) = +∞

CRECIMIENTO y' = $12x^3 - 12x^2 = 12x^2$ (x – 1) = 0 si x = 0, x = 1

-	0	-	1	+	y'
↘	0	↘	1	↗	y

EXTREMOS RELATIVOS Mínimo en (1 , - 1)

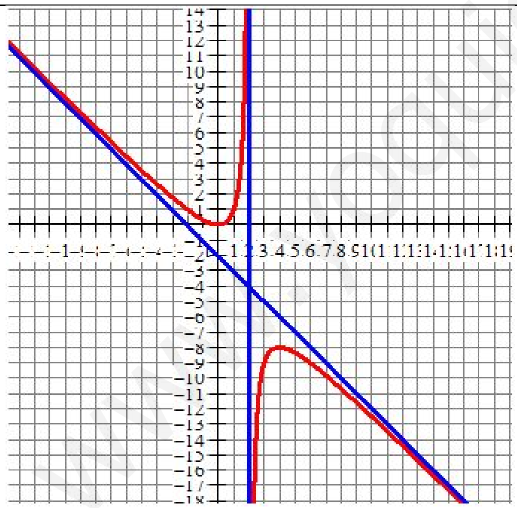
CURVATURA y '' = $36x^2$ – 24 x = 12x (3x – 2)

Y'' = 0 si x = 0, 2/3

+	0	-	2/3	+	y''
∪	0	∩	2/3	∪	y

Puntos de inflexión en (0, 0) y (2/3, -48/91)

EJERCICIO 6



Dominio : R – 2

Cortes ejes : (0, 0)

Asíntotas :

Verticales: x = 2

$lim_{x\to2^-} f(x) = +\infty$

$lim_{x\to2^+} f(x) = -\infty$

Horizontales: No hay ya que

$lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

$lim_{x-\infty} f(x) = +\infty$

Oblicuas : m = $lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2}{2x-x^2}$ = -1

n = $lim_{x\to\pm\infty}(\frac{x^2}{2-x}$ + x) =

= $lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+2x-x^2}{2-x}$ = -2

La asíntota es y = - x - 2