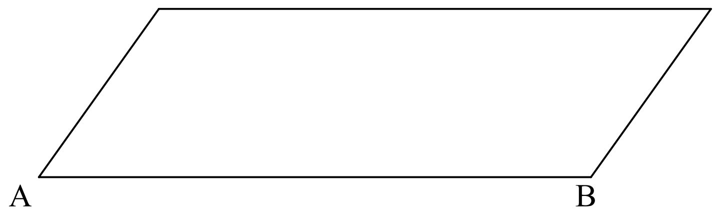
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

1º) En el siguiente paralelogramo, $senA = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Hallar las razones trigonométricas del ángulo B.



Solución: $senB = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos B = -\frac{1}{2}$; $tgB = -\sqrt{3}$.

2º) Haciendo uso de la calculadora, ver que:
sen 35º 43´=0.5838;
cos 24º 15´=0.9118;
El ángulo α tal que sen α = 0.3941 es $\alpha \approx 23º13'$;
El ángulo α tal que cos α = 0.5680 es $\alpha \approx 55º23'$.

3º) Se sabe que $tg\alpha = \frac{5}{4}$. Determina: a) $tg(2\alpha)$, b) $\cos(2\alpha)$, c) $\cos ec(2\alpha)$.

Solución: a) $\frac{-40}{9}$, b) -0.22, c) 1.03.

4º) Se sabe que $\sec\alpha = 3$ y que $3\frac{\pi}{2} \le \alpha \le 2\pi$. Determina: a) $sen(\frac{\alpha}{2})$, b) $\cos(\frac{\alpha}{2})$, c) $tg(\frac{\alpha}{2})$, d) $\cot g(\frac{\alpha}{2})$

Solución: a) -0.58, b) 0.82 c) -0.71, d) -1.40.

5º) Determina el valor de las siguientes expresiones:
a) $sen^2(2x) + \cos^2(2x)$
b) $sen^2(4x) + \cos^2(4x)$
Solución: a) 1, b) 1.

6º) Simplificar:
a) $sen^2\alpha + \cos^2\alpha + tg^2\alpha$; b) $\cos x \cdot sen^2 x + \cos^3 x - \cos x$; c) $\frac{1-\cos(2x)}{tgx + \cot gx}$; d) $\frac{2tgx}{1+tg^2 x}$; e) $\frac{1}{tgx + \cot gx}$; f) $\frac{\cos^2 x \cdot \cos ecx}{1-\cos^2 x}$; g) $\frac{sen2x}{1+\cos 2x}$.

Solución: a) $\sec^2 x$; b) 0; c) $2sen^3 x \cdot \cos x$; d) sen(2x); e) cosx senx; f) $\frac{\cos^2 x}{sen^3 x}$; g) tg x.

7º) Demostrar que:
   a) tgx=cotgx-2cotg2x.
   b) $\frac{tga}{tg2a - tga} = \cos 2a$.
   c) Si los ángulos A,B y C suman 180º, se tiene que $\frac{\cos(A-B) - \cos C}{2\cos A} = \cos B$.

8º) Calcula el sen 3x, cos 3x, sen 4x, cos 4x en función de x.
Solución: $sen3x = 3senx - 4sen^3 x$, $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$,
$sen4x = (4senx - 8sen^3 x)\cdot\sqrt{1-sen^2 x}$, $\cos 4x = 1 - 8sen^2 x + 8sen^4 x$.

9º) Resuelve las ecuaciones y sistemas de ecuaciones trigonométricas:

a) $sen^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}$.

b) $sen2x \cdot \cos x = 6sen^3 x$.

c) $\cos 8x + \cos 6x = 2 \cdot \cos 210º \cdot \cos x$.

d) $\cos^2 x \cdot tgx = -\frac{1}{2}$

e) cosx-senx=0

f) $2sen^2 x - senx = 0$

g) $\cos(2x) + \cos x = 2$

h) $\cos x \cdot \cos(2x) + \cos^2 x = 0$

i) $\cos(4x) = sen2x$

j) cos2x-cos6x=sen5x+sen3x

k) $sen2x \cdot \cos x = 6sen^3 x$

l) $\begin{cases} senx + seny = 1 \\ 2x + 2y = 180º \end{cases}$.

m) $\begin{cases} senx + seny = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \\ senx - seny = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \end{cases}$.

Solución: a) $x = \begin{cases} 60º+180º \cdot k \\ 120º+180º \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in Z$;

b) $x = \begin{cases} 0º+360º \cdot k \\ 180º+360º \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in Z; x = \begin{cases} 150º+360º \cdot k \\ 330º+360º \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in Z$;

c) $x = \begin{cases} 90º+360º \cdot k \\ 270º+360º \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in Z$; x=30º; d) x= 45º +360º$\cdot k \quad \forall k \in Z$;

e) x= 45º +180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; f) x= 180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; x= 30º +360º$\cdot k \quad \forall k \in Z$;
x= 150º +360º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; g) x= 360º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; h) x= 90º +180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$;
i) x= 15º +180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; x= 75º +180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; x= 135º +180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$;
j) x=45º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; x= 90º +180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; x= 30º +360º$\cdot k \quad \forall k \in Z$;
x= 150º +360º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; k) x= 180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$; x= 30º +180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$;
x= 150º +180º$\cdot k \quad \forall k \in Z$;
l) x=0º, y=90º; x=90º, y=0º.
m) $x = \begin{cases} 60º+360º \cdot k \\ 120º+360º \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in Z; y = \begin{cases} 30º+360º \cdot k \\ 150º+360º \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in Z$.

10º) Resolver el triángulo de lados a=3cm., b=6cm., c= 4cm. Hallar también su área.
Solución: $\hat{A} = 26º23'; \hat{B} = 117º17'; \hat{C} = 36º20'; S = 5{,}33cm^2$.

11º) Dos automóviles parten de un mismo punto por dos carreteras diferentes, que forman un ángulo de 45º entre sí, a velocidades de 50 km/h y 70 km/h respectivamente. Suponiendo que la velocidad de los dos automóviles es uniforme, ¿a qué distancia se encuentran uno del otro al cabo de 2 horas?

Solución: 99km.

12º) Calcula la altura de un semáforo, sabiendo que desde un cierto punto A se ve bajo un ángulo de 60º y si nos alejamos 40 metros se ve bajo un ángulo de 30º.

Solución: $20\sqrt{3}$ m.

13º) Se va a construir un túnel por una montaña desde A hasta B. Un punto C en la montaña que es visible desde A y desde B se encuentra a 3800m de A y a 5500m de B, y el ángulo C mide 60º. ¿Cuál es la longitud del túnel?

Solución: 4877.5 m.

14º) Los lados de un triángulo miden 9,10 y 11 cm. Respectivamente. Calcula lo que mide el ángulo menor de dicho triángulo, así como el valor de su área.

Solución: 50º28´44´´, 42.42cm^2.

15º) Desde dos puntos A y B situados en la misma orilla de un río y distantes entre sí 80m se observa un punto C, situado en la orilla opuesta, bajo ángulos de 60º y 45º, respectivamente. Calcula las distancias desde los puntos A y B hasta el punto C.

Solución: Las distancias pedidas son 71,73m. y 58,56m.

16º) En una de las orillas de un río hay un pedestal de 60 m de altura sobre el que se apoya una estatua de 9 m de altura. Halla la anchura x del río, sabiendo que desde un punto A, situado en la orilla opuesta frente al pedestal, se ve la estatua bajo el mismo ángulo que se vería a un hombre de 1.80m, situado delante del pedestal.

Solución: 32.17m.

17º) Una calle mide 12m de ancha. Desde el punto medio de la misma se observan los aleros de sendos edificios de alturas H y h bajo ángulos 2β y β, respectivamente. En el caso de que los ángulos sean de 60º y 30º, calcula H y h. Encuentra la relación general que liga a las alturas H y h, y comprueba que las alturas calculadas anteriormente verifican la relación general.

Solución: H=10.39m, h= 3.46m, $h = \dfrac{6\sqrt{36+H^2} - 36}{H}$.