

1.-(1.5. Puntos) Determinar las asíntotas horizontales de la función:

$$f(x) = 2\sqrt{2x-1} \cdot (\sqrt{4x^3+2} - \sqrt{4x^3+x})$$

2. (1.5 Puntos) ¿Es  $x=2^+$ , asíntota vertical de la función  $f(x) = \left(\frac{-x^2+5x-6}{x-2}\right)^{\frac{1}{3x-6}}$

3.- (2 Puntos) Estudiar la continuidad en  $x=-2$ . Indicando, si procede, el tipo de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{-x^2-x+2} & x < -2 \\ \frac{x^2+6x+8}{3x^2+3x-6} & x > -2 \end{cases}$$

4.- (2 Puntos) ¿Dada la función  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^4 - 1}$  a) Estudiar donde es continua, y en sus puntos de discontinuidad razona el tipo de que se trata b) Determinar sus asíntotas horizontales y verticales

5.- (1.5 Puntos) ¿Hallar  $k$  y  $p$  para que la función sea continua en  $x=1$ , razonando el proceso:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+k}{x^2-1} & x \neq 1 \\ p & x = 1 \end{cases}$$

6.- (1.5 Puntos) ¿Esbozar una función  $f(x)$  que cumpla las siguientes condiciones, Indicando el tipo de discontinuidad que tiene en los puntos  $x=-1, 1$  y  $2$

1.  $\text{Dom}f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$
2.  $\text{Im}g = (-\infty, -2] \cup [0, \infty)$
3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
4.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$
5.  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$  ;  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$
6.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$
7. Asíntota por el  $-\infty$   $y=-2$

no 1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2\sqrt{2x+1} \cdot (\sqrt{4x^3+2} - \sqrt{4x^3+x}) = \infty \cdot [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{2x+1} (4x^3+2 - 4x^3-x)}{\sqrt{4x^3+2} + \sqrt{4x^3+x}}$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{2x+1} \cdot (2-x)}{\sqrt{4x^3+2} + \sqrt{4x^3+x}} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{2x+1} \cdot \left( \frac{2}{x} - \frac{x}{x} \right)}{\sqrt{\frac{4x^3}{x^3} + \frac{2}{x^3}} + \sqrt{\frac{4x^3}{x^3} + \frac{x}{x^3}}} = \frac{2\sqrt{2}(-1)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Asintota horizontal cuando  $x \rightarrow +\infty$  es  $y = -\sqrt{2}/2$ .

No tiene asintota horizontal  $x \rightarrow -\infty$  pues la raíces no están definidas ( $\sqrt{\quad}$ )

no 2)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{-x^2+5x-6}{x-2} \right)^{\frac{1}{3x-6}} = \left[ \frac{0}{0} \right]^\infty = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ \frac{-(x-2)(x-3)}{(x-2)} \right]^{\frac{1}{3x-6}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3-x)^{\frac{1}{3x-6}} = [1^\infty] =$

$= \lim_{x \rightarrow 2^+} (1+2-x)^{\frac{1}{3x-6}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( 1 + \frac{1}{\frac{2-x}{1}} \right)^{\frac{1}{3x-6}} = e^{\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2-x)-1}{3(x-2)}} = e^{\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2-x)-1}{3(x-2)}} = e^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{e} = \frac{3}{e}$

No tiene asintota vertical pues la función no tiende a  $\infty$  cuando  $x \rightarrow 2^+$ .

### no 3) Continuidad (Estudio)

no 1)  $f(-2) = \text{no existe}$ .

no 2)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{-x^2-x+2} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2+5-9}{-(x-1)(x+2)(\sqrt{x^2+5}+3)} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x-2)(x+4)}{-(x-1)(x+2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

$= \frac{-4}{-9} = \frac{4}{9}$

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2+6x+8}{3x^2+9x-6} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x+2)(x+4)}{3(x-1)(x+2)} = \frac{2}{-9} = -\frac{2}{9}$

no 3) Como  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\frac{2}{9}$  y  $f(-2)$  no existe  $\Rightarrow$  Discontinuidad Evitable en  $x = -2$ .

no 4)  $f(x) = \frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1}$  Don  $f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 1\} \Rightarrow$  La función es continua en todos los reales menos en  $x = -1$  y  $x = 1$  al ser cociente de polinomios (función continua)

(2)  $x^4-1=0 \Rightarrow x^4=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

no 1)  $x=1$   $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+x-1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$

|   |    |   |    |    |    |   |    |   |
|---|----|---|----|----|----|---|----|---|
| 1 | -1 | 1 | -1 | 1  | 0  | 0 | 1  | 1 |
| 1 | 1  | 0 | 1  | 1  | 1  | 1 | 1  | 0 |
| 1 | 0  | 1 | 0  | -1 | -1 | 0 | -1 | 1 |
|   |    |   |    | 1  | 0  | 1 | 0  |   |

En  $x=1$  como tiene límite Discontinuidad Evitable.

no 2)  $x=-1$   $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1} = \left[ \frac{-4}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+1}$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x+1} = +\infty$  Discontinuidad de Salto Infinito

$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x+1} = -\infty$

(b) Asíntotas verticales  $x = -1$

Asíntotas horizontales  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^4 - 1} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = 0$   
 $y = 0$

(hº5) Continua en  $x = 1$

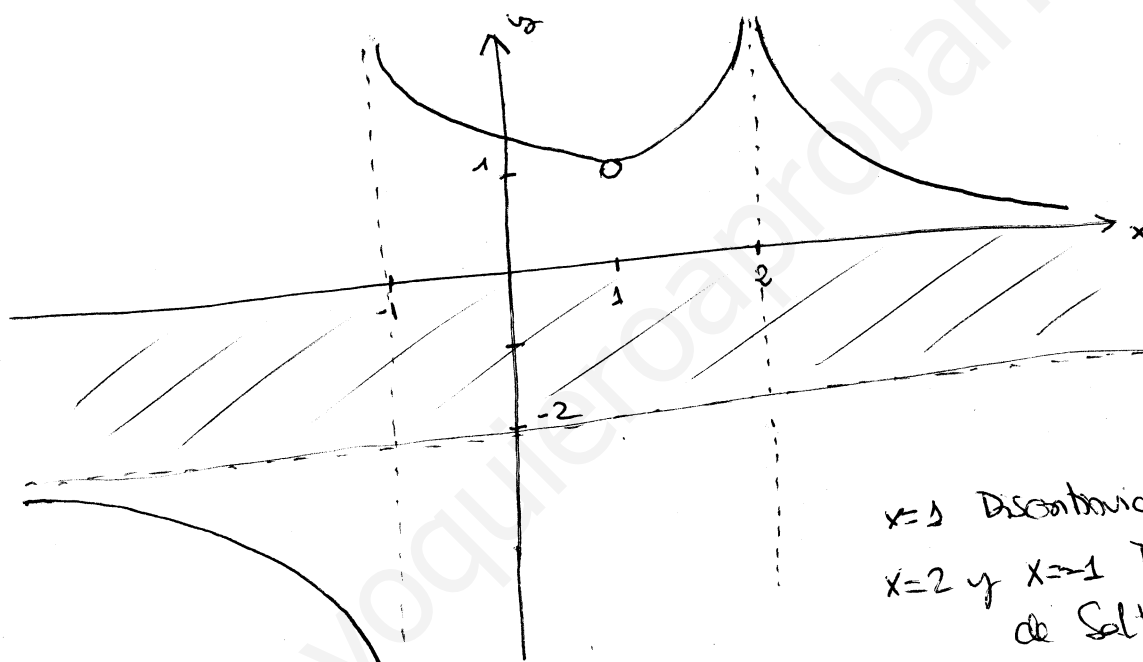
1)  $f(1) = P$       2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + k}{x^2 - 1} = \frac{-4 + k}{0} \Rightarrow$  para ser continua  $\Rightarrow$

$\frac{-4 + k}{0} = P \Rightarrow \underline{k = 4}$

3) Si  $k = 4$       1)  $f(1) = P$       2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-3}{2}$   
después para ser continua  $f(1) = P = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{3}{2} \Rightarrow P = -\frac{3}{2}$

Solución:  $k = 4$  y  $P = -\frac{3}{2}$

(hº6)



$x = 1$  Discontinuidad Evitable  
 $x = 2$  y  $x = -1$  Discontinuidad de Salto infinito