ECUACIONES RACIONALES

3) $$\frac{5}{x(x+1)}+\frac{1}{x-5}=\frac{6}{(x+1)(x-5)}$$

Veamos para qué valores se anulan los denominadores:

$x(x+1)=0$ para $x=0,-1$.
$x-5=0$ para $x=5$
$(x+1)(x-5)=0$ para $x=-1,5$

Luego la solución no puede ser ni: $0,-1,5$.

Por tanto $\forall x\in\mathbb{R}$ $x\neq 0,-1,5$ los denominadores ~~están bien de~~ no se anulan.

Efectuamos las operaciones:

$$\frac{5(x-5)+x(x+1)}{x\cancel{(x+1)}\cancel{(x-5)}}=\frac{6}{\cancel{(x+1)(x-5)}}$$

$$\frac{5x-25+x^2+x}{x}=6 \ldots$$

$$\cancel{6x}-25+x^2=\cancel{6x}$$

$$x^2=25 \Rightarrow x=\pm\sqrt{25}\ \begin{cases} x_1=5 \\ x_2=-5 \end{cases}$$

Son las "CANDIDATAS" a solución, pero $x_1=5$ no sirve como solución porque anula al menos a uno de los denominadores, por tanto la única solución VÁLIDA es $\boxed{x_2=-5}$

9) $\frac{2}{x}+\frac{x}{2}+\frac{4x+4}{3x+2}=\frac{3x^2}{6x+4}-1$

Los valores que anulan a los denominadores son:

$$\left.\begin{array}{ll} x=0 & \\ 3x+2=0 & x=-\frac{2}{3} \\ 6x+4=0 & x=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3} \end{array}\right\} x=0\,,\,-\frac{2}{3}$$

Luego $\forall x\in\mathbb{R}$ $x\neq 0\,,\,-\frac{2}{3}$ los denominadores no se anulan, las fracciones estarán bien definidas.

$$\frac{2(3x+2)2+x^2(3x+2)+2x(4x+4)}{2x(3x+2)}=\frac{3x^2-6x-4}{6x+4}$$

$$\frac{12x+8+3x^3+2x^2+8x^2+8x}{\cancel{2}x\cancel{(3x+2)}}=\frac{3x^2-6x-4}{\cancel{2}\cancel{(3x+2)}}$$

$$\frac{3x^3+20x+10x^2+8}{x}=3x^2-6x-4$$

$$3x^3+20x+10x^2+8=x(3x^2-6x-4)$$

$$\cancel{3x^3}+20x+10x^2+8=\cancel{3x^3}-6x^2-4x$$

$$16x^2+24x+8=0 \quad (\text{simplifico por } 8)$$

$$2x^2+3x+1=0$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-8}}{4}=\frac{-3\pm 1}{4}=\begin{cases} \boxed{x_1=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}} \\ \boxed{x_2=-1} \end{cases}$$

Son válidas ambas soluciones puesto que no ANULAN a ninguno de los denominadores.

10) $$\frac{x+1}{x} = \frac{7}{x^2-x} + \frac{7x}{1-x}$$

$$\frac{x+1}{x} = \frac{7}{x(x-1)} + \frac{7x}{1-x}$$

Los valores que anulan a los denominadores son:

$$\left.\begin{array}{l} x=0 \\ x(x-1)=0 \Rightarrow x=0,1. \\ 1-x=0 \Rightarrow x=1 \end{array}\right\}$$

Luego $\forall x \in \mathbb{R}$ $x \neq 0, 1$. las fracciones están bien definidas porque no se anulan los denominadores.

$$\frac{x+1}{\cancel{x}} = \frac{7-7x^2}{\cancel{x}(x-1)}$$

$$(x+1)(x-1) = 7-7x^2$$

$$x^2-1 = 7-7x^2$$

$$8x^2 = 8$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

La solución $x_1=1$ NO ES VÁLIDA puesto que anula a uno de los denominadores, por tanto la única solución válida es $\boxed{x_2=-1}$

12) $$\frac{9}{2x-6}-\frac{1}{2x-4}=\frac{18}{(2x-6)(2x-4)}$$

Los valores que anulan a los denominadores son:

$$2x-6=0 \Rightarrow x=3$$

$$2x-4=0 \Rightarrow x=2$$

$$(2x-6)(2x-4)=0 \left\langle \begin{array}{l} 2x-6=0 \Rightarrow x=3 \\ 2x-4=0 \Rightarrow x=2 \end{array} \right.$$

Luego $\forall x \in \mathbb{R}$ $x \neq 2,3$ las fracciones estarán bien definidas porque los denominadores no se anulan

$$\frac{9(2x-4)-(2x-6)}{\cancel{(2x-6)}\cancel{(2x-4)}}=\frac{18}{\cancel{(2x-6)}\cancel{(2x-4)}}$$

$$18x-36-2x+6=18$$

$$16x-30=18$$

$$16x=48$$

$$x=\frac{48}{16}=3 \qquad x=3$$

La única "candidata" a solución es $x=3$ pero no es válida puesto que anula a uno de los denominadores al menos. Luego la ecuación no tiene solución.

ECUACIONES RACIONALES

Ecuaciones Racionales.

Son aquellas en las que aparecen fracciones algebraicas. El cuidado que tenemos que tener es que las soluciones no sean valores que anulen al denominador, puesto que para que una fracción esté bien definida el denominador no debe de anularse.

Ej: Resolver las siguientes ecuaciones racionales: 4º.

7) $$\frac{5x^2}{x^2-16}+\frac{8}{x-4}=\frac{3x}{x+4}$$

Para que esté bien definida $x \neq 4, -4$ que son los valores que anulan los denominadores.

$$\frac{5x^2}{(x+4)(x-4)}+\frac{8}{x-4}=\frac{3x}{x+4}$$

$$\frac{5x^2+8(x+4)}{(x+4)(x-4)}=\frac{3x}{x+4}$$

$$\frac{5x^2+8x+32}{\cancel{(x+4)}(x-4)}=\frac{3x}{\cancel{x+4}}$$

$x \neq -4$ el factor $x+4 \neq 0$

$$5x^2+8x+32=3x(x-4)$$

$$5x^2+8x+32=3x^2-12x$$

$$2x^2+20x+32=0 \quad \text{(Ecuación 2º Grado).}$$

$$x^2+10x+16=0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2-4\cdot 16}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100-64}}{2} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-10 \pm 6}{2} \left\langle \begin{array}{l} x_1 = -2 \\ \\ x_2 = -8 \end{array} \right.$$

Realmente $x_1 = -2$ y $x_2 = -8$ son soluciones de la ecuación porque no anulan a ningún denominador.

2) $$\frac{x+2}{x+3} + \frac{2x-4}{x-3} = 3 + \frac{6}{x^2-9}$$

El valor de "x": $x \neq 3, -3$

$$\frac{(x+2)(x-3)+(2x-4)(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{3x^2-27+6}{x^2-9}$$

$$\frac{\cancel{x^2}-\cancel{3x}+\cancel{2x}-6+\cancel{2x^2}+6x-4x-12}{(x+3)(x-3)} = \frac{3x^2-27+6}{x^2-9}$$

$$\frac{3x^2+x-18}{\underbrace{\cancel{(x+3)(x-3)}}_{\neq 0}} = \frac{3x^2-21}{\cancel{(x+3)(x-3)}}$$

$$\cancel{3x^2}+x-18 = \cancel{3x^2}-21$$

$$x = -3 \quad \text{"CANDIDATA"}$$

La única candidata a solución no nos sirve, no es realmente solución de la ecuación, puesto que anula a uno de los denominadores. Por tanto la ecuación de partida no tiene solución.

$$4)\quad \frac{x}{x+6}+\frac{2x-15}{x-9}=\frac{45}{(x+6)(x-9)} \qquad x\neq -6,\ 9.$$

$$\frac{x(x-9)+(2x-15)(x+6)}{\cancel{(x+6)}\cancel{(x-9)}}=\frac{45}{\cancel{(x+6)}\cancel{(x-9)}}$$

$$x^2-9x+2x^2+12x-15x-90=45$$

$$3x^2-12x-135=0$$

$$x^2-4x-45=0$$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot(-45)}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{16+180}}{2}=$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{196}}{2}=\frac{4\pm 14}{2}\ \begin{cases} x_1=9 \\ x_2=-5\end{cases}$$

$x_1 = 9 \rightarrow$ NO ES SOLUCIÓN PQ ANULA A UN DENOMINADOR

CONCLUSIÓN: La única solución es $x=-5$

$$1)\quad \frac{5}{x-2}+\frac{16}{x-5}+3=0$$

Para que esté bien definida: $x\neq 2,\ 5$.

$$\frac{5(x-5)+16(x-2)+3(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-5)}=0$$

$$\frac{5x-25+16x-32+(3x-6)(x-5)}{(x-2)(x-5)}=0$$

$$\frac{\cancel{21x} - 57 + 3x^2 - \cancel{15x} - \cancel{6x} + 30}{(x-2)(x-5)} = 0$$

$$\frac{3x^2 - 27}{(x-2)(x-5)} = 0$$

$$3x^2 - 27 = 0 \cdot (x-2)(x-5)$$

$$3x^2 - 27 = 0$$

$$3x^2 = 27$$

$$x = \sqrt{\frac{27}{3}}$$

$$x = \sqrt{9}$$

$$x = \begin{cases} +3 \\ -3 \end{cases}$$

CONCLUSIÓN:
Las soluciones de la ecuación son $x = 3$ y $x = -3$

3) $$\frac{5}{x(x+1)} + \frac{1}{x-5} = \frac{6}{(x+1)(x-5)}$$

$$\frac{5(x-5) + x(x+1)}{x(x+1)(x-5)} = \frac{6}{(x+1)(x-5)}$$

$$\frac{5x - 25 + x^2 + x}{x(x+1)(x-5)} = \frac{6}{(x+1)(x-8)}$$

$$(x^2 + 6x - 25)\cancel{(x+1)}\cancel{(x-5)} = 6x\cancel{(x+1)}\cancel{(x-5)}$$

$$x^2 + \cancel{6x} - 25 = \cancel{6x}$$

4) $\dfrac{x}{x+6} + \dfrac{2x-15}{x-9} = \dfrac{45}{(x+6)(x-9)}$ $\quad x \neq -6, 9.$

$$\frac{x(x-9)+(2x-15)(x+6)}{\cancel{(x+6)}\cancel{(x-9)}} = \frac{45}{\cancel{(x+6)}\cancel{(x-9)}}$$

$$x^2 - 9x + 2x^2 + 12x - 15x - 90 = 45$$

$$3x^2 - 12x - 135 = 0$$

$$x^2 - 4x - 45 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\cdot(-45)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16+180}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{4 \pm 14}{2} \begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$x_1 = 9 \rightarrow$ NO ES SOLUCIÓN PQ ANULA A UN DENOMINADOR

CONCLUSIÓN: La única solución es $x = -5$

1) $\dfrac{5}{x-2} + \dfrac{16}{x-5} + 3 = 0$

Para que esté bien definida: $x \neq 2, 5.$

$$\frac{5(x-5) + 16(x-2) + 3(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-5)} = 0$$

$$\frac{5x - 25 + 16x - 32 + (3x-6)(x-5)}{(x-2)(x-5)} = 0$$

$$\frac{\cancel{21x} - 57 + 3x^2 - \cancel{15x} - \cancel{6x} + 30}{(x-2)(x-5)} = 0$$

$$\frac{3x^2 - 27}{(x-2)(x-5)} = 0$$

$$3x^2 - 27 = 0 \cdot (x-2)(x-5)$$

$$3x^2 - 27 = 0$$

$$3x^2 = 27$$

$$x = \sqrt{\frac{27}{3}}$$

$$x = \sqrt{9}$$

$$x = \begin{cases} +3 \\ -3 \end{cases}$$

CONCLUSIÓN:
Las soluciones de la ecuación son $x = 3$ y $x = -3$

3) $$\frac{5}{x(x+1)} + \frac{1}{x-5} = \frac{6}{(x+1)(x-5)}$$

$$\frac{5(x-5) + x(x+1)}{x(x+1)(x-5)} = \frac{6}{(x+1)(x-5)}$$

$$\frac{5x - 25 + x^2 + x}{x(x+1)(x-5)} = \frac{6}{(x+1)(x-8)}$$

$$(x^2 + 6x - 25)\cancel{(x+1)}\cancel{(x-5)} = 6x\cancel{(x+1)}\cancel{(x-5)}$$

$$x^2 + \cancel{6x} - 25 = \cancel{6x}$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

Para que esté bien definida "x" tiene que ser $\neq$ de $-1, 5, 0$

De las dos candidatas a solución solo nos quedamos con $x = -5$, ya que $x = 5$ no sirve al anular uno de los denominadores.

5) $$\frac{8-x}{2-x} - \frac{8+x}{x+2} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{(8-x)(x+2) - (8+x)(2-x)}{(2-x)(x+2)} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{8x + 16 - x^2 - 2x - (16 - 8x + 2x - x^2)}{(2-x)(x+2)} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{\cancel{-x^2} + 6x \cancel{+16} \cancel{-16} + 8x - 2x \cancel{+x^2}}{(2-x)(x+2)} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{12x}{(2-x)(x+2)} = \frac{9}{4}$$

$$12x \cdot 4 = 9(2-x)(x+2)$$

$$48x = (18 - 9x)(x+2)$$

$$48x = \cancel{18x} + 36 - 9x^2 - \cancel{18x}$$

$$9x^2 + 48x - 36 = 0$$

$$x = \frac{-48 \pm \sqrt{48^2 - 4\cdot 9\cdot(-36)}}{2\cdot 9} = \frac{-48 \pm \sqrt{2304 + 1296}}{18} =$$

$$= \frac{-48 \pm \sqrt{3600}}{18} = \frac{-48 \pm 60}{18} \begin{cases} x_1 = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{-108}{18} = -6 \end{cases}$$

Para que quede bien definida "x" tiene que ser distinta de 2, −2.

Las soluciones de esta ecuación son:

$$x = \frac{2}{3}, \quad x = -6$$

6) $1 + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2 - x - 2}$

Para que quede bien definida $x \neq -1, 2$

$$\frac{x+1+1}{\cancel{x+1}} = \frac{2}{(x-2)\cancel{(x+1)}}$$

$x^2 - x - 2 = 0$

$x_1 = 2$

$x_2 = -1$

$$(x+1+1)(x-2) = 2$$

$$(x+2)(x-2) = 2$$

$$x^2 - 4 = 2$$

$$x^2 = 6$$

$$x = \pm\sqrt{6}$$

Las soluciones de esta ecuación son:

$x = +\sqrt{6}$

$x = -\sqrt{6}$

9) $\dfrac{2}{x} + \dfrac{x}{2} + \dfrac{4x+4}{3x+2} = \dfrac{3x^2}{6x+4} - 1$

Para que la ecuación esté bien definida $x \neq -\frac{2}{3}$

$$\frac{4(3x+2) + x^2(3x+2) + 2x(4x+4)}{2x(3x+2)} = \frac{3x^2 - (6x+4)}{6x+4}$$

$$\frac{12x + 8 + 3x^3 + 2x^2 + 8x^2 + 8x}{\cancel{2}x\cancel{(3x+2)}} = \frac{3x^2 - 6x - 4}{\cancel{2}\cancel{(3x+2)}}$$

$$\frac{3x^3 + 10x^2 + 20x + 8}{x} = 3x^2 - 6x - 4$$

$$3x^3 + 10x^2 + 20x + 8 = x(3x^2 - 6x - 4)$$

$$\cancel{3x^3} + 10x^2 + 20x + 8 = \cancel{3x^3} - 6x^2 - 4x$$

$$10x^2 + 20x + 8 + 6x^2 + 4x = 0$$

$$16x^2 + 24x + 8 = 0$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Las soluciones de la ecuación son:

$x = -\frac{1}{2}$, $x = -1$.

10) $$\frac{x+1}{x}=\frac{7}{x^2-x}+\frac{7x}{1-x}$$

Los valores que anulan a los denominadores son:

$x=0$

$x^2-x=0 \rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0,1.$

$1-x=0 \Rightarrow x=1.$

$$\frac{x+1}{x}=\frac{7}{x(x-1)}+\frac{7x}{1-x}$$

$(1-x) \rightarrow$ Sacamos "−" factor común

$-\underbrace{(-1+x)}$

$$\frac{x+1}{x}=\frac{7+(-7x)x}{x(x-1)}$$

$-1+x=x-1$

$$\frac{x+1}{\cancel{x}}=\frac{7-7x^2}{\cancel{x}(x-1)}$$

$(x+1)(x-1)=7-7x^2$

$x^2-1=7-7x^2$

$x^2+7x^2-1-7=0$

$8x^2-8=0$

$8x^2=8$

$x^2=\frac{8}{8}$

$x^2=1 \Rightarrow x=\sqrt{1}$ $\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-1 \end{cases}$

La solución $x=1$ NO ES VÁLIDA puesto que anula a uno de los denominadores, por tanto la única solución válida es $x=-1$.

12) $$\frac{9}{2x-6} - \frac{1}{2x-4} = \frac{18}{(2x-6)(2x-4)}$$

$$\frac{9(2x-4)-(2x-6)}{\cancel{(2x-6)}\,\cancel{(2x-4)}} = \frac{18}{\cancel{(2x-6)}\,\cancel{(2x-4)}}$$

$$18x-36-2x+6=18$$

$$16x = 18+30$$

$$16x = 48$$

$$x = \frac{48}{16}$$

$$x = 3.$$

Para que la ecuación esté bien definida $x \neq 3, 2$
Como la única candidata a solución es $x = 3$
y ésta no nos sirve, la ecuación no tiene solución.

16) $$\frac{x^2-7x+13}{x-4} + \frac{2x-4}{x-1} = \frac{34}{x^2-5x+4}$$

$x-4=0 \quad x=4$

$x-1=0 \quad x=1$

$x^2-5x+4=0 \quad x=1,4$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad x \neq 1,4$ los denominadores no se anulan. ($\forall$ para todo)

$$\frac{(x-1)(x^2-7x+13)+(x-4)(2x-4)}{\cancel{(x-4)}\,\cancel{(x-1)}} = \frac{34}{\cancel{(x-4)}\,\cancel{(x-1)}}$$

$$x^3 - 7x^2 + 13x - x^2 + 7x - 13 + 2x^2 - 4x - 8x + 16 = 34$$

$$x^3 - 6x^2 + 8x - 31 = 0$$

21) $$\frac{2x+3}{x^2+3x+2} + \frac{2x+5}{(x+2)(x+3)} = \frac{x^2+6x+7}{x^2+4x+3}$$

$x^2+3x+2=0 \quad x=-2,-1$

$(x+2)(x+3)=0 \quad x=-2,-3$

$x^2+4x+3=0 \quad x=-3,-1$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad x \neq -1,-2,-3$ los denominadores no se anulan.

$$\frac{2x+3}{(x+2)(x+1)} + \frac{2x+5}{(x+2)(x+3)} = \frac{x^2+6x+7}{(x+3)(x+1)}$$

$$\frac{(x+3)(2x+3) + (x+1)(2x+5)}{(x+2)\cancel{(x+1)}\cancel{(x+3)}} = \frac{x^2+6x+7}{\cancel{(x+3)}\cancel{(x+1)}}$$

$$\frac{2x^2+3x+6x+9+2x^2+5x+2x+5}{(x+2)} = x^2+6x+7$$

$$\frac{4x^2+16x+14}{(x+2)} = x^2+6x+7.$$

$$4x^2+16x+14 = (x^2+6x+7)(x+2)$$

$$4x^2+16x+14 = x^3+2x^2+6x^2+12x+7x+14$$

$x^3+4x^2+3x=0$ Factorizar primer miembro.

$$x(x^2+4x+3)=0$$

1) $x=0$

2) $x^2+4x+3=0$

$x=-1,-3$.

CONCLUSIÓN:

Candidatas $x=0$ $\underbrace{x=-1, \quad x=-3}_{\text{NO SIRVEN}}$

La solución válida es $x=0$.

8) $\dfrac{x^3+6x}{3x+9} + \dfrac{3x^2+6x}{2x^2+9x+9} = \dfrac{2x^2+12x+9}{6x+9}$

Valores que anulan los denominadores:

$3x+9=0 \qquad x=-3$

$2x^2+9x+9 \qquad x=-\dfrac{3}{2} \;,\; x=-3$

$6x+9=0 \qquad x=-\dfrac{3}{2}$

$$\frac{x(x+6)}{3\cancel{(x+3)}} + \frac{3x(x+2)}{(2x+3)\cancel{(x+3)}} = \frac{2x^2+12x+9}{3\cancel{(2x+3)}}$$

$$\frac{(x^2+6x)(2x+3)+(3x^2+6x)3}{\cancel{3}\cancel{(2x+3)}(x+3)} = \frac{2x^2+12x+9}{\cancel{3}\cancel{(2x+3)}}$$

$$2x^3+3x^2+12x^2+18x+9x^2+18x = (x+3)(2x^2+12x+9)$$

$$\cancel{2x^3}+24x^2+36x = \cancel{2x^3}+12x^2+9x+6x^2+36x+27$$

$$24x^2 = 18x^2+9x+27$$

$$6x^2-9x-27=0$$

$$2x^2-3x-9=0$$

$$x=\frac{3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 2\cdot(-9)}}{2\cdot 2} = \frac{3\pm\sqrt{9+72}}{4} = \frac{3\pm 9}{4} =$$

$= \begin{cases} x_1 = 3 \Rightarrow \text{Sí es solución.} \\ x_2 = -\dfrac{6}{4} = -\dfrac{3}{2} \Rightarrow \text{No es solución} \end{cases}$

15) $$\frac{3}{(x-1)(x-4)}+\frac{1}{(x-5)(x-4)}=\frac{4}{x^2-6x+5}$$

Los valores de "x" que anulan a algún denominador son $x = 1, 4, 5$

$$\frac{3(x-5)+x-1}{(\cancel{x-1})(x-4)(\cancel{x-5})}=\frac{4}{(\cancel{x-5})(\cancel{x-1})}$$

$$3x-15+x-1=4(x-4)$$

$$\cancel{4x}-\cancel{16}=\cancel{4x}-\cancel{16}$$

$$0=0$$

Las soluciones de la ecuación se verifican para todos los valores de "x" distintos de 1, 4 y 5.

17) $$\frac{x}{x+4}=3+\frac{16}{x(x+4)}-\frac{2x+7}{x}$$

Los valores de "x" que anulan a algún deno minador son $x = -4, 0$.

$$\frac{x}{\cancel{x+4}}=\frac{3x(x+4)+16-(2x+7)(x+4)}{x(\cancel{x+4})}$$

$$x^2=3x^2+12x+16-(2x^2+8x+7x+28)$$

$$x^2=3x^2+1\cancel{2x}+16-\cancel{2x^2}-1\cancel{5x}-28$$

$$3\cancel{x^2}=\cancel{3x^2}-3x-12$$

$$0 = -3x - 12$$

$$3x = -12$$

$$x = -4$$

La única "candidata" a solución es $x = -4$ pero no podemos considerarla solución ya que anule a uno de los denominadores por lo que: LA ECUACIÓN NO TIENE SOLUCIÓN.

18) $$\frac{1}{x-5} + \frac{1}{(x-3)(x-5)} = \frac{-2}{(x+1)(x-3)}$$

Los valores de "x" que anulan a algún denominador son $x = 5, 3, -1$.

$$\frac{(x-3)+1}{(x-\cancel{3})(x-5)} = \frac{-2}{(x+1)(x-\cancel{3})}$$

$$(x-3+1)(x+1) = -2(x-5)$$

$$(x-2)(x+1) = -2x+10$$

$$x^2+x-\cancel{2x}-2 = -\cancel{2x}+10$$

$$x^2+x-12=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4\cdot(-12)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = 3 & \text{No es solución} \\ x_2 = -4 & \text{Sí es solución} \end{cases}$$

SOLUCIÓN $x = -4$.

19) $\dfrac{x^2-8x+16}{x-6} - \dfrac{x+4}{x-2} = \dfrac{16}{x^2-8x+12}$

Los valores de "x" que anulan a algún denominador son $x = 6, 2$

$$\frac{(x-4)^2(x-2)-(x+4)(x-6)}{\cancel{(x-6)}\cancel{(x-2)}} = \frac{16}{\cancel{(x-6)}\cancel{(x-2)}}$$

$$(x^2-8x+16)(x-2)-(x^2-6x+4x-24) = 16$$

$$x^3-\cancel{2x^2}-\cancel{8x^2}+\cancel{16x}+\cancel{16x}-32-\cancel{x^2}+\cancel{6x}-\cancel{4x}+24 = 16$$

$$x^3-11x^2+34x-24=0$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -11 & 34 & -24 \\
6 & & 6 & -30 & 24 \\
\hline
 & 1 & -5 & 4 & \boxed{0}
\end{array} \qquad x = 6$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = +1 \end{cases}$$

De las tres "candidatas" veamos cuales son soluciones de la ecuacion:

$x = 6$ No es solución

$x = 4$ Sí es solución

$x = +1$ Si es solución.

20) $$\frac{x^2+10x+25}{x+3} = \frac{16}{x^2+10x+21} = \frac{x+13}{x+7}$$

Los valores de "x" que anulan a algún denominador son: $x = -3, -7$

$$\frac{(x+5)^2}{x+3} = \frac{16}{(x+3)(x+7)} = \frac{x+13}{x+7}$$

No son 2 =, uno de los 2 es + o −