

ECUACIONES IRRACIONALES

Resolver las siguientes ecuaciones irracionales:

1) $\sqrt{x+4} = 7$

Elevamos al cuadrado ambos miembros: $x + 4 = 49 \Rightarrow x = 45$

Comprobación: $\sqrt{45+4} = 7$

Luego la solución de la ecuación es $x = 36$

2) $\sqrt[3]{3x+1} = -2$

Elevamos al cubo ambos miembros: $3x + 1 = -8 \Rightarrow 3x = -9 \rightarrow x = -3$

Comprobación: $\sqrt[3]{-9+1} = -2 \Rightarrow \sqrt[3]{-8} = -2$

Luego la solución de la ecuación es $x = -3$

3) $\sqrt{x+7} = 2x-1$

Elevamos al cuadrado ambos miembros: $x + 7 = (2x - 1)^2 \rightarrow x + 7 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 4x^2 - 5x - 6 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6)}}{2 \cdot 4} = \frac{5 \pm 11}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{5+11}{8} = 2 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \\ x_2 = \frac{5-11}{8} = \frac{6}{8} \Rightarrow x_2 = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Comprobación:

o Si $x = 2 \Rightarrow \sqrt{2+7} = 4-1 \Rightarrow 3=3$

o Si $x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{-\frac{3}{4}+7} = -\frac{6}{4}-1 \Rightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{10}{4} \Rightarrow \frac{5}{2} \neq -\frac{5}{2}$

La única solución de la ecuación es $x = 2$

4) $\sqrt{x+36} = 2 + \sqrt{x}$

Elevamos al cuadrado los dos miembros: $x + 36 = 4 + x + 4\sqrt{x}$

Despejamos la raíz y agrupamos términos semejantes: $32 = 4\sqrt{x} \rightarrow 8 = \sqrt{x} \Rightarrow x = 64$

Comprobación:

$$\sqrt{64+36} = 2 + \sqrt{64} \rightarrow 10 = 2 + 8$$

$$5) \sqrt[3]{2-x} = -2$$

Elevamos al cubo los dos miembros: $2 - x = -8 \Rightarrow \boxed{x=10}$

Comprobación:

$$\sqrt[3]{2-10} = -2 \Rightarrow \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$6) x - \sqrt{25-x^2} = 1$$

Despejamos la raíz: $x-1 = \sqrt{25-x^2}$

Elevamos al cuadrado: $(x-1)^2 = 25-x^2 \rightarrow x^2-2x+1 = 25-x^2 \rightarrow 2x^2-2x-24 = 0$

$$x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{1+7}{2} = 4 \Rightarrow \boxed{x_1 = 4} \\ x_2 = \frac{1-7}{2} = -3 \Rightarrow x_2 = -3 \end{cases}$$

Comprobación:

o Si $x = 4 \Rightarrow 4 - \sqrt{25-16} = 1 \rightarrow 4-3=1$

o Si $x = -3 \Rightarrow -3 - \sqrt{25-9} = 1 \rightarrow -3-4 \neq 1$

La única solución de la ecuación es $x = 4$

$$7) 5 - \sqrt{x} = \sqrt{1+2x}$$

$25 + x - 10\sqrt{x} = 1 + 2x \rightarrow 24 - x = 10\sqrt{x} \rightarrow x^2 - 48x + 576 = 100x \rightarrow x^2 - 148x + 576 = 0$

$$x = \frac{148 \pm \sqrt{148^2 - 4 \cdot 1 \cdot 576}}{2 \cdot 1} = \frac{148 \pm 140}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{148+140}{2} = 144 \Rightarrow x_1 = 144 \\ x_2 = \frac{148-140}{2} = 4 \Rightarrow \boxed{x_2 = 4} \end{cases}$$

Comprobación:

o Si $x = 4 \Rightarrow 5 - \sqrt{4} = \sqrt{1+8} \Rightarrow 5-2=3$

o Si $x = 144 \Rightarrow 5 - \sqrt{144} = \sqrt{1+288} \Rightarrow 5-12 \neq 17$

La solución de la ecuación es $x = 4$.

$$8) \frac{2\sqrt{x}}{5-\sqrt{x}} = \frac{5+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

Multiplicamos en cruz: $(2\sqrt{x})(2\sqrt{x}) = (5-\sqrt{x})(5+\sqrt{x}) \rightarrow 4x = 25 - x \Rightarrow 5x = 25 \Rightarrow x = 5$

Comprobación:

Si $x = 5 \rightarrow \frac{2\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} = \frac{5+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \Rightarrow 4 \cdot 5 = 25 - 5$