

## 2 LOS MOVIMIENTOS ACELERADOS

### EJERCICIOS PROPUESTOS

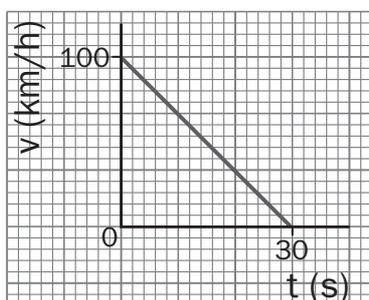
- 2.1 Cuando un motorista arranca, se sabe que posee un movimiento acelerado sin necesidad de ver la gráfica s-t ni conocer su trayectoria. ¿Por qué?

Porque al arrancar pasa del reposo a una velocidad distinta de 0, por lo tanto cambia de velocidad y tiene aceleración.

- 2.2 Un coche va por una autopista con una velocidad de 120 km/h. ¿Podemos asegurar si su movimiento es o no acelerado?

No podemos asegurarlo mientras no conozcamos la trayectoria. Si la trayectoria es recta, no sería acelerado, pues no cambiaría la velocidad ni en módulo ni en dirección. Si la trayectoria es una curva, sí es acelerado, ya que aunque la velocidad no cambie de módulo, sí cambia de dirección.

- 2.3 La gráfica v-t de un tren cuando entra en la estación, en un tramo recto, es la mostrada en la figura. Calcula su aceleración.



Previamente cambiamos las unidades de la velocidad:

$$v_0 = 100 \left( \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \cdot \frac{1000 \text{ (m)}}{1 \text{ (km)}} \cdot \frac{1 \text{ (h)}}{3600 \text{ (s)}} = 27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La aceleración como variación del módulo de la velocidad cada segundo, es la pendiente de la recta v-t.  $a = \frac{0 - 27,8}{30} = -0,93 \text{ m/s}^2$ .

Como en este caso la trayectoria es recta, no cambia su dirección y no existe ningún otro tipo de aceleración, por lo que podemos asegurar que  $a = -0,93 \text{ m/s}^2$ .

- 2.4 Cuando caminas por un paseo recto entre árboles con una velocidad de 3 km/h, ¿cuál es tu aceleración?

Es 0, pues la velocidad no cambia ni de módulo ni de dirección.

- 2.5 La manecilla segundera de un reloj mide 1,5 cm.

a) ¿Cuál es la aceleración del extremo de la manecilla?

b) ¿Qué dirección y sentido tiene el vector que representa esta aceleración?

El período de un segundero es de 60 s, ya que es lo que tarda en dar una vuelta. Como el radio es 1,5 cm, el movimiento será circular uniforme de velocidad lineal:

$$v = \frac{2 \pi r}{60} = \frac{2 \pi \cdot 0,015}{60} = 0,00157 \text{ m/s}$$

a) La aceleración es:  $a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{(0,00157)^2}{0,015} = 0,000164 \text{ m/s}^2$ .

b) Su dirección es la del radio, y su sentido hacia el centro.

2.6 Un coche que va a 72 km/h quiere adelantar y aumenta su velocidad uniformemente antes de hacerlo hasta 30 m/s en 5 segundos.

a) Dibuja la gráfica v-t y calcula la aceleración suponiendo un movimiento rectilíneo.

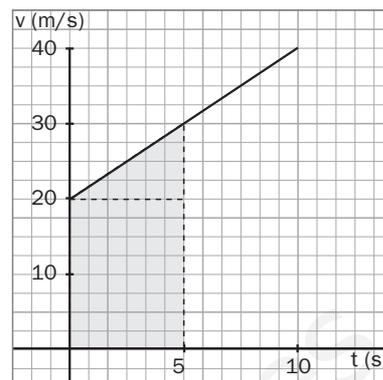
b) Halla el espacio recorrido con la gráfica v-t.

a) Cambiamos de unidades la velocidad inicial:

$$v_0 = 72 \left( \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \cdot \frac{1000 \text{ (m)}}{1 \text{ (km)}} \cdot \frac{1 \text{ (h)}}{3600 \text{ (s)}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como la trayectoria es recta, la aceleración mide lo que varía el módulo de la velocidad. Como la variación es uniforme, la aceleración es:

$$a = \frac{(30 - 20)}{t} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$



b)  $A_T = A_{\text{cuadrado}} + A_{\text{triángulo}} = 20 \cdot 5 + \frac{10 \cdot 5}{2} = 100 + 25 = 125 \text{ m}$

2.7 La piedra que lanza Luís hacia abajo desde un puente al río lleva una ecuación

$$s = -4t - 4,9t^2$$

Razona si el desplazamiento que ha sufrido la piedra cuando llegue al río será igual o diferente del espacio recorrido.

Comparando con la ecuación general del movimiento uniformemente acelerado, sabemos que la velocidad inicial es  $-4 \text{ m/s}$ . El signo es negativo porque se lanza hacia abajo. La aceleración es el doble que el coeficiente de  $t^2$ , o sea, la aceleración es  $-4,9 \cdot 2 = -9,8 \text{ m/s}^2$ , también negativa, es decir, hacia abajo.

Como la velocidad inicial y la aceleración tienen el mismo signo, la velocidad aumenta en módulo, y por tanto el móvil no frena ni retrocede. El espacio recorrido coincide con el desplazamiento.

2.8 Al abrir el monedero caen una moneda y un billete de 10 euros.

a) ¿Cuál llegará antes al suelo?

b) Justifica este comportamiento con las ideas aristotélicas.

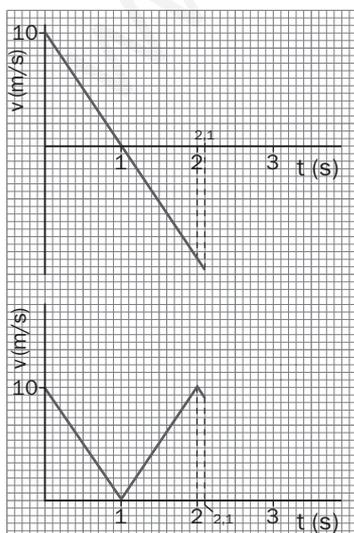
c) Justifícalo con las teorías de Galileo

a) En un experimento real llega antes la moneda al suelo.

b) Según las ideas aristotélicas, la moneda llega antes porque tiene más peso.

c) Según las teorías de Galileo, llegaría antes la moneda, porque el aire la frena menos que al papel. Si el papel lo arrugamos como la moneda llegarían a la vez. También llegarían a la vez si cayesen en el vacío.

2.9 Dadas las siguientes gráficas v-t, ¿cuál corresponde al movimiento que lleva el diábolo cuando sube y baja, y por qué?



La gráfica que representa ese movimiento es la a, ya que mientras sube el diábolo, la velocidad (aunque positiva) es cada vez menor. En el punto más alto la velocidad es 0 y, a partir de ahí, el diábolo comienza a caer, aumentando su velocidad (negativa).

**2.10** Un motor gira a 3000 revoluciones por minuto (rpm). ¿Cuál es su frecuencia en vueltas por segundo? (Una revolución es una vuelta.)

Hacemos simplemente un cambio de unidades:  $3000 \left( \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \right) \cdot \frac{1 \text{ (min)}}{60 \text{ (s)}} = 50 \frac{\text{vueltas}}{\text{s}}$ .

**2.11** ¿En qué sillas se debería sentar una persona con algo de miedo, en las interiores o en las exteriores?



La velocidad angular es igual en unas que en otras. Todas las sillas recorren el mismo ángulo cada segundo y dan las mismas vueltas en el mismo tiempo. Sin embargo, la circunferencia exterior tiene un radio mayor que la interior, lo que quiere decir que recorre más espacio en el mismo tiempo y por tanto debe ir más deprisa.

Lo que más sufre nuestro organismo es la aceleración, y la aceleración normal es  $\frac{v^2}{r}$ , por lo que una diferencia de velocidad afecta mucho a la aceleración. Se debería sentar en las sillas interiores.

#### CIENCIA APLICADA

**2.12** Para bajar una cuesta, un ciclista ha elegido un plato de 53 dientes y un piñón de 11.

- ¿Cuál es el desarrollo de la bicicleta? ¿Cuántas vueltas da la rueda de la bicicleta por cada una que da el ciclista en los pedales?
- ¿Cuántas vueltas tiene que dar el ciclista al plato por cada vuelta que dan las ruedas?
- Si las ruedas de la bicicleta tienen un radio de 40 cm, ¿cuál es el período de la rueda si va a 40 km/h?
- ¿Cuál es la velocidad angular de las ruedas?

a) El desarrollo de la bicicleta es  $\frac{53}{11} = 4,82$ .

Cada vez que el ciclista da una vuelta las ruedas de la bicicleta da 4,82 vueltas.

b) Las vueltas que da el ciclista para conseguir que las ruedas de la bicicleta den una sola vuelta será la inversa del valor calculado:

$$\frac{1}{4,82} = 0,21 \text{ fracción de vuelta}$$

c) Cambiamos de unidades:  $v_0 = 40 \left( \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \cdot \frac{1000 \text{ (m)}}{1 \text{ (km)}} \cdot \frac{1 \text{ (h)}}{3600 \text{ (s)}} = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Como la bicicleta lleva un movimiento uniforme, la velocidad es el espacio recorrido dividido entre el tiempo empleado en recorrerlo. Si se toma como espacio recorrido el de una vuelta, el tiempo empleado será el período.

$$v = \frac{e}{t} = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,4}{11,1} = 0,23 \text{ s}$$

d)  $\omega = \frac{v}{r} = \frac{11,1}{0,4} = 27,75 \text{ rad/s}$

$v = 11,1 \text{ m/s}$ , es la velocidad lineal de la bicicleta, que coincide con la de la periferia de las ruedas.

**2.13** En una bicicleta de ciudad con una sola marcha, el plato tiene 42 dientes y el piñón 19. Responde a las mismas cuestiones que en el ejercicio anterior (suponemos que las ruedas tienen el mismo radio).

a) El desarrollo es  $\frac{42}{19} = 2,21$ . Cada vez que el ciclista da una vuelta a los pedales, las ruedas de la bicicleta dan 2,21 vueltas.

b) Las vueltas que da el ciclista para conseguir una de las ruedas de la bicicleta será la inversa.

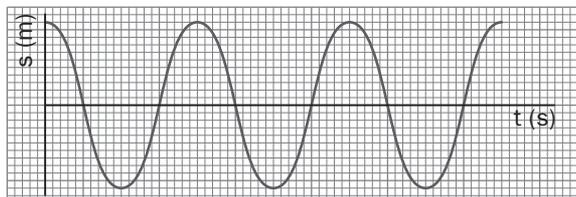
$$\frac{1}{2,21} = 0,45 \text{ fracción de vuelta}$$

Las respuestas de los apartados c) y d) serán las mismas que las del ejercicio anterior.

## EJERCICIOS DE APLICACIÓN

2.14 Cuando se estira un muelle y luego se suelta, su extremo posee un movimiento rectilíneo, como en la siguiente gráfica s-t.

Deduce, a partir de los datos de que aquí dispones, si el movimiento es o no acelerado.



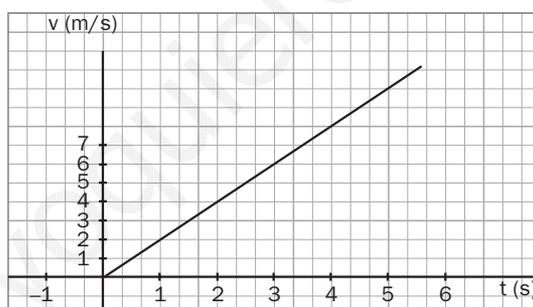
Sí es acelerado, porque la gráfica s-t es curva. El vector aceleración es tangente a la trayectoria, pues solo cambia su módulo.

2.15 Se dice de un coche que tiene un buen *reprise* cuando en un momento dado es capaz de conseguir gran aceleración; por ejemplo, es capaz de pasar de 0 a 100 km/h en 11 segundos.

- a) Representa en una gráfica v-t este aumento de velocidad suponiendo que dicho aumento sea uniforme.
- b) Calcula y representa la aceleración.

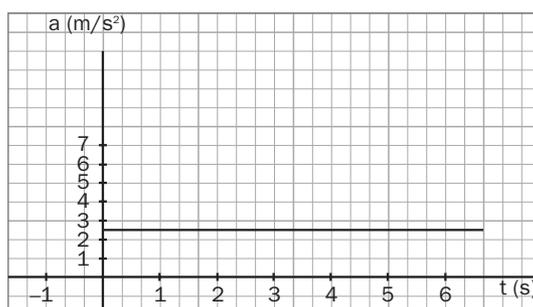
a) Pasamos la velocidad a metros por segundo (m/s), ya que el tiempo está en segundos:

$$v_0 = \frac{100 \text{ (km)}}{1 \text{ (h)}} \cdot \frac{1000 \text{ (m)}}{1 \text{ (km)}} \cdot \frac{1 \text{ (h)}}{3600 \text{ (s)}} = 27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



b) La aceleración es lo que aumenta el módulo de la velocidad cada segundo, pues al ser un movimiento rectilíneo no cambia de dirección. La aceleración media en este caso coincide con la aceleración instantánea, ya que el problema nos dice que el aumento de velocidad es uniforme.

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{27,78 - 0}{11} = 2,525 \text{ m/s}^2$$



2.16 Cae una maceta de una ventana y tarda en llegar 4 s. ¿A qué altura está la ventana? Considera despreciable el rozamiento con el aire.

Los datos que podemos obtener de la información que nos da el problema son:  $v_0 = 0$ , ya que se cae.

Parte sin velocidad.  $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$  por ser una caída libre.

El tiempo que tarda en caer son 4 s.

Lo que queremos saber es el desplazamiento, que coincide con la altura a la que está la ventana:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$0 = s_0 - 4,9 \cdot 2 \Rightarrow s_0 = 78,4 \text{ m}$$

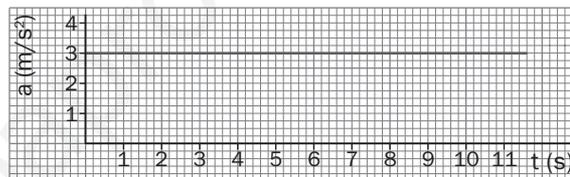
2.17 Un niño está subido en un tiotivo de 3 m de radio que se mueve con un mcv, y que lleva una aceleración cuyo módulo vemos en la gráfica a-t.

a) Dibuja la trayectoria del niño a escala 1:100 y el vector aceleración en un punto de la misma.

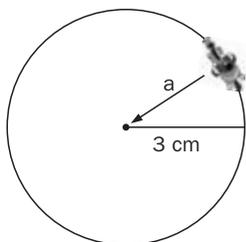
b) ¿Qué velocidad lleva el niño?

c) ¿Cuánto varía el módulo de  $\vec{v}$  cada segundo?

d) Si el niño cambia a un lugar que está a una distancia de 1,5 m del centro, ¿cuánto ha variado su aceleración?



a)



b) Como el niño lleva movimiento uniforme solo cambia la dirección del vector velocidad, su aceleración será:

$$a = \frac{v^2}{R}; v^2 = aR \Rightarrow v = \sqrt{aR} = \sqrt{3 \cdot 3} = 3 \text{ m/s}$$

c) El módulo no varía, pues el movimiento que lleva el niño es uniforme. La velocidad solo varía en dirección.

d) Si el radio disminuye a la mitad, y puesto que la velocidad angular permanece constante, la velocidad lineal se reduce a la mitad:

$$v' = \omega R' = \omega \frac{R}{2} = \frac{v}{2}$$

Así pues, la nueva aceleración,  $a' = \frac{v'^2}{R'} = \frac{\left(\frac{v}{2}\right)^2}{\frac{R}{2}} = \frac{\frac{v^2}{4}}{\frac{R}{2}} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{R} = \frac{1}{2} a$ , también se reduce a la mitad.

2.18 El segundero de un reloj infantil tiene una longitud de 1,3 cm y un dibujo a 1 cm del centro.

a) ¿Cuál es la velocidad angular de la manecilla del reloj? ¿Y la velocidad lineal del extremo de la manecilla? ¿Y del punto del dibujo?

b) Calcula la aceleración lineal del movimiento de los dos puntos dados.

c) ¿Cuáles son el período y la frecuencia de la manecilla?

a) La manecilla del segundero recorre una circunferencia entera en 60 s. El ángulo en radianes de una circunferencia es  $2\pi$  rad. Por tanto:

$$\omega = \frac{2\pi}{60} = 0,105 \text{ rad/s}$$

Todos los puntos de la manecilla llevan la misma velocidad angular, pues recorren el mismo ángulo en el mismo tiempo. La velocidad lineal se calcula con la expresión  $v = \omega R$ .

La velocidad del extremo de la manecilla es:  $v = 0,105 \cdot 1,3 = 0,1365 \text{ cm/s}$ .

La velocidad del punto del dibujo es  $v = 0,105 \cdot 1 = 0,105 \text{ cm/s}$ .

b) Dado que la velocidad lineal es constante, este movimiento solo tiene aceleración centrípeta  $a_n = \frac{0,105^2}{1,3} = 0,0085 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ .

c) El período es el tiempo que tarda el segundero en dar una vuelta completa, en este caso 60 s,  $T = 60 \text{ s}$ .

La frecuencia es la inversa del período:  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{60} = 0,0167 \text{ s}^{-1}$ .

### PROBLEMAS DE SÍNTESIS

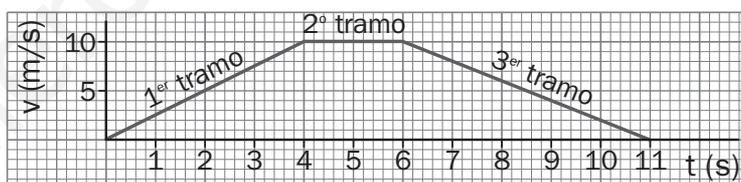
2.19 Un tren sube desde la parte baja de una ciudad hasta la parte alta con una trayectoria recta y su gráfica v-t es la siguiente:

a) Indica qué tipo de movimiento lleva en cada tramo de la gráfica y calcula su aceleración.

b) Deduce la ecuación v-t de los tres tramos.

c) Calcula el espacio total recorrido por el tren.

d) Si  $t = 0 \text{ s}$  y  $s_0 = 0 \text{ m}$ , escribe la ecuación del movimiento de los tres tramos.



a) En el primer tramo y en el tercero lleva un mrua, ya que la trayectoria es recta y la variación de la velocidad es uniforme por ser recta la gráfica v-t que la representa. En el segundo tramo el movimiento es rectilíneo, porque lo es la trayectoria, y uniforme, porque no cambia el módulo de la velocidad. La aceleración en cada uno de ellos es:

$$a_1 = \frac{10 - 0}{4} = 2,5 \text{ m/s}^2; a_2 = 0 \text{ m/s}^2; a_3 = \frac{0 - 10}{5} = -2 \text{ m/s}^2$$

b) En el primer tramo, por ser un mrua, la ecuación de la velocidad es:

$$v = v_0 + at = 0 + 2,5t; v = 2,5t \text{ m/s}$$

En el segundo tramo,  $v = 10 \text{ m/s}$ .

En el tercero,  $v = 10 - 2t \text{ m/s}$ .

c) Podemos hallar el espacio total calculando el área bajo la gráfica v-t.

$$A_{\text{total}} = 2A_{\text{triángulos}} + A_{\text{rectángulo}} = \frac{4 \cdot 10}{2} + \frac{5 \cdot 10}{2} + 2 \cdot 10 = 65 \text{ m}$$

d) Conocemos los dos primeros coeficientes de la ecuación, posición inicial y velocidad. El tercero lo hallamos sabiendo que es la mitad de la aceleración, que ya conocemos. Por tanto, en el primer tramo:

$$s = 0 + 0t + 1,25t^2; s = 1,25t^2$$

Al empezar el segundo tramo, el tren estaba a 20 m del origen, el espacio que recorrió en el primero, así que utilizamos la ecuación del movimiento uniforme,  $s = 20 + 10t$ .

En el tercer tramo, la posición inicial es 45 m, que son los que ha recorrido antes de llegar a él, y la velocidad inicial es la de 10 m/s con la que acaba el segundo tramo. Por tanto,  $s = 45 + 10t - t^2$ .

2.20 Para un punto del ecuador de la Tierra:

a) ¿Qué velocidades lineal y angular lleva?

b) ¿Cuál es su aceleración lineal? Dibuja la gráfica a-t y el vector a.

c) Calcula el período y la frecuencia del movimiento (que es el de la Tierra).

a) El período de un punto del ecuador es lo que tarda la Tierra en dar una vuelta sobre sí misma:  $T = 24$  h.

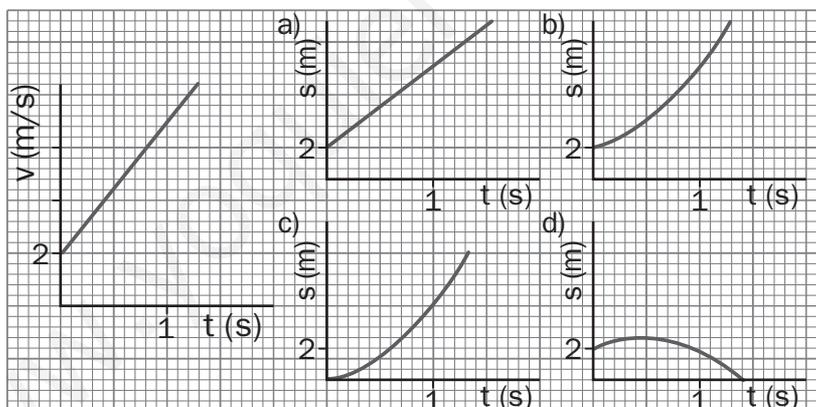
La velocidad lineal será, pues:  $v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 6378}{24} = 1669,76 \text{ km/h} = 463,82 \text{ m/s}$ .

La velocidad angular:  $\omega = \frac{v}{R} = \frac{463,82}{6378000} = 0,0000727 \text{ rad/s} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ .

b) El movimiento es uniforme, solo varía la dirección de la velocidad. Así pues:  $a = \frac{v^2}{R} = 0,03 \text{ m/s}^2$ .

c) La frecuencia es la inversa del período:  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1} = 1 \text{ días}^{-1} = \frac{1}{24} = 0,04167 \text{ horas}^{-1}$ .

2.21 Dada la gráfica v-t, deduce cuál o cuáles de las gráficas s-t pueden corresponderse con ella.



La información que nos da la gráfica es que el movimiento es uniformemente acelerado, ya que módulo de la velocidad varía siguiendo una recta. También sabemos que tiene velocidad inicial, porque al empezar a contar el tiempo no se encuentra en el origen. Como la velocidad va aumentando, la aceleración es positiva. No tenemos información de su posición inicial.

Con estos datos, descartamos la gráfica a, por ser un movimiento uniforme, ya que la gráfica s-t es una recta. También descartamos la gráfica d. En ella la velocidad inicial es distinta de 0 y positiva, ya que la curva s-t comienza con pendiente positiva, al igual que la gráfica v-t; sin embargo, la pendiente va disminuyendo hasta que se hace 0 en el máximo valor de la posición, donde el móvil da la vuelta, y pasa a tener la pendiente negativa. Con este dato deducimos que la aceleración es negativa y por tanto debería serlo la pendiente de la gráfica v-t, lo que no es cierto.

Sí podrían ser válidas las gráficas b y c, pues el móvil comienza con velocidad inicial positiva, por serlo las respectivas pendientes iniciales, y la aceleración tiene el mismo signo que la velocidad inicial, pues el módulo de la velocidad aumenta, como comprobamos al aumentar la pendiente de las gráficas con el tiempo. La diferencia entre ellas es la posición inicial que en una es 0 y en la otra no. Sin embargo, la gráfica v-t no nos proporciona ese dato. Podemos concluir, por tanto, que las dos gráficas podrían corresponder al movimiento dado por la gráfica v-t.

2.22 El conductor de un coche que por una calle recta va a 46,8 km/h ve un semáforo cerrado a 50 m y frena uniformemente hasta pararse.

a) ¿Con qué aceleración frenó?

b) Representa las gráficas v-t y a-t.

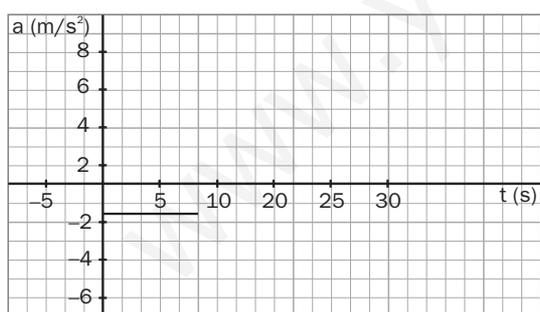
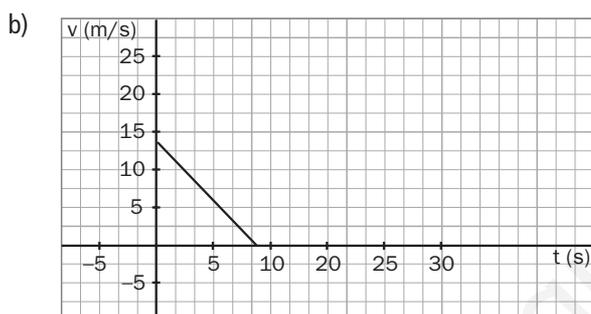
c) Calcula el espacio recorrido con la gráfica.

d) Escribe la ecuación del movimiento.

a) Cambiamos de unidades la velocidad:  $v_0 = 46,8 \left( \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \cdot \frac{1000 \text{ (m)}}{1 \text{ (km)}} \cdot \frac{1 \text{ (h)}}{3600 \text{ (s)}} = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Relacionando directamente la posición con la velocidad, obtenemos la aceleración.

$$2 a (s - s_0) = v^2 - v_0^2; a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(s - s_0)} = \frac{0 - 13^2}{2 \cdot 50} = -1,69 \text{ m/s}^2$$



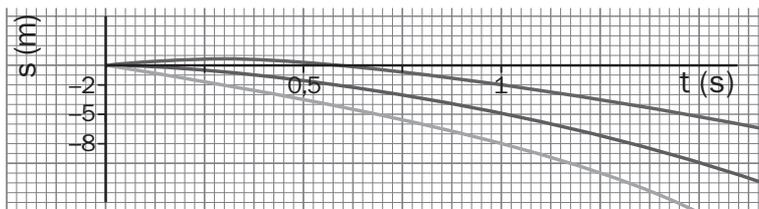
c) El área bajo la gráfica de la velocidad es:  $A = \frac{13 \cdot 7,69}{2} = 49,985 \approx 50 \text{ m}$ .

d) Tenemos un mrua, ya que la trayectoria es rectilínea y frena uniformemente. Disponemos de todos los datos de la ecuación del movimiento, excepto  $s_0$ . Si tomamos como origen el punto en que empezamos a frenar, entonces  $s_0 = 0$ . Con estos datos la ecuación queda:

$$s = 13t - \frac{1,69}{2} t^2; \quad s = 13t - 0,845 t^2$$

2.23 Asocia las gráficas s-t de caída libre con su descripción adecuada, razonando la elección. (Recuerda el criterio de signos establecido.)

- Una piedra lanzada hacia abajo con cierta velocidad inicial.
- Una piedra que se deja caer.
- Una piedra lanzada hacia arriba con cierta velocidad inicial.



Debemos asociar la gráfica de enmedio con la descripción b, ya que no tiene velocidad inicial por tener pendiente 0; es una parábola, como corresponde a un mrua de caída libre.

La gráfica inferior corresponde a la descripción a, ya que la pendiente inicial es distinta de 0, y negativa, lo que indica que llevaba velocidad inicial, y en este caso, en que tomamos como criterio los valores negativos hacia abajo, la pendiente es negativa. Por supuesto también es un mrua, pues la gráfica es una parábola.

La gráfica superior corresponde a la tercera situación. La pendiente inicial es distinta de 0 y positiva, ya que lleva velocidad inicial hacia arriba, y como la aceleración es negativa (aceleración de la gravedad), la piedra se frena en la subida y cae, pasando la pendiente de la gráfica s-t de positiva inicialmente a 0 en el punto más alto, es decir, la pendiente es negativa en la caída.

2.24 Un coche que va en una carretera recta a 72 km/h acelera uniformemente durante 10 s hasta alcanzar

los 108 km/h. Calcula su velocidad media con las expresiones  $v_m = \frac{e}{t}$  y  $v_m = \frac{v_0 + v_f}{2}$ .

Cambiamos de unidades las velocidades:

$$v_0 = 72 \left( \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \cdot \frac{1000 \text{ (m)}}{1 \text{ (km)}} \cdot \frac{1 \text{ (h)}}{3600 \text{ (s)}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}; v_f = 108 \left( \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \cdot \frac{1000 \text{ (m)}}{1 \text{ (km)}} \cdot \frac{1 \text{ (h)}}{3600 \text{ (s)}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

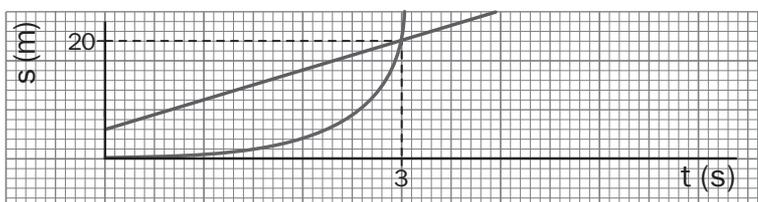
El valor de la aceleración es:  $a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{10}{10} = 1 \text{ m/s}^2$ .

El espacio recorrido se calcula a partir de la otra ecuación del movimiento:  $s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 20 \cdot 10 + \frac{1 \cdot 10^2}{2} = 250 \text{ m}$

Ya podemos calcular la velocidad media por los dos métodos:  $v_m = \frac{e}{t} = \frac{250}{10} = 25 \text{ m/s}$ ;  $v_m = \frac{v_f + v_0}{2} = \frac{20 + 30}{2} = 25 \text{ m/s}$

2.25 Las gráficas de la figura representan los movimientos de dos coches por una carretera recta, y el de atrás, quiere adelantar.

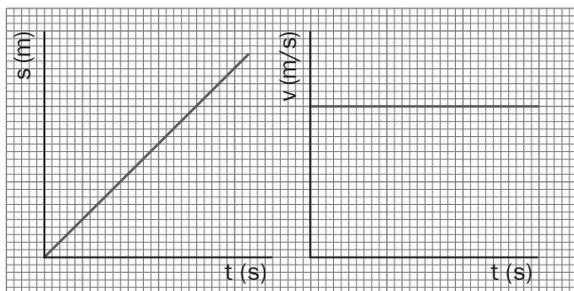
- Indica el tipo de movimiento de cada uno.
- ¿Dónde y cuándo se encuentran?
- ¿Qué espacio ha recorrido cada uno de los coches hasta que se encuentran?
- Escribe las ecuaciones del movimiento de los coches, y comprueba que se cortan en el momento y en el punto calculado.



- Los movimientos son rectilíneos, como dice el enunciado del ejercicio. Además, el que está representado por una recta lleva movimiento uniforme. El segundo movimiento es un mrua parte del punto que hemos tomado como origen, y con velocidad inicial 0.
- Observando las gráficas, en  $s = 20 \text{ m}$  y  $t = 3 \text{ s}$ , los dos móviles están en el mismo lugar y en el mismo momento.
- El que lleva movimiento uniforme ha pasado de la posición 5 m a 20 m, así que ha recorrido 15 m. El coche que lo adelanta va desde el origen hasta los 20 m, por lo que recorre 20 m.
- La ecuación del movimiento rectilíneo uniforme es  $s = 5 + 5 t$ .

La ecuación del segundo coche es  $s = \frac{1}{2} at^2$ , como  $20 = \frac{1}{2} a \cdot 9 \Rightarrow a = \frac{40}{9} \text{ m/s}^2$ ;  $s = \frac{20}{9} t^2$ .

2.26 Dadas las siguientes gráficas:



Indica si son verdaderas o falsas las afirmaciones que se hacen sobre ellas. Cuando sean falsas, explica dónde está el error.

- a) El movimiento que representa la gráfica s-t solo puede ser rectilíneo y uniforme.
- b) El movimiento que representa la gráfica s-t puede ser rectilíneo uniforme o curvilíneo uniforme.
- c) El movimiento que representa la gráfica s-t no tiene aceleración.
- d) El movimiento que representa la gráfica v-t solo puede ser rectilíneo y uniforme.

- a) Falso, lo único que indica es que es uniforme, pues el módulo de la velocidad, que es la pendiente de la gráfica, es constante. Puede ser curvilíneo o rectilíneo.
- b) Verdadero.
- c) Falso. Si fuese rectilíneo no tendría aceleración, ya que como no varía el módulo de la velocidad ni la dirección, no hay aceleración; si fuese curvilíneo, que puede serlo, sí tendría aceleración ya que variaría la dirección de la velocidad.
- d) Falso. La gráfica solo informa de que el módulo de la velocidad no varía; por lo tanto, es un movimiento uniforme. Como en el caso a, puede ser rectilíneo y curvilíneo.

2.27 Podemos poner la centrifugadora de una lavadora en varias posiciones según lo escurrida que queramos que salga la ropa. Si elegimos 300 revoluciones por minuto (rpm) y el tambor de la lavadora es de 20 cm de radio, calcula:

- a) La velocidad angular del tambor.
- b) La velocidad lineal de un punto de la periferia del tambor. Dibuja el vector.
- c) La aceleración normal del punto de la periferia. Dibuja el vector.
- d) La frecuencia y el período.
- e) ¿Por qué se escurre la ropa al centrifugar?

Las vueltas que da el tambor cada minuto nos informa de su frecuencia. Para expresarla en unidades del SI la ponemos en revoluciones por segundo (rps).

$$f = \frac{300}{60} = 5 \text{ rps}$$

- a) La velocidad angular es el ángulo que describe cada segundo. Lo debemos poner en el SI, cuya unidad es el rad/s, para poder relacionar las magnitudes lineales y angulares. Cada vez que el tambor de la centrifugadora da una vuelta, describe un ángulo de  $2\pi$  rad; como cada segundo da 5 vueltas, la velocidad angular es  $\omega = 5 \cdot 2\pi \text{ rad/s} = 31,416 \text{ rad/s}$ .
- b)  $v = \omega R = 31,416 \cdot 0,2 = 6,28 \text{ m/s}$ . El vector es tangente a la trayectoria.
- c) La aceleración normal coincide con la total, pues al ser un mcu solo varía de dirección la velocidad.

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{6,28^2}{0,2} = 197,2 \text{ m/s}^2$$

El vector tiene la dirección del radio dirigido hacia el centro de la circunferencia.

- d) La frecuencia, como ya hemos visto, es de 5 vueltas por segundo. El período es el inverso de la frecuencia.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ s}$$

- e) Cuando la ropa empapada en agua gira, su velocidad es tangente a la trayectoria, pero la pared no deja que la ropa salga, en cambio el agua sí puede salir, por supuesto, tangente a la trayectoria. La ropa (que iría en línea recta) se pega contra la pared del tambor y así se escurre.

PARA PENSAR MÁS

2.28 Cuando un aprendiz de malabarista está elevando el brazo para lanzar hacia arriba tres bolas, una se le cae. En ese momento, la mano subía a una velocidad de 1 m/s y estaba a 1,5 m del suelo.

- a) Escribe la ecuación del movimiento de la bola que se le cae.  
 b) ¿Qué desplazamiento y qué espacio recorrió la bola hasta que cayó al suelo?  
 c) Representa la gráfica v-t de todo el movimiento.

a) En un mrua. La ecuación del movimiento es:  $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ ; por tanto,  $s = 1,5 + t - 5 t^2$ .

b) Puesto que el signo de la velocidad inicial y el de la aceleración son distintos, sabemos que la bola va a frenarse, pararse y volver a bajar, por lo que si no la estudiamos antes de que pare, el desplazamiento no va a coincidir con el espacio recorrido.

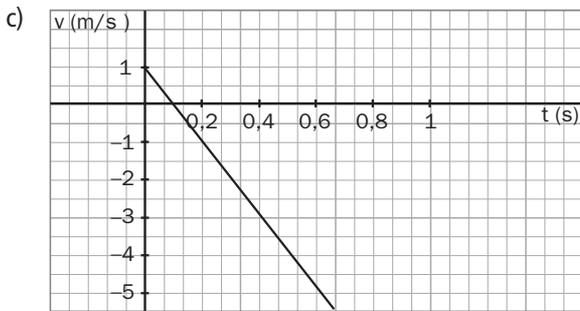
Calculamos el desplazamiento:  $\Delta s = s - s_0 = 0 - 1,5 = -1,5$  m.

Para calcular el espacio recorrido tenemos que saber en qué punto se para. La ecuación de la velocidad es  $v = 1 - 10 t$ . Cuando se para  $v = 0$ , por lo que  $t = \frac{1}{10} = 0,1$  s.

El espacio que recorre hasta que se para es:  $s - s_0 = t - 5 t^2 = 0,1 - 0,05 = 0,05$  m.

El espacio recorrido hasta que vuelve a la posición inicial será de nuevo 0,05 m.

Luego el espacio recorrido es:  $0,05 + 0,05 + 1,5$  m = 1,6 m.



2.29 La manecilla del segundero del reloj de una torre mide 2 m.

- a) ¿Cuál es la aceleración del extremo de la manecilla? ¿Qué dirección y sentido tiene el vector que la representa?  
 b) ¿Cuál sería la aceleración del extremo si la manecilla fuese el doble de larga? Calcula sus velocidades lineal y angular.  
 c) ¿Cómo cambiaría la aceleración si la velocidad aumentase el doble?

a) El movimiento es circular uniforme; así, la aceleración:  $a = \frac{v^2}{R} = \left(2\pi \frac{2}{60}\right)^2 = 0,022$  m/s<sup>2</sup>.

El vector tiene la dirección del radio dirigido hacia el centro.

b) Si la manecilla fuese el doble de larga, el radio sería el doble, y puesto que la velocidad angular permanece constante, la velocidad lineal también se duplica:  $v' = \omega R' = \omega 2R = 2v$ .

Así pues, la nueva aceleración,  $a' = \frac{v'^2}{R'} = \frac{(2v)^2}{2R} = \frac{4v^2}{2R} = 2 \frac{v^2}{R} = 2a$ , también se duplica.

La velocidad angular es  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30}$  rad/s = 0,105 rad/s.

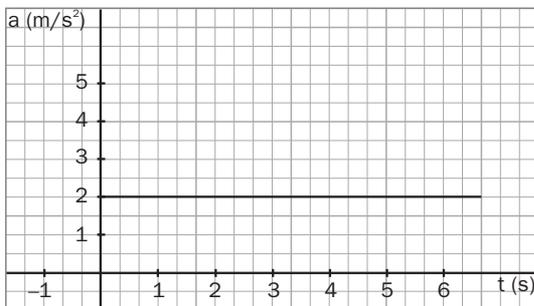
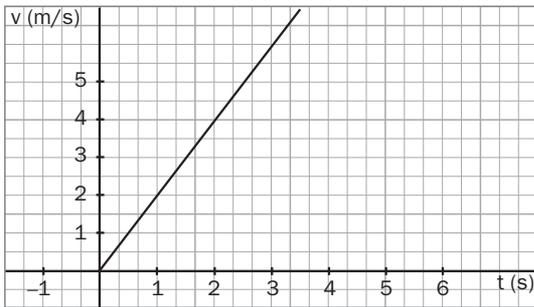
La velocidad lineal es  $v = \omega R = \frac{2\pi}{60} \cdot 2 = \frac{2\pi}{15}$  m/s = 0,42 m/s.

c) Si la velocidad lineal se hiciese el doble, la aceleración se haría cuatro veces mayor, por estar la velocidad elevada al cuadrado.

## TRABAJO EN EL LABORATORIO

- 1 **Calcula la ecuación de la velocidad frente al tiempo y represéntala. Haz lo mismo con la aceleración.**

Si la bola parte de velocidad 0, y su aceleración es 2, la ecuación de la velocidad es  $v = 2 t$ . La ecuación de la aceleración,  $a = 2 \text{ m/s}^2$ , es constante y no depende del tiempo.



- 2 **El diseño de la experiencia podría haber sido el siguiente: un miembro del equipo deja caer la bola desde el origen, y otros cinco, con un cronómetro cada uno, miden los tiempos en que la bola pasa por las posiciones 0,2 m, 0,4 m..., 1 m, desde que se suelta la bola. Discute las ventajas y desventajas de este diseño.**

La ventaja es que no se mueve nada del montaje, pues se hace una sola caída.

El inconveniente es la cantidad de cronómetros que hay que tener, la cantidad de personas tomando medidas, y que es más fácil comprobar cuándo llega abajo por el ruido, que estar pendiente de cuándo sale y cuándo pasa por el punto que hay que observar. Los errores de percepción pueden ser en este caso mucho mayores.