

MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORMEMENTE ACELERADO

I.E.S La Magdalena.
Avilés. Asturias

- > La trayectoria es una recta
- > La aceleración es constante

La aceleración mide la rapidez con la que varía la velocidad.

Se mide en m/s^2 . Así una aceleración de 5 m/s^2 indica que la velocidad aumenta a razón de 5 m/s cada segundo.

Ecuaciones:

$$v = v_0 + a t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

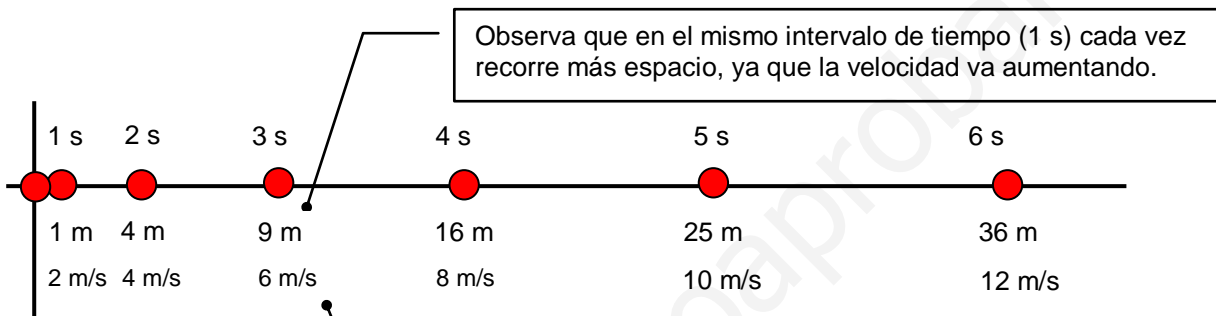
Donde:

v_0 = velocidad cuando $t = 0$

s_0 = distancia al origen cuando $t = 0$

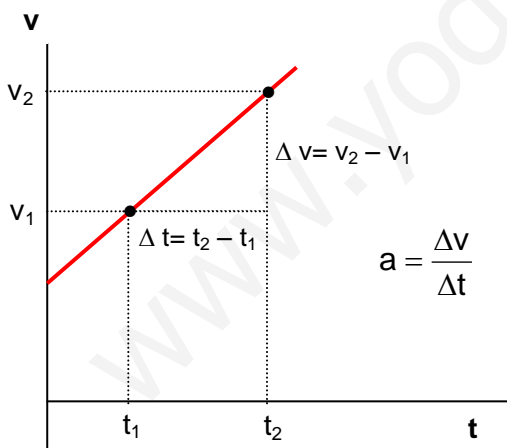
s = distancia al origen (puede que no coincida con el espacio recorrido)

$t = 0$, significa *cuando empieza a contarse el tiempo o cuando se aprieta el cronómetro*



Observa que en el mismo intervalo de tiempo (1 s) cada vez recorre más espacio, ya que la velocidad va aumentando.

La velocidad aumenta siempre lo mismo en 1 s. La aceleración es constante. La velocidad aumenta linealmente con el tiempo.



La gráfica $v - t$ es una recta. La inclinación de la recta depende de la aceleración.

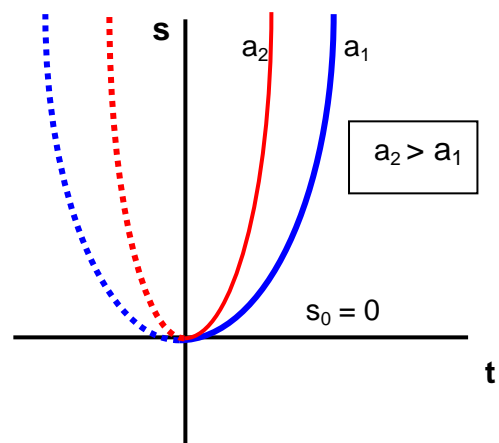
Para calcular v_0 determinar el punto de corte de la recta con el eje "v"

Para calcular la aceleración del movimiento, calcular la pendiente de la recta

La gráfica s/t es una parábola.

La aceleración es positiva si la parábola se abre hacia arriba y negativa si lo hace hacia abajo.

Cuanto más cerrada sea la parábola, mayor aceleración. El desplazamiento inicial s_0 se determina viendo el punto de corte con el eje "s"



Para escribir las ecuaciones de un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado:

- Fija el origen a partir del cual se va a medir la distancia.
- Fija el sentido al que se le asigna signo positivo
- Determina el valor de las constantes del movimiento: \mathbf{a} , \mathbf{s}_0 , \mathbf{v}_0
- Adapta las ecuaciones generales al caso particular sustituyendo los valores de \mathbf{a} , \mathbf{s}_0 , \mathbf{v}_0 para el caso considerado.

Ten en cuenta que aunque no usemos los elementos matemáticos las magnitudes que estás usando: distancia al origen, velocidad, aceleración, son lo que se llaman **vectores** (muy a menudo los vectores se representan por flechas). Los vectores además de un valor (el número) tienen una dirección y un sentido. Pues bien, el signo nos indica el sentido del vector (hacia adonde apunta la flecha)

Ejemplo 1.

Escribe las ecuaciones que describen el movimiento del punto de la figura



Solución:

Ecuaciones generales para el movimiento:

$$v = v_0 + a t$$
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Se toma como origen de distancias la línea vertical.

Sentido positivo hacia la derecha.

Determinación de s_0 : ¿A qué distancia del origen está el punto cuando $t=0$? $s_0 = 100$ m

Determinación de v_0 : ¿Cuál es la velocidad del punto cuando $t=0$? $v_0 = 20$ m/s

Determinación de la aceleración: $a = - 5$ m/s² (signo menos, ya que apunta hacia la izquierda).

Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$v = 20 - 5 t$$
$$s = 100 + 20 t - 2,5 t^2$$

Una vez escritas las ecuaciones se pueden resolver prácticamente todas las cuestiones que se quieran plantear. Solamente hay que *traducir* de nuestro lenguaje al *lenguaje de la ecuación* que solamente sabe de valores de s , v ó t .

Ejemplos: ¿Cuánto tarda en frenar el punto del ejemplo anterior?.

Traducción al *lenguaje ecuación*: ¿Qué valor toma t cuando $v=0$?

Si $v = 0$; $0 = 20 - 5 t$;

$$t = \frac{20}{5} = 4 \text{ s}$$

¿Cuál es su velocidad al cabo de 5,3 s?

Traducción *al lenguaje ecuación*: ¿Qué valor toma v cuando $t = 5,3$ s?

Si $t = 5,3$ s ; $v = 20 - 5 \cdot 5,3 = - 6,5$ m/s (el signo menos indica que se desplaza hacia la izquierda. Después de frenar ha dado la vuelta)

Ejemplo 2

Un cuerpo parte del reposo y comienza a moverse. Los datos tomados se recogen en la tabla adjunta. Indicar qué tipo de movimiento tiene y determinar las ecuaciones para el mismo.

t (s)	s (m)
0	10
1	13
2	22
3	37
4	58
5	85

Solución:

Como se observa en la tabla adjunta el espacio recorrido no varía linealmente con el tiempo. Esto es: en el intervalo de un segundo recorre cada vez más espacio. Esto indica que su velocidad va aumentando. Si se trata de un movimiento uniformemente acelerado el aumento de velocidad, o lo que es lo mismo, **su aceleración, será constante**.

Si el movimiento es uniformemente acelerado deberá cumplir la ecuación: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.

Como en este caso $v_0 = 0$, la ecuación quedará: $s = s_0 + \frac{1}{2} a t^2$.

$$\text{Despejando } a : \quad \frac{1}{2} a t^2 = s - s_0 ; \quad a = \frac{2(s - s_0)}{t^2}$$

Usando la ecuación anterior vamos probando con datos correspondientes de t y s comprobamos si el valor de a es constante:

$$a = \frac{2(13 - 10) \text{ m}}{1^2 \text{ s}^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} ; \quad a = \frac{2(22 - 10) \text{ m}}{2^2 \text{ s}^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} ; \quad a = \frac{2(37 - 10) \text{ m}}{3^2 \text{ s}^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Por tanto estamos ante un movimiento uniformemente acelerado con $a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Para obtener las ecuaciones determinamos el valor de v_0 y s_0 :

$v_0 = 0$, ya que nos lo dicen en el enunciado

$s_0 = 10 \text{ m}$, ya que es el valor de s cuando $t = 0$ (ver tabla).

Ecuaciones:

$$\begin{cases} v = 6 t \\ s = 10 + 3 t^2 \end{cases}$$

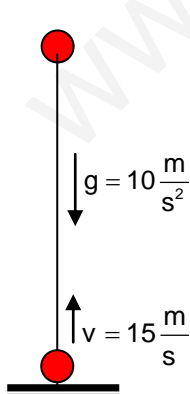
Ejemplo 3

Una piedra es lanzada verticalmente y hacia arriba con una velocidad de 15 m/s. Determinar:

- Ecuaciones del movimiento.
- Altura máxima alcanzada.
- Valor de la velocidad cuando $t = 0,8 \text{ s}$ y $t = 2,3 \text{ s}$. Comentar

Solución:

Esquema:



Origen : el suelo (punto de lanzamiento)

Sentido positivo : hacia arriba

Determinación de v_0 : ¿Cuál es la velocidad cuando $t = 0$? El tiempo empieza a contar cuando la piedra sale de la mano. Luego $v_0 = 15 \text{ m/s}$

Determinación de s_0 : ¿A qué distancia del origen está la piedra cuando $t = 0$? Cuando se lanza la piedra está en el punto de lanzamiento (origen). Luego $s_0 = 0$

Determinación del valor de a : $a = g = -10 \text{ m/s}^2$. El signo menos se debe a que la aceleración apunta hacia abajo y hemos considerado sentido positivo hacia arriba.

a) Ecuaciones:

$$\begin{cases} v = 15 - 10 t \\ s = 15 t - 5 t^2 \end{cases}$$

b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

Traducción al *lenguaje ecuación*: ¿Para que valor de t , $v = 0$? (ya que en el punto de altura máxima la piedra se detiene durante un instante)

Si $v_{\text{max}} = 0$; $0 = 15 - 10 t$; $t = \frac{15}{10} = 1,5 \text{ s}$. Tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima

Para calcular la altura máxima alcanzada calculamos la distancia a la que se encuentra del origen cuando $t = 1,5 \text{ s}$:

$$s = h_{\text{max}} = 15 \cdot 1,5 - 5 \cdot 1,5^2 = 11,25 \text{ m.}$$

c) Valores de la velocidad:

$$v_{(t=0,8)} = 15 - 10 \cdot 0,8 = 7 \text{ m/s}$$

$$v_{(t=2,3)} = 15 - 10 \cdot 2,3 = -8 \text{ m/s}$$

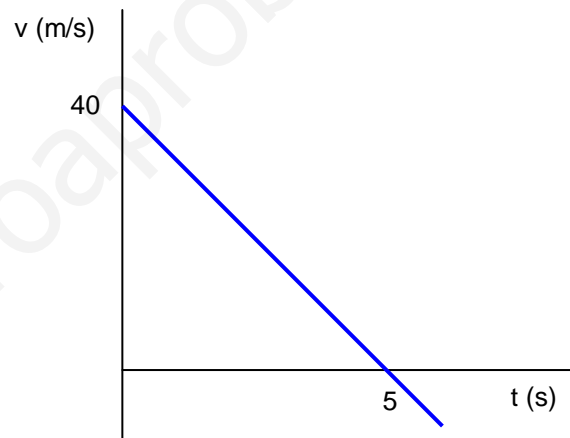
Como se puede observar al cabo de 0,8 s del lanzamiento la piedra aún está en la fase ascendente, ya que el signo de la velocidad es positivo (sentido positivo: hacia arriba). Como se ve su velocidad va disminuyendo, debido a que durante el tramo de ascenso la aceleración lleva sentido contrario a la velocidad (movimiento decelerado)

Al cabo de 2,3 s la piedra se mueve hacia abajo. El signo es negativo: sentido hacia abajo. Efectivamente, a los 1,5 s alcanza la altura máxima y como la aceleración continúa actuando, comienza su carrera de descenso, pero esta vez al tener el mismo sentido aceleración y velocidad, ésta aumenta.

Ejemplo 4.

La gráfica de la izquierda se ha obtenido tras estudiar el movimiento de un cuerpo.

- ¿Qué tipo de movimiento tiene?
- ¿Cuáles son sus ecuaciones?
- ¿Qué sucede para $t = 5 \text{ s}$?



- La gráfica $v - t$ es una recta con pendiente negativa. Esto nos indica que la velocidad disminuye con el tiempo pero de forma lineal (la misma cantidad en 1 s). Luego el movimiento es uniformemente acelerado (con aceleración negativa. También se llama decelerado). Para calcular la aceleración (deceleración) calculamos la pendiente de la recta $v - t$:

$$\text{Pendiente} = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(0 - 40) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(5 - 0) \text{ s}} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Observa los valores tomados: $t_1 = 0$ $v_1 = 40$; $t_2 = 5$ $v_2 = 0$

- Como no nos dan datos, podemos tomar para s_0 cualquier valor. Tomaremos $s_0 = 0$

$v_0 = 40 \text{ m/s}$ (leído en la gráfica)

$a = -8 \text{ m/s}^2$ (calculado)

Ecuaciones:

$\begin{aligned} v &= 40 - 8 t \\ s &= 40 t - 4 t^2 \end{aligned}$
--

- En la gráfica se puede leer que cuando $t = 5 \text{ s}$, $v = 0$. Luego al cabo de 5 s se detiene (es un movimiento decelerado). Si t es mayor de 5 s, observa que la línea en la gráfica $v - t$ rebasa el eje horizontal empezando la velocidad (valores del eje Y) a tomar valores negativos ¿cómo interpretas esto?