

# POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Di cuál es el coeficiente y la parte literal de cada monomio:

a)  $-3x^2t$       b)  $7x^2yz^3$       c)  $\frac{1}{2}x^2t$   
d)  $5x^4y^3$       e)  $-3ym^2$       f)  $3yzt^2$

2. Indica qué expresiones son polinomios y decir el grado del polinomio, el término independiente y el coeficiente del término de mayor grado:

a)  $\frac{1}{5}x^3 - x + 1$       b)  $\frac{7x^5}{2}$       c)  $\frac{x^2 + 1}{2}$   
d)  $\sqrt{x+2}$       e)  $5x^4 - 3x^2y + 7$       f)  $-x^6 - x^2 + \frac{1}{2}x - 3$

3. a) Inventa un trinomio de segundo grado con término independiente igual a 4  
b) Inventa un polinomio de grado 5 con coeficiente de  $x^5$  igual a 2 y término independiente igual a 5.  
c) Inventa un polinomio de grado 6 que sea un binomio y cuya parte literal sean potencias de las variables t y u.  
d) Inventa un polinomio de 4º grado que sea un trinomio, cuya parte literal sean potencias de la variable z y con todos los coeficientes fraccionarios y menores que 1.

4. Decir cuáles de los siguientes monomios son semejantes:

a)  $7x^2yz^3$       y       $-3yx^2z^3$   
b)  $7xyz^2$       y       $7x^2yz$   
c)  $-3zt^2$       y       $5zt^2$   
d)  $-3yx^3$       y       $5x^3y$

5. Calcula las siguientes sumas o restas:

a)  $P(x) = 3x^2 - 5x + 1$        $Q(x) = x^2 - 7x - 3$       ¿  $P(x) + Q(x)$  ?  
b)  $P(x) = 3x^2 - 5x + 1$        $Q(x) = x^2 + 7x - 2$       ¿  $P(x) - Q(x)$  ?  
c)  $P(x) = 3x^2 - 1$        $Q(x) = x^3 - 7x - 5x^2 - 3$       ¿  $P(x) + Q(x)$  ?  
d)  $(7x^3 - 5x^8 + 6x^2 - 1) + (x - 5x^4 - 3x^2 - 1)$   
e)  $P(x) = 2 - 3x + 5x^4 - 3x^2$        $Q(x) = 8x^3 + 5 - x^4 + x$       ¿  $P(x) - Q(x)$  ?

6. Calcular los siguientes productos de polinomios:

a)  $(2x^2 + 1) \cdot (3x - 2) =$   
b)  $(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) \cdot (2x^2) =$   
c)  $(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) \cdot (2x^2 - x + 3) =$   
d)  $(7x^3 - 2x + 11) \cdot (-3x^2 - 1) =$   
e)  $(x + 1) \cdot (x + 1) =$   
f)  $(x + 2) \cdot (x - 2) =$

7. Dados los polinomios

$$P(x) = 3x^2 - 4x + 1 \quad y \quad Q(x) = 4x^2 + 2$$

Efectúa las siguientes operaciones:

a)  $P(x)+Q(x)$                       b)  $P(x)-Q(x)$                       c)  $P(x) \cdot Q(x)$

8. Calcula los cuadrados de los binomios que se indican:

a)  $(x+3)^2$     b)  $(2x+4)^2$     c)  $(3x-2)^2$     d)  $(2x^2-x)^2$

9. Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado todo lo posible:

a)  $(m+p)^2 - (m-p)^2$     b)  $(2x-3)(2x+3)$     c)  $(2x+3)^3$

10. Efectuar las siguientes divisiones de polinomios:

a)  $(3x^5 + 2x^4 - 7x^3 + 2x - 3) : (x^2) =$

b)  $(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) : (x^2 - 3x + 2) =$

c)  $(3x^5 - 2x^3 + 7x^2 - 2x) : (x^3 + 3x^2 - 1) =$

d)  $(4x^4 - 5x^3 + x - 2) : (x^2 - 2x + 1)$

e)  $(x^5 - 5x^4 + 20x^2 - 16x) : (x^2 - 2x + 8)$

f)  $(x^4 - 1) : (x^2 - 1)$

11. Determina el polinomio cociente y el resto aplicando la **REGLA DE RUFFINI**:

a)  $(x^4 - 2x^2 + 3x^3 - 1) : (x + 2)$     b)  $(4x^3 - 2x + 1) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$

c)  $(x^2 - 6x + 3) : (x - 3)$                       d)  $(x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 6x + 1) : (x + 2)$

12. Determina el valor de  $m$  para que al dividir el polinomio  $P(x) = x^4 - 4x^2 + 3x + m$  entre  $x + 2$  el resto sea  $-3$ .

13. Dados los polinomios siguientes, halla los valores numéricos que se indican:

a)  $P(x) = x^2 + x - 2$                       ¿ $P(3)$ ?

b)  $Q(x) = -x^3 + x - 5$                       ¿ $Q(-2)$ ?

c)  $R(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 8$                       ¿ $R(-1)$ ?    ¿ $R\left(\frac{1}{2}\right)$ ?

d)  $S(x) = (x - 2) \cdot (x + 2)$                       ¿ $S(2)$ ?    ¿ $S(-1)$ ?    ¿ $S(-2)$ ?

14. Utilizando la **REGLA DE RUFFINI**, halla el valor numérico de:

a)  $x^4 - 2x^2 + x + 2$     para     $x = 3$

b)  $x^4 - 4x^3 - 125$     para     $x = 5$

c)  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$     para     $x = 1$

15. Determina el valor de  $a$  para que 3 sea raíz del polinomio  $q(x) = x^3 - 6x^2 + ax - 2$ .

16. Calculad el valor de  $k$  para que al dividir  $x^2 - \frac{2}{3}x + k$  entre  $x - \frac{1}{3}$  se obtenga de resto  $\frac{8}{9}$ .

17. ¿Qué resto se obtiene al hacer la división de  $x^3 + 2x^2 + \frac{14}{25}x + \frac{1}{25}$  entre  $x + \frac{1}{5}$ ?

18. Comprobar si las siguientes afirmaciones son ciertas:

- a) 3 es una raíz de  $x - 3$
- b) 1 es una raíz de  $x^4 - 3x^3 + 2x - 5$

19. Descomponer en factores los siguientes polinomios:

- a)  $9x^2 - 25$
- b)  $4x^6 + 12x^3 + 9$
- c)  $x^3 + x^2 - x - 1$
- d)  $x^3 - 2x^2 + x$
- e)  $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$
- f)  $2x^3 - 2x^2 + x - 1$

20. Hallad el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

- a)  $P(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$       y       $Q(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 1$
- b)  $P(x) = 2x^5 - 5x^2 + 4x - 4$       y       $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 2$
- c)  $P(x) = (x - 2)^3(x - 1)^2$       y       $Q(x) = (x - 1)(x - 2)^4(x + 2)^2$

21. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

- a)  $\frac{x^3}{x^2 + x^3} =$
- b)  $\frac{x - 1}{x^2 - 1} =$
- c)  $\frac{x + 1}{x^2 + 2x + 1} =$

22. Reduce a común denominador, opera y simplifica:

- a)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x^2} =$
- b)  $\frac{x + 1}{x - 1} + \frac{x - 1}{x + 1} =$
- c)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} =$
- d)  $\frac{3 - x}{x} - \frac{x - 1}{x^2} =$

23. Efectúa las siguientes operaciones:

- a)  $\frac{x^2 + 2}{x^3 - 1} - \frac{2x^2 + 1}{(x - 1)^2}$
- b)  $\frac{x^2 - 4}{x^3 + 1} : \frac{x^3 - 8}{x + 1}$
- c)  $\frac{3x^2 - 5x + 2}{x^3 + 1} \cdot \frac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 - 3x + 1}$
- d)  $\frac{x^2 + x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} : \frac{x + 1}{x - 1}$

24. Efectúa las operaciones y simplifica:

- a)  $\frac{3xy}{x - y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{6x^2y} \cdot \frac{x}{x + y} =$
- b)  $\frac{x - 1}{3} \cdot \frac{9}{x^2 - 1} =$
- c)  $\frac{4}{x^2 - 1} : \frac{2}{x - 1} =$
- d)  $\left(x - \frac{4}{x}\right) : \left(1 - \frac{2}{x}\right) =$

## SOLUCIONES

1) Solución:

	<i>Coefficiente</i>	<i>Parte literal</i>
a)	-3	$x^2t$
b)	7	$x^2yz^3$
c)	1/2	$x^2t$
d)	5	$x^4y^3$
e)	-3	$ym^2$
f)	3	$yzt^2$

2) Solución:

	<i>¿Polinomio?</i>	<i>Grado</i>	<i>Término ind.</i>	<i>Coefficiente...</i>
a)	Si	3	1	1/5
b)	Si	5	0	7/2
c)	Si	2	1/2	1/2
d)	No			
e)	Si	4	7	5
f)	Si	6	-3	-1

3) a)  $5x^2 + 7x + 4$

b)  $2x^5 + 3x + 5$

c)  $7tu^5 + 5t^3$

d)  $\frac{1}{3}z^4 + \frac{2}{3}z^2 + \frac{1}{5}z$

4) a) Si      b) No      c) Si      d) Si      e) No

5) a)  $4x^2 - 12x - 2$

b)  $x^2 - 12x + 3$

c)  $x^3 - 2x^2 - 7x - 4$

d)  $-5x^8 - 5x^4 + 7x^3 + 3x^2 + x - 2$

e)  $6x^4 - 8x^3 - 3x^2 - 4x - 3$

6) a)  $6x^3 - 4x^2 + 3x - 2$

b)  $6x^6 + 10x^5 - 4x^3 + 6x^2$

c)  $6x^6 + 7x^5 + 4x^4 + 11x^3 + 8x^2 - 9x + 9$

d)  $-21x^5 - x^3 - 33x^2 + 2x - 11$

e)  $x^2 - 1$

f)  $x^2 - 4$

7) a)  $7x^2 - 4x + 3$

b)  $-x^2 - 4x - 1$

c)  $12x^4 - 16x^3 + 10x^2 - 8x + 2$

8) a)  $x^2 + 6x + 9$

b)  $4x^2 + 16x + 16$

c)  $9x^2 - 12x + 4$

d)  $4x^4 - 4x^3 + x^2$

9) a)  $4mp$

b)  $4x^2 - 9$

c)  $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

- 10) a)  $C(x) = 3x^3 + 2x^2 - 7x$      $R(x) = 2x - 3$   
 b)  $C(x) = 3x^2 + 14x + 36$      $R(x) = 78x + 69$   
 c)  $C(x) = 3x^2 - 9x + 25$      $R(x) = -65x^2 - 11x + 25$   
 d)  $C(x) = 4x^2 + 3x + 2$      $R(x) = 2x - 4$   
 e)  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 14x + 16$      $R(x) = 128x - 128$   
 f)  $C(x) = x^2 + 1$      $R = 0$

- 11) a)  $C(x) = x^3 + x^2 - 4x + 8$      $R = -17$   
 b)  $C(x) = 4x^2 + 2x - 1$      $R = \frac{1}{2}$   
 c)  $C(x) = x - 3$      $R = -6$   
 d)  $C(x) = x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 18x + 30$      $R = -59$

12)  $m = 3$

- 13) a)  $P(3) = 10$   
 b)  $Q(-2) = 1$   
 c)  $R(-1) = 0$      $R\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{75}{8}$   
 d)  $S(2) = 0$      $S(-1) = -3$      $S(-2) = 0$

- 14) a) 14    b) 0    c) 0

15)  $a = \frac{29}{3}$

16)  $k = 1$

17)  $R = 0$

- 18) a) Si    b) No

- 19) a)  $(3x - 5)(3x + 5)$     d)  $x(x - 1)^2$   
 b)  $(2x^3 + 3)^2$     e)  $(x - 2)(x^2 + 2)$   
 c)  $(x + 1)^2(x - 1)$     f)  $(x - 1)(2x^2 + 1)$

- 20) a)  $m.c.d. = (x - 1)$      $m.c.m. = (x - 1)^3 x(2x^2 + 1)$   
 b)  $m.c.d. = 1$      $m.c.m. = (2x^5 - 5x^2 + 4x - 4)(x - 2)(2x^2 - x + 2)$   
 c)  $m.c.d. = (x - 1)(x - 2)^3$      $m.c.m. = (x - 2)^3(x - 1)^2(x - 2)(x + 2)^2$

- 21) a)  $\frac{x}{1 + x}$   
 b)  $\frac{1}{x + 1}$   
 c)  $\frac{1}{x + 1}$

22) a)  $\frac{-1}{x^3 + x^2}$

b)  $\frac{4x}{x^2 - 1}$

c)  $\frac{x^2 + x + 1}{x^3}$

d)  $\frac{-x^2 + 2x + 1}{x^2}$

23) a)  $\frac{-2x^4 - x^3 - 4x^2 + x - 3}{(x-1)^2(x^2 + x + 1)}$

b)  $\frac{x+2}{x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + 4}$

c)  $\frac{3x^2 + 10x - 8}{2x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$

d)  $\frac{x^2 + x + 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$

24) a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{3}{x+1}$

c)  $\frac{2}{x+1}$

d)  $x+2$