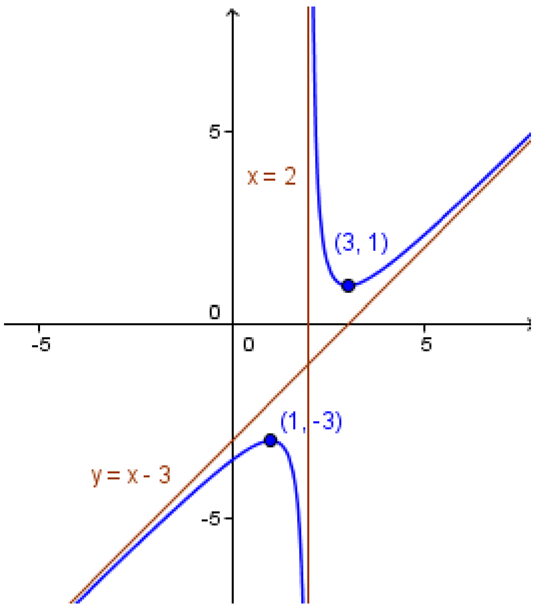
IES Fernando de Herrera — **Curso 2013 / 14**

Primer examen Tercer trimestre – 4º ESO Opción B — **25 de Abril de 2014**

NOMBRE: ____

1) Dados los vectores $\vec{a}$ = (1, –4/3) y $\vec{b}$ = (1, 1/5), se pide:
   a) Hallar $\vec{u} = -3\vec{a}$ y $\vec{v} = 5\vec{b}$. *(0,1 puntos)*
   b) ¿Constituyen una base $\vec{u}$ y $\vec{v}$? *(0,3 puntos)*
   c) Dibujar con origen en un sistema de referencia los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$. A continuación, dibujar los vectores $\vec{c} = \vec{u} - \vec{v}$ y $\vec{d} = \vec{u} + \vec{v}$. *(0,3 puntos)*
   d) Hallar la combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ con coeficientes –3 y 5. *(0,1 puntos)*
   e) Calcular las coordenadas de $\vec{c} = \vec{u} - \vec{v}$. *(0,1 puntos)*
   f) ¿Cuáles son las coordenadas del vector de posición del punto (2, 5)? *(0,1 puntos)*
   g) Calcular el módulo del vector del apartado anterior. *(0,5 puntos)*
2) Dados los puntos $A(1, 2)$ $B(-3, 4)$ y $C(5, 1)$:
   a) Hallar las coordenadas del punto medio del segmento que une B y C. *(0,5 puntos)*
   b) Hallar el simétrico de B respecto de C. *(0,5 puntos)*
   c) Hallar el vector que va desde B hasta C. *(0,5 puntos)*
   d) ¿Están alineados A, B y C? *(0,5 puntos)*
3) Hallar la recta que pasa por los puntos $A(1, 2)$ y $B(-3, 4)$. *(1 punto)*
4) Hallar la paralela a $y = \dfrac{2x-3}{3}$ que pasa por (1, –2), indicando cuánto valen su pendiente y su ordenada en el origen. *(1 punto)*
5) Hallar las rectas horizontal y vertical que pasan por (1, –2), indicando cuál es cuál. *(1 punto)*
6) Dada la función $y = \dfrac{2x}{x^2-1}$, se pide:
   a) Calcular su dominio. *(0,5 puntos)*
   b) Calcular sus intersecciones con los ejes de coordenadas. *(0,5 puntos)*
   c) Averiguar si es par, impar o ninguna de las dos cosas. *(0,5 puntos)*
7) Dada la función del gráfico, se pide:
   a) Dominio y recorrido. *(0,5 puntos)*
   b) Asíntotas. *(0,5 puntos)*
   c) Monotonía y extremos relativos. *(0,5 puntos)*
   d) Curvatura y puntos de inflexión. *(0,5 puntos)*



SOLUCIONES

1) Dados los vectores $\vec{a}$ = (1, –4/3) y $\vec{b}$ = (1, 1/5), se pide:

a) Hallar $\vec{u} = -3\vec{a}$ y $\vec{v} = 5\vec{b}$. *(0,1 puntos)*

$\vec{u}$ = –3(1, –4/3) = (–3·1, –3(–4/3)) = $\boxed{(-3, 4)}$

$\vec{v}$ = 5(1, 1/5) = (5·1, 5·(1/5)) = $\boxed{(5, 1)}$

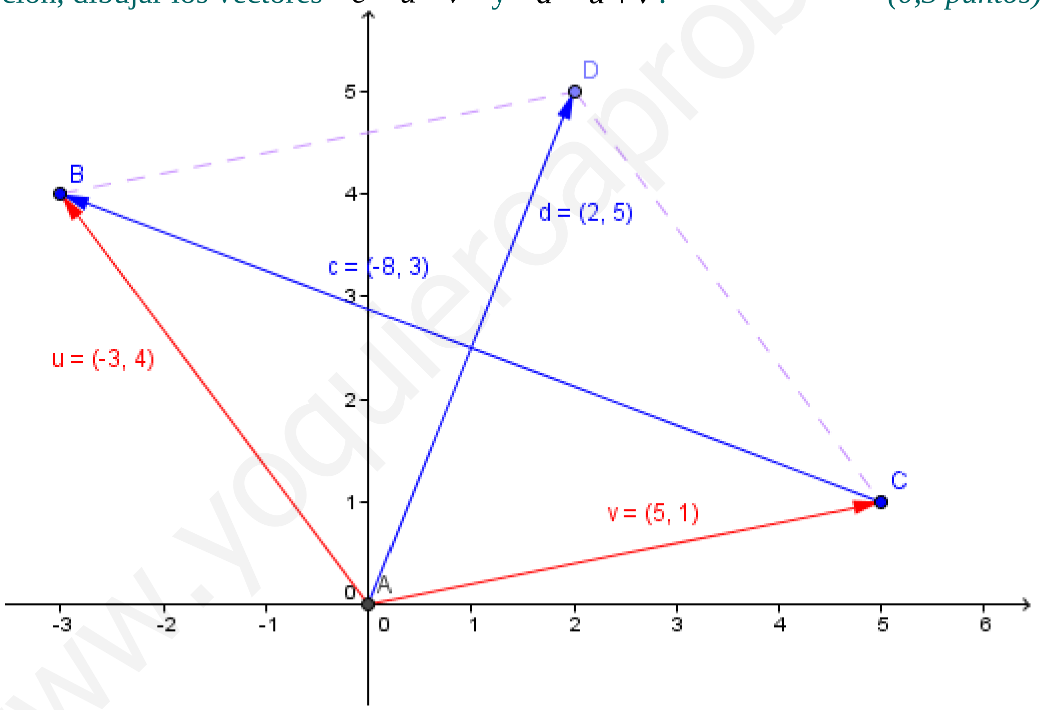
b) ¿Constituyen una base $\vec{u}$ y $\vec{v}$? *(0,3 puntos)*

Veamos si son proporcionales, es decir, si uno es múltiplo del otro. Una forma de hacerlo es dividiendo sus coordenadas para ver si dan el mismo resultado:

$$\frac{-3}{5} \neq \frac{4}{1} \Rightarrow \text{no lo son.}$$

Luego son dos vectores no nulos de distinta dirección. En el plano, <u>constituyen, por tanto, una base</u>.

c) Dibujar con origen en un sistema de referencia los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$. A continuación, dibujar los vectores $\vec{c} = \vec{u} - \vec{v}$ y $\vec{d} = \vec{u} + \vec{v}$. *(0,3 puntos)*



d) Hallar la combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ con coeficientes –3 y 5. *(0,1 puntos)*

$\vec{d}$ = –3$\vec{u}$ + 5$\vec{v}$ = –3(–3, 4) + 5(5, 1) = (9, –12) + (25, 5) = $\boxed{(34, -7)}$

e) Calcular las coordenadas de $\vec{c} = \vec{u} - \vec{v}$. *(0,1 puntos)*

$\vec{c} = \vec{u} - \vec{v}$ = (–3, 4) – (5, 1) = $\boxed{(-8, 3)}$

f) ¿Cuáles son las coordenadas del vector de posición del punto (2, 5)? *(0,1 puntos)*

Son las mismas que las del punto: (2, 5).

g) Calcular el módulo del vector del apartado anterior. *(0,5 puntos)*

$$|(2, 5)| = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 25} = \boxed{\sqrt{29}}$$

2) Dados los puntos $A(1, 2)$ $B(-3, 4)$ y $C(5, 1)$:

a) Hallar las coordenadas del punto medio del segmento que une B y C. *(0,5 puntos)*

$$M\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{4+1}{2}\right) = \boxed{\left(1, \frac{5}{2}\right)}$$

b) Hallar el simétrico de B respecto de C. *(0,5 puntos)*

Si llamamos $B'(a, b)$ al simétrico buscado, C será el punto medio del segmento que une B con B'. Por tanto:

$$\begin{cases} \dfrac{-3+a}{2} = 5 \Rightarrow -3+a = 10 \Rightarrow a = 13 \\ \dfrac{4+b}{2} = 1 \Rightarrow 4+b = 2 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

Luego el punto que buscamos es $\boxed{B'(13, -2)}$.

c) Hallar el vector que va desde B hasta C. *(0,5 puntos)*

La diferencia de vectores siempre es "*extremo*" – "*origen*":

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = (5, 1) - (-3, 4) = \boxed{(8, -3)}$$

d) ¿Están alineados A, B y C? *(0,5 puntos)*

Lo estarán si $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ son proporcionales, con lo que tendrán la misma direccion:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-3, 4) - (1, 2) = (-4, 2)$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = (5, 1) - (1, 2) = (4, -1)$

Serán proporcionales si dividiendo sus coordenadas se obtiene el mismo resultado:

$$\frac{-4}{4} \neq \frac{2}{-1} \Rightarrow \text{no lo son} \Rightarrow \boxed{\text{No están alineados}}.$$

Otra forma de hacerlo sería hallando la ecuación de la recta que pasa por dos de los puntos y comprobando si el tercero verifica dicha ecuación. En caso afirmativo, los tres forman parte de la misma recta y, de lo contrario, no están alineados.

3) Hallar la recta que pasa por los puntos $A(1, 2)$ y $B(-3, 4)$. *(1 punto)*

Usamos la *ecuación continua* de la recta:

$$\frac{x-1}{-3-1} = \frac{y-2}{4-2} \Rightarrow \frac{x-1}{-4} = \frac{y-2}{2} \Rightarrow -\frac{2}{4}(x-1) = y-2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$$

4) Hallar la paralela a $y = \dfrac{2x-3}{3}$ que pasa por $(1, -2)$, indicando cuánto valen su pendiente y su ordenada en el origen. *(1 punto)*

Dos rectas son paralelas si, y sólo si tienen la misma pendiente. La de la que nos dan es 2/3. Y nos piden una recta con dicha pendiente y que pase por $(1, -2)$. Usamos, entonces, la *ecuación punto-pendiente*:

$$y-(-2)=\frac{2}{3}(x-1) \Rightarrow y+2=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3} \Rightarrow y=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}-2 \Rightarrow \boxed{y=\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}}$$

De donde deducimos que:

Pendiente: $m = 2/3$.
Ordenada en el origen: $n = –8/3$.

5) Hallar las rectas horizontal y vertical que pasan por (1, –2), indicando cuál es cuál. *(1 punto)*

Horizontal: Las rectas horizontales son de la forma y = *número*. Para pasar por el punto (1, –2) debe ser, pues: $\boxed{y = -2}$.
Vertical: Las rectas verticales son de la forma x = *número*. Para pasar por (1, –2) debe ser, pues: $\boxed{x = 1}$.

6) Dada la función $y=\dfrac{2x}{x^2-1}$, se pide:

a) Calcular su dominio. *(0,5 puntos)*
El *dominio* de una función son los valores de x para los cuales existen imagen. La única operación de las que intervienen en nuestra función que puede no dar resultados es la división, cuando se anule el denominador. Y esto ocurre si:

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

Luego $\boxed{D(f) = R - \{-1, 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)}$.

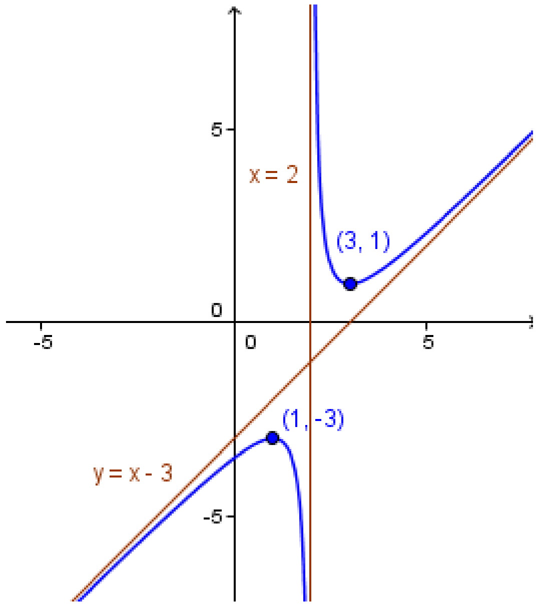
b) Calcular sus intersecciones con los ejes de coordenadas. *(0,5 puntos)*

- $x = 0 \Rightarrow y = 0/(0^2 - 1) = 0/(-1) = 0 \Rightarrow \boxed{(0, 0)}$ es el corte con OY.
- $y = 0 \Rightarrow 0=\dfrac{2x}{x^2-1} \Rightarrow$ Una fracción se anula si lo hace el numerador, excluyendo aquellos valores que también anulen al denominador: $2x = 0 \Rightarrow x = 0$, que no anula el denominador, por lo que es válida. Así, el corte con OX es el mismo punto anterior: $\boxed{(0, 0)}$.

c) Averiguar si es par, impar o ninguna de las dos cosas. *(0,5 puntos)*

$$f(-x)=\frac{2(-x)}{(-x)^2-1}=\frac{-2x}{x^2-1}=-\frac{2x}{x^2-1}=-f(x)$$
$$\Rightarrow \boxed{\text{Es impar}}.$$

7) Dada la función del gráfico, se pide:



a) Dominio y recorrido. *(0,5 puntos)*
Según el gráfico, y dado que no hay imagen para $x = 2$, ni los valores de y entre $y = -3$ e $y = 1$ corresponden a ningún valor de x, tenemos que:

$$\boxed{D(f) = R - \{2\} = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)}$$
$$\boxed{Im(f) = (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)}$$

b) Asíntotas. *(0,5 puntos)*

$\boxed{\textit{Vertical}: x = 2.}$
$\boxed{\textit{Oblicua}: y = x - 3.}$
$\boxed{\text{No tiene } \textit{asíntota horizontal}.}$

c) Monotonía y extremos relativos. *(0,5 puntos)*

	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, 3)$	3	$(3, +\infty)$
f	↗ **creciente**	**Máx**	↘ **decreciente**	∄	↘ **creciente**	**mín**	↗ **decreciente**

$\boxed{\text{Máximo relativo: } (1, -3)}$.
$\boxed{\text{Mínimo relativo: } (3, 1)}$.

d) Curvatura y puntos de inflexión. *(0,5 puntos)*

	$(-\infty, 2)$	2	$(2, +\infty)$
f	∩ **cóncava**	∄	∪ **convexa**

$\boxed{\text{No tiene puntos de inflexión}}$.

NOMBRE: ____

1ª y 2ª EVALUACIÓN: ☐ APROBADAS ☐ SUSPENDIDAS

1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\dfrac{x+2}{x^2-2x-3}}$ *(1 punto)*

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(2, -3)$ y $B(-3, 4)$. *(1 punto)*

3) Hallar la ecuación de la paralela a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ por el punto $(2, -3)$. *(0,5 puntos)*

4) Hallar el vector que va desde $B(-3, 4)$ hasta $A(2, -3)$. Calcular su módulo. *(0,5 ptos)*

5) a) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: *(1 punto)*

$$f(x) = \begin{cases} 6x - x^2 & si \quad x \le 6 \\ 2x & si \quad x > 6 \end{cases}$$

b) A la vista de la gráfica obtenida, dar el *dominio*, estudiar la *continuidad*, e indicar los *máximos y mínimos relativos y absolutos* de *f*. *(1 punto)*

6) *(Deben indicarse cómo se obtienen los resultados que se piden en esta problema: no basta el resultado que da la calculadora)* Se han medido los cierres de los índices bursátiles *SP&500* e *Ibex-35* durante 6 días de mayo de 2014, obteniéndose los siguientes resultados:

SP&500	1877.86	1870.85	1888.53	1897.45	1896.65	1878.48
Ibex-35	10478.7	10365	10613.9	10587.2	10867	10487.2

a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. *(1 punto)*

b) Calcular la recta de regresión del Ibex-35 sobre el SP&500 y predecir el precio de cierre del Ibex si el SP&500 cierra en 1878.21, indicando si sería fiable la predicción. *(1 punto)*

7) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Sin calculadora, y siendo $\cos \alpha = -1/2$, con $180º < \alpha < 360º$, hallar el resto de razones trigonométricas de α. A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. *(1 punto)*

8) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Resolver las ecuaciones:

a) $\log_3 (x+4) + \log_3 (x-4) = 2$ *(1 punto)*

b) $25^x + 5^x = 30$ *(1 punto)*

7) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* Siendo $y = \dfrac{3x}{x^2-4}$, se pide:

a) Calcular su dominio. *(0,5 puntos)*

b) Calcular sus intersecciones con los ejes de coordenadas. *(0,5 puntos)*

c) Averiguar si es par, impar o ninguna de las dos cosas. *(0,5 puntos)*

8) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* Dados los puntos $A(1, 10)$, $B(-3, -8)$ y $C(5, 16)$:

a) Hallar las coordenadas del punto medio del segmento que une *B* y *C*. *(0,5 ptos)*

b) Hallar el simétrico de *B* respecto de *C*. *(0,5 puntos)*

c) ¿Están alineados *A*, *B* y *C*? *(0,5 puntos)*

SOLUCIONES

1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\dfrac{x+2}{x^2-2x-3}}$ *(1 punto)*

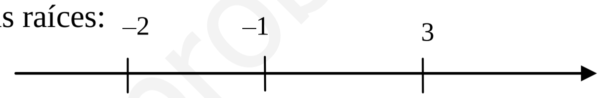
El dominio de esta función lo constituyen los valores de x que resuelven la siguiente inecuación, puesto que no existen raíces de números negativos y que la solución de la inecuación ya excluye los valores de x que anulen el denominador, que tampoco tienen imagen:

$$\frac{x+2}{x^2-2x-3} \geq 0$$

- Raíces del numerador: $x + 2 = 0 \Rightarrow \underline{x = -2}$. Factorizado: $\underline{x + 2}$.
- Raíces del denominador: $x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \dfrac{2 \pm 4}{2} = \left\langle \begin{matrix} =-1 \\ =3 \end{matrix} \right.$

  $\Rightarrow \underline{x = -1 \text{ ó } x = 3}$. Factorizado: $\underline{(x+1)(x-3)}$.
- Inecuación resultante con los polinomios factorizados: $\dfrac{x+2}{(x+1)(x-3)} \geq 0$

División de R en intervalos mediante las raíces:



	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, -1)$	-1	$(-1, 3)$	3	$(3, +\infty)$
$x+2$	–	0	+	…	+	…	+
$x+1$	–	…	–	0	+	…	+
$x-3$	–	…	–	…	–	0	+
$\dfrac{x+2}{(x+1)(x-3)}$	–	0	+	∄	–	∄	+
¿Sirven? →	No	Si	Si	No	No	No	Si

Luego la solución, y el dominio, es: $\boxed{D(f) = [-2, -1) \cup (3, +\infty)}$.

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(2, -3)$ y $B(-3, 4)$. *(1 punto)*

La ecuación del la recta en *forma continua* nos proporciona un método fácil para resolver el problema. Siendo los puntos conocidos (x_0, y_0) y (x_1, y_1):

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \Rightarrow \frac{x-2}{-3-2} = \frac{y+3}{4+3} \Rightarrow 7(x-2) = -5(y+3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x - 14 = -5y - 15 \Rightarrow 5y = -7x + 14 - 15 \Rightarrow \boxed{y = \frac{-7x-1}{5}}$$

3) Hallar la ecuación de la paralela a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ por el punto $(2, -3)$. *(0,5 puntos)*

La recta que nos dan puede expresarse como $y = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{3}$. Luego $2/3$ es su pendiente. La paralela buscada debe tener la misma pendiente. Y como conocemos un punto suyo, usando la forma *punto-pendiente*, su ecuación será:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - (-3) = \frac{2}{3}(x-2) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} - 3 \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3}x - \frac{13}{3}}$$

4) Hallar el vector que va desde $B(-3, 4)$ hasta $A(2, -3)$. Calcular su módulo. *(0,5 ptos)*
La diferencia de vectores siempre es "*extremo*" – "*origen*":

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = (2, -3) - (-3, 4) = \boxed{(5, -7)}$$

Su módulo es: $|\overrightarrow{BA}| = \sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{25 + 49} = \boxed{\sqrt{74}}$

5) a) Dibujar la siguiente función, calculando *eje, vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: *(1 punto)*

$$f(x) = \begin{cases} 6x - x^2 & si \quad x \le 6 \\ 2x & si \quad x > 6 \end{cases}$$

En $(-\infty, 6)$ f coincide con $y = -x^2 + 6x$. Vamos a dibujarla, restringiéndola a dicho intervalo.

- Como el coeficiente de x^2 es negativo, la parábola es cóncava.
- *Eje*: $x = \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow x = \dfrac{-6}{-2} \Rightarrow \boxed{x = 3}$.
- *Vértice*: Si $x = 3 \Rightarrow y = -9 + 18 = 9$: $\boxed{(3, 9)}$.
- *Intersecciones con los ejes*: $x = 0 \Rightarrow y = 0$: $\boxed{(0, 0)}$.
  $y = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow$
  $x(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0, \text{ ó} \\ x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$ puesto que un producto vale 0 si, y sólo si algún factor vale 0. Los puntos son:
  $\boxed{(0, 0) \text{ y } (6, 0)}$.
- Completamos con una tabla de valores:

x	–1	1	2	4	5
y	–7	5	8	8	5

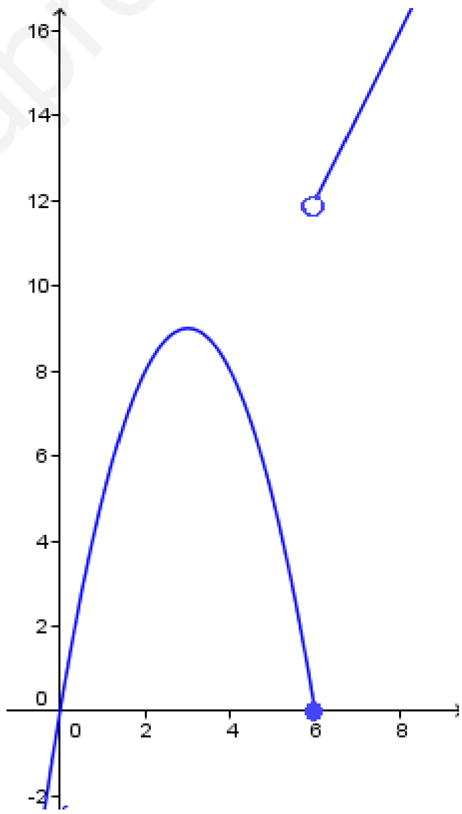
El punto final (6, 0) hay que destacarlo *relleno*, porque para $x = 6$ la imagen se calcula por esta fórmula, y no por $y = 2x$.

Para trazar $y = 2x$, que es una recta, creamos una pequeña tabla de valores:

x	6	8
y	12	16

y el punto inicial (6, 12) es *hueco*, porque la imagen de $x = 6$ se calcula por la fórmula $y = -x^2 + 6x$, y no por $y = 2x$.

Y así se obtiene la gráfica adjunta.



b) A la vista de la gráfica obtenida, dar el *dominio*, estudiar la *continuidad*, e indicar los *máximos y mínimos relativos y absolutos* de f. *(1 punto)*

- $\boxed{D(f) = \mathbb{R}}$ (todos los puntos tienen imagen, incluido $x = 6$).
- Es $\boxed{\text{continua en } \mathbb{R} - \{6\}}$. Tiene $\boxed{\text{discontinuidad de salto finito en } x = 6}$.
- $\boxed{\text{Máximo relativo: (3, 9). No tiene mínimos relativos.}}$

- $\boxed{\text{No tiene extremos absolutos}}$, porque cuando x tiende a $-\infty$ las imágenes se van al $-\infty$, y cuando x tiende a $+\infty$ las imágenes se van al $+\infty$.

6) *(Deben indicarse cómo se obtienen los resultados que se piden en esta problema: no basta el resultado que da la calculadora)* Se han medido los cierres de los índices bursátiles *SP&500* e *Ibex-35* durante 6 días de mayo de 2014, obteniéndose los siguientes resultados:

SP&500	1877.86	1870.85	1888.53	1897.45	1896.65	1878.48
Ibex-35	10478.7	10365	10613.9	10587.2	10867	10487.2

a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. *(1 punto)*

$$\bar{x} = \frac{1877.86 + 1870.85 + \ldots + 1878.48}{6} = 1884.97$$

$$s_x = \sqrt{\frac{1877.86^2 + 1870.85^2 + \ldots + 1878.48^2}{6} - \bar{x}^2} = 9.97$$

$$\bar{y} = \frac{10478.7 + 10365 + \ldots + 10487.2}{6} = 10566.5$$

$$s_y = \sqrt{\frac{10478.7^2 + 10365^2 + \ldots + 10487.2^2}{6} - \bar{y}^2} = 156.83$$

$$s_{xy} = \frac{1877.86 \cdot 10478.7 + 1870.85 \cdot 10365 + \ldots + 1878.48 \cdot 10487.2}{6} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 1320.169$$

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = 0.84$$

Existe $\boxed{\textit{correlación positiva moderadamente fuerte}}$, por lo que las predicciones son relativamente fiables.

b) Calcular la recta de regresión del Ibex-35 sobre el SP&500 y predecir el precio de cierre del Ibex si el SP&500 cierra en 1878.21, indicando si sería fiable la predicción. *(1 punto)*

$$y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}(x - \bar{x}) \Rightarrow \text{Sustituyendo y simplificando: } \boxed{y = 13.27–14.447.83}$$

Para $x = 1878.21 \Rightarrow \boxed{y = 10476.79}$

Los datos de la tabla son del 9 al 16 de mayo de 2014. El 7 de mayo, el SP&500 cerró en 1878.21 y el Ibex-35 en 10413.80.

7) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Sin calculadora, y siendo $\cos \alpha = -1/2$, con $180^\circ < \alpha < 360^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α. A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. *(1 punto)*

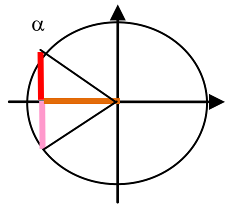
Como $\cos \alpha < 0$ y $180^\circ < \alpha < 360^\circ \Rightarrow \alpha \in$ III cuadrante.

$$1 + \text{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \boxed{\text{tg } \alpha} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \sqrt{\frac{1}{1/4} - 1} = \boxed{\sqrt{3}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \boxed{\text{sen } \alpha} = \cos \alpha \text{ tg } \alpha = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$\boxed{\text{cotg } \alpha} = \dfrac{1}{\text{tg}\,\alpha} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ $\boxed{\sec \alpha} = \dfrac{1}{\cos\alpha} = \boxed{-2}$ $\boxed{\text{cosec } \alpha} = \dfrac{1}{\text{sen}\,\alpha} = -\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \boxed{-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}}$

$\cos \alpha = -1/2 \Rightarrow$ Según la calculadora, $\alpha = 120º$. Pero al ser del III cuadrante, hemos de buscar el ángulo que tiene el mismo valor del coseno, en dicho cuadrante (en naranja, en el gráfico). Desde $\alpha = 120º$ hasta $180º$ van $180º - 120º = 60º$. Si esa misma abertura la sumamos a $180º$ nos da el ángulo que buscamos: $\boxed{\alpha} = 180º + 60º = \boxed{240º}$.



8) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Resolver las ecuaciones:

a) $\log_3 (x+4) + \log_3 (x-4) = 2$ *(1 punto)*

$$\log_3 (x+4) + \log_3 (x-4) = 2 \Rightarrow \log_3 (x+4)(x-4) = \log_3 3^2 \Rightarrow x^2 - 4^2 = 9 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2 = 9 + 16 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Pero $x = -5$ no es válido porque, sustituido en la ecuación original, hace negativo el argumento de $\log_3 (x-4)$. No ocurre así con $\boxed{x = 5}$, por lo que es la única solución válida.

b) $25^x + 5^x = 30$ *(1 punto)*

$$25^x + 5^x = 30 \Rightarrow (5^2)^x + 5^x - 30 = 0 \Rightarrow 5^{2x} + 5^x - 30 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (5^x)^2 + 5^x - 30 = 0 \Rightarrow \text{Llamando } t = 5^x\text{: } t^2 + t - 30 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+120}}{2} = \frac{-1 \pm 11}{2} = \begin{cases} = \dfrac{-12}{2} = -6 \\ = \dfrac{10}{2} = 5 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio:

- $t = -6 \Rightarrow 5^x = -6$, que no es posible, pues $5^x > 0 \ \forall x$
- $t = 5 \Rightarrow 5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x = 1}$.

7) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* Siendo $y = \dfrac{3x}{x^2 - 4}$, se pide:

a) Calcular su dominio. *(0,5 puntos)*

Como no se puede dividir entre 0, y es la única dificultad con la que nos topamos al calcular imágenes, hay que excluir del dominio los valores de x que anulen el denominador:

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow \boxed{D(f) = R - \{-2, 2\}}$$

b) Calcular sus intersecciones con los ejes de coordenadas. *(0,5 puntos)*

- $x = 0 \Rightarrow y = \dfrac{0}{-4} = 0$: $\boxed{(0, 0)}$.
- $y = 0 \Rightarrow 0 = \dfrac{3x}{x^2 - 4} \Rightarrow$ Un cociente se anula si lo hace el numerador, comprobando que las soluciones obtenidas no anulen, además, al denominador: $3x = 0 \Rightarrow x = 0/3 = 0$: $\boxed{(0, 0)}$.

c) Averiguar si es par, impar o ninguna de las dos cosas. *(0,5 puntos)*

$$f(-x) = \frac{3(-x)}{(-x)^2 - 4} = \frac{-3x}{x^2 - 4} = -\frac{3x}{x^2 - 4} = -f(x) \Rightarrow \boxed{\text{Es Impar}}.$$

8) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* Dados los puntos $A(1, 10)$, $B(-3, -8)$ y $C(5, 16)$:

a) Hallar las coordenadas del punto medio del segmento que une B y C. *(0,5 ptos)*

$$M\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{-8+16}{2}\right) = \boxed{(1,\ 4)}$$

b) Hallar el simétrico de B respecto de C. *(0,5 puntos)*

Si llamamos $B'(a, b)$ al simétrico buscado, C será el punto medio del segmento que une B con B'. Por tanto:

$$\begin{cases} \dfrac{-3+a}{2} = 5 \Rightarrow -3+a = 10 \Rightarrow a = 13 \\ \dfrac{-8+b}{2} = 16 \Rightarrow -8+b = 32 \Rightarrow b = 40 \end{cases}$$

Luego el punto que buscamos es $\boxed{B'(13, 40)}$.

c) ¿Están alineados A, B y C? *(0,5 puntos)*

Lo estarán si $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ son proporcionales, con lo que tendrán la misma direccion:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-3, -8) - (1, 10) = (-4, -18)$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = (5, 16) - (1, 10) = (4, 6)$

Serán proporcionales si dividiendo sus coordenadas se obtiene el mismo resultado:

$$\frac{-4}{4} \neq \frac{-18}{6} \Rightarrow \text{no lo son} \Rightarrow \boxed{\text{No están alineados}}.$$

Otra forma de hacerlo sería hallando la ecuación de la recta que pasa por dos de los puntos y comprobando si el tercero verifica dicha ecuación. En caso afirmativo, los tres forman parte de la misma recta y, de lo contrario, no están alineados.