

NOMBRE _____

- 1) ¿Es el vector $\vec{c} = (4, 1)$ combinación lineal de los vectores $\vec{a} = (-3, 1)$ y $\vec{b} = (2, 4)$? (1,5 puntos)
- 2) Dados los vectores $\vec{a} = (-3, 1)$ y $\vec{b} = (2, 4)$, se pide:
 - a) Calcular las coordenadas de: $-2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ y de $-2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ (1 punto)
 - b) Dibujar los vectores $-2\vec{a}$ y $\frac{1}{2}\vec{b}$ con origen común en un sistema de referencia.
Sumarlos y restarlos gráficamente. (1 punto)
- 3) Dar las coordenadas del vector que va desde $A(1, -2)$ hasta $B(3, 4)$. (1 punto)
- 4) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -2)$ y $B(3, 4)$. (1 punto)
- 5) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -2)$. (1 punto)
- 6) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -2)$. (1 punto)
- 7) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: (1,5 puntos)
$$f(x) = \begin{cases} -x-3 & \text{si } x < 0 \\ -x^2+4x-3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$
- 8) Para la función anterior, a la vista de la gráfica, estudiar su dominio, continuidad, monotonía y curvatura. (1 punto)

SOLUCIONES

- 1) ¿Es el vector $\vec{c} = (4, 1)$ combinación lineal de los vectores $\vec{a} = (-3, 1)$ y $\vec{b} = (2, 4)$? (1,5 puntos)

Se trata de averiguar los *coeficientes* de la combinación lineal, si es que es posible encontrarlos (puede que no existan):

$$\begin{aligned} x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{c} &\Leftrightarrow x(-3, 1) + y(2, 4) = (4, 1) \Leftrightarrow (-3x, x) + (2y, 4y) = (4, 1) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (-3x + 2y, x + 4y) = (4, 1) \end{aligned}$$

Esto último es la igualdad entre dos vectores, puesto que cada miembro de la igualdad contiene las coordenadas de dichos vectores respecto de la base con la que estamos trabajando. Y como los dos vectores son el mismo (por eso hay un signo = entre ellos) y las coordenadas de un vector respecto de una base son únicas, se tiene:

$$\left. \begin{array}{l} -3x + 2y = 4 \\ x + 4y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -3x + 2y = 4 \\ 3x + 12y = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 14y = 7 \Rightarrow y = 7/14 = 1/2$$

Sustituyendo en la segunda ecuación: $x + 4 \cdot (1/2) = 1 \Rightarrow x + 2 = 1 \Rightarrow x = -1$.

Por tanto, hemos encontrado los coeficientes de la combinación lineal. Si el sistema de ecuaciones que hemos resuelto no hubiese tenido solución, \vec{c} no sería combinación lineal de \vec{a} y \vec{b} . Pero hemos encontrado que **sí es combinación lineal, de coeficientes -1 y $1/2$** .

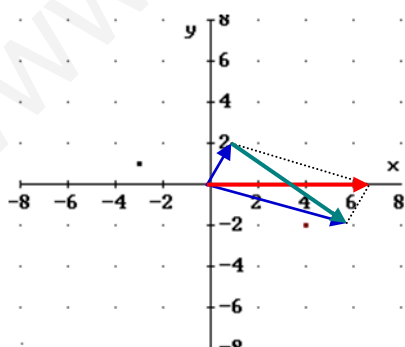
- 2) Dados los vectores $\vec{a} = (-3, 1)$ y $\vec{b} = (2, 4)$, se pide:

- a) Calcular las coordenadas de: $-2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ y de $-2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ (1 punto)

$$-2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} = -2(-3, 1) + \frac{1}{2}(2, 4) = (6, -2) + (1, 2) = \boxed{(7, 0)}$$

$$-2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} = -2(-3, 1) - \frac{1}{2}(2, 4) = (6, -2) - (1, 2) = \boxed{(5, -4)}$$

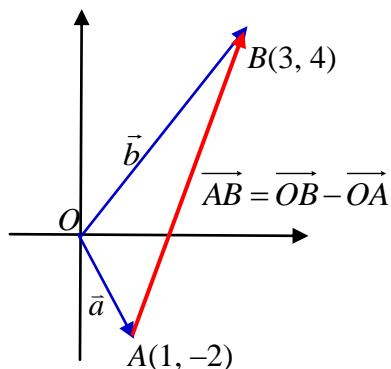
- b) Dibujar los vectores $-2\vec{a}$ y $\frac{1}{2}\vec{b}$ con origen común en un sistema de referencia. Sumarlos y restarlos gráficamente. (1 punto)



Llevamos a un sistema de referencia los vectores $-2\vec{a}$ y $\frac{1}{2}\vec{b}$, en azul ($-2\vec{a}$ es el que apunta hacia abajo). La suma es el vector rojo, obtenida por la *regla del paralelogramo*. Y la diferencia es el vector verde, que va desde el extremo del segundo vector al extremo del primer vector de la resta.

- 3) Dar las coordenadas del vector que va desde $A(1, -2)$ hasta $B(3, 4)$. (1 punto)

Si dibujamos los *vectores de posición* $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ y $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ de los puntos, veremos que el vector que une sus extremos \overrightarrow{AB} es $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. Por tanto:



$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \vec{b} - \vec{a} = (3, 4) - (1, -2) = \boxed{(2, 6)}$$

(Se puede recordar pensando en que, una vez colocados los vectores a restar con origen común, el *vector diferencia* es *extremo menos origen*, siendo el *extremo* el vector que va desde el origen común hasta el *extremo* del vector diferencia y el *origen* el que va desde el origen común hasta el *origen* del vector diferencia).

- 4) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -2)$ y $B(3, 4)$. (1 punto)
La ecuación de la recta en *forma continua* nos proporciona un método fácil para resolver el problema. Siendo los puntos conocidos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) :

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \Rightarrow \frac{x-1}{3-1} = \frac{y+2}{4+2} \Rightarrow 6(x-1) = 2(y+2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x-6 = 2y+4 \Rightarrow 6x-6-4 = 2y \Rightarrow y = \frac{6x-10}{2} \Rightarrow \boxed{y = 3x-5}$$

- 5) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -2)$.

(1 punto)

Como la recta dada se puede escribir como $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$, su pendiente es $m = \frac{2}{3}$.

Dos rectas son paralelas si, y sólo si tienen la misma pendiente. Luego de la recta que nos piden sabemos que debe tener como pendiente la antes indicada y que debe pasar por el punto que nos proporcionan en el enunciado. Usando la ecuación en *forma punto-pendiente*:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 2 = \frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - 2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}}$$

- 6) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -2)$.

(1 punto)

Si la pendiente de la recta dada es $m = \frac{2}{3}$, la de una perpendicular será $m' = -\frac{1}{m} =$

$-\frac{1}{2/3} = -\frac{3}{2}$. Usando, nuevamente, *punto-pendiente*:

$$y + 2 = -\frac{3}{2}(x - 1) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} - 2 \Rightarrow \boxed{y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}}$$

- 7) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: (1,5 puntos)

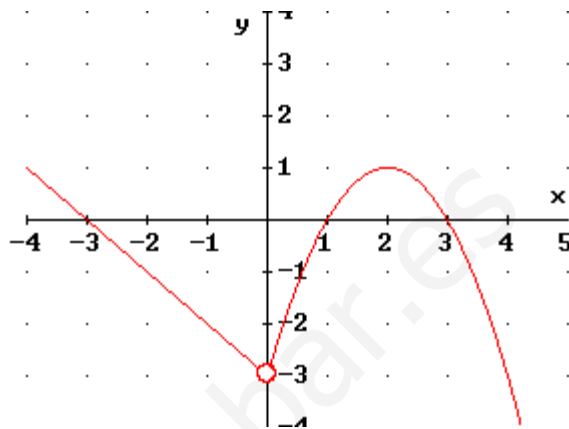
$$f(x) = \begin{cases} -x-3 & \text{si } x < 0 \\ -x^2+4x-3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

La función $y = -x - 3$ es una recta. Con una pequeña tabla de valores la dibujamos. Y la restringimos a la zona $x < 0$ (lado izquierdo del eje OY, sin tocarlo).

La función $y = -x^2 + 4x - 3$ es una parábola *cóncava*, puesto que el coeficiente de x^2 es negativo. Además:

- $x = 0 \Rightarrow y = -3$. Corta a OY en $(0, -3)$.
- $y = 0 \Rightarrow 0 = -x^2 + 4x - 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1$ ó $x = 3$. Corta a OX en $(1, 0)$ y $(3, 0)$.
- Eje: $x = -b / 2a \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} \Rightarrow x = 2$.
- Vértice: $x = 2 \Rightarrow y = -4 + 8 - 3 = 1$: $(2, 1)$.

Con una pequeña tabla de valores adicional, obtenemos su gráfica, que restringimos a la zona $x > 0$, esto es, al lado derecho del eje OY sin tocarlo. Obtenemos así la función del gráfico adjunto. Observar que para $x = 0$ no hay imagen, lo que hemos destacado con un punto hueco.



8) Para la función anterior, a la vista de la gráfica, estudiar su dominio, continuidad, monotonía y curvatura. (1 punto)

- Dominio: $\mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, puesto que $x = 0$ no tiene imagen.
- Continuidad: Coincide con el dominio, porque $x = 0$ no tiene imagen.
- Monotonía: Decreciente en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$. Creciente en $(0, 2)$.
- Curvatura: Cóncava en $(0, +\infty)$. Cuando es una recta no es ni cóncava ni convexa.

NOMBRE _____

1ª y 2ª EVALUACIÓN: APROBADAS SUSPENDIDAS

1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-4x+3}}$ (2 puntos)

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. (1 punto)

3) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. (0,5 puntos)

4) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. (0,5 puntos)

5) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: (1,5 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & \text{si } x \leq 6 \\ 2x & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

6) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x - 3)^4$ (1,5 puntos)

7) (Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación) Dibujar los vectores de posición de los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. A continuación, *calcular* las coordenadas del vector que va desde A hasta B , obteniéndolo mediante una operación con los vectores de posición anteriores, y dibujarlo en el gráfico anterior. (1 punto)

8) (Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación) En un mercado mayorista se han anotado, en días sucesivos, la cantidad ofertada de una determinada hortaliza y el precio que alcanza el kg de venta, obteniendo los siguientes resultados:

x (kg)	2000	2400	2500	3000	2900	2800	3200	2600
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,23	1,60

a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. (1 punto)

b) Calcular la recta de regresión y predecir el precio que se alcanzaría un día en que la oferta sea de 2700 kg. (1 punto)

7) (Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación) Sin calculadora, siendo $\text{tg } \alpha = -2$, $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α . A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. (1 punto)

8) (Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación) Resolver las ecuaciones:

a) $5 \log x = 3 + \log \frac{x^3}{10}$ (1 punto)

b) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$ (1 punto)

SOLUCIONES

1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-4x+3}}$ (2 puntos)

El dominio lo constituyen los valores de x que verifican la inecuación, que habremos de resolver, siguiente:

$$\frac{x-2}{x^2-4x+3} \geq 0$$

- Descomponemos factorialmente y calculamos las raíces de los polinomios del numerador y del denominador:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

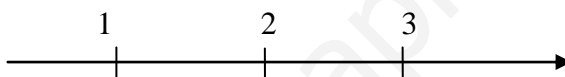
$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Por consiguiente, la inecuación se transforma en:

$$\frac{(x-2)}{(x-1)(x-3)} \geq 0$$

lo que nos lleva a evaluar el signo de esa expresión.

- Dividimos \mathbb{R} en intervalos mediante las raíces obtenidas:



Evaluamos el signo de la expresión en cada uno de los intervalos resultantes. Para ello, basta con elegir un valor cualquiera de x en cada intervalo, porque el signo será el mismo, en ese intervalo, para cualquier valor de x que elijamos:

	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, 3)$	3	$(3, +\infty)$
$x - 1$	-	0	+	...	+	...	+
$x - 2$	-	...	-	0	+	...	+
$x - 3$	-	...	-	...	-	0	+
$\frac{(x-2)}{(x-1)(x-3)}$	-	\neq	+	0	-	\neq	+
¿Sirven? \rightarrow	No	No	Si	Si	No	No	Si

Luego la solución de la inecuación es:

$$x \in (1, 2] \cup (3, +\infty)$$

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. (1 punto)
La ecuación de la recta en *forma continua* nos proporciona un método fácil para resolver el problema. Siendo los puntos conocidos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) :

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \Rightarrow \frac{x-1}{3-1} = \frac{y+3}{4+3} \Rightarrow 7(x-1) = 2(y+3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x - 7 = 2y + 6 \Rightarrow 7x - 7 - 6 = 2y \Rightarrow \boxed{y = \frac{7x-13}{2}}$$

3) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. (0,5 puntos)

Como la recta dada se puede escribir como $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$, su pendiente es $m = \frac{2}{3}$.

Dos rectas son paralelas si, y sólo si tienen la misma pendiente. Luego de la recta que nos piden sabemos que debe tener como pendiente la antes indicada y que debe pasar por el punto que nos proporcionan en el enunciado. Usando la ecuación en forma punto-pendiente:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 3 = \frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - 3 \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3}x - \frac{11}{3}}$$

- 4) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto (1, -3). (0,5 puntos)

Si la pendiente de la recta dada es $m = \frac{2}{3}$, la de una perpendicular será $m' = -\frac{1}{m} =$

$-\frac{1}{2/3} = -\frac{3}{2}$. Usando, nuevamente, punto-pendiente:

$$y + 3 = -\frac{3}{2}(x - 1) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} - 3 \Rightarrow \boxed{y = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}}$$

- 5) Dibujar la siguiente función, calculando eje, vértice y cortes con los ejes de la parábola que constituye un trozo de la misma: (1,5 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & \text{si } x \leq 6 \\ 2x & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

La función $y = 2x$ es una recta. Con una pequeña tabla de valores la dibujamos. Y la restringimos a la zona $x > 6$.

La función $y = 8x - x^2$ es una parábola cóncava, puesto que el coeficiente de x^2 es negativo. Además:

- $x = 0 \Rightarrow y = 0$. Corta a OY en (0, 0).

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 8x - x^2 \Rightarrow x(8 - x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 & \text{ó} \\ 8 - x = 0 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

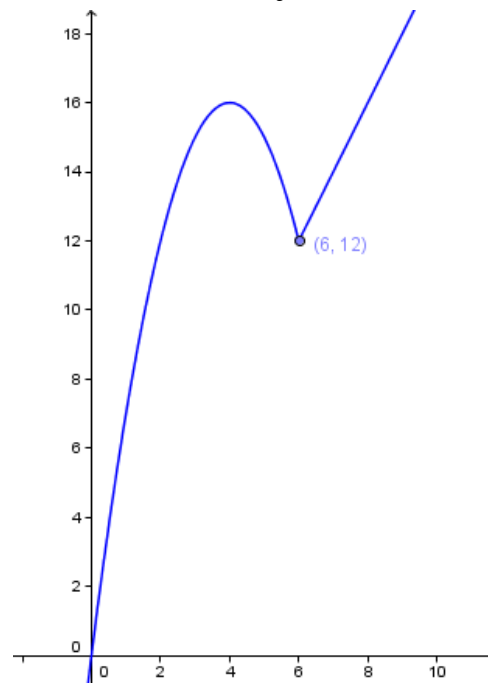
- porque un producto vale 0 si, y sólo si alguno de los factores es 0. $\Rightarrow x = 0$ ó $x = 8$. Corta a OX en (0, 0) y (8, 0).

- Eje: $x = -b/2a \Rightarrow x = \frac{-8}{-2} \Rightarrow x = 4$.

- Vértice: $x = 4 \Rightarrow y = 32 - 16 = 16$: (4, 16).

Con una pequeña tabla de valores adicional, obtenemos su gráfica, que restringimos a la zona $x \leq 6$.

La gráfica resultante de f es la reproducida junto a estas líneas.



- 6) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x - 3)^4$ (1,5 puntos)

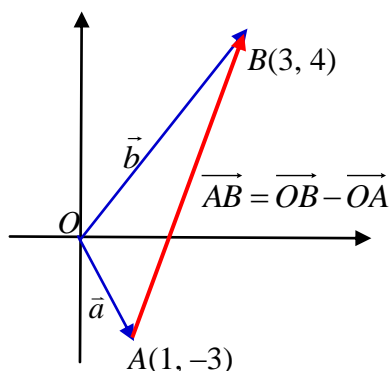
$$(2x - 3)^4 = \binom{4}{0}(2x)^4 - \binom{4}{1}(2x)^3 3 + \binom{4}{2}(2x)^2 3^2 - \binom{4}{3}2x 3^3 + \binom{4}{4}3^4 =$$

$$= 1 \cdot 2^4 x^4 - 4 \cdot 2^3 x^3 \cdot 3 + 6 \cdot 2^2 x^2 \cdot 9 - 4 \cdot 2x \cdot 27 + 1 \cdot 81 =$$

$$= \boxed{16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 81}$$

- 7) (Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación) Dibujar los vectores de posición de los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. A continuación, calcular las coordenadas del vector que va desde A hasta B , obteniéndolo mediante una operación con los vectores de posición anteriores, y dibujarlo en el gráfico anterior. (1 punto)

Los vectores de posición son: $\vec{a} = \vec{OA}$ y $\vec{b} = \vec{OB}$. Vemos que el vector que une sus extremos \vec{AB} es $\vec{OB} - \vec{OA}$. Por tanto:



$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \vec{b} - \vec{a} = (3, 4) - (1, -3) = \boxed{(2, 7)}$$

(Se puede recordar pensando en que, una vez colocados los vectores a restar con origen común, el vector diferencia es extremo menos origen, siendo el extremo el vector que va desde el origen común hasta el extremo del vector diferencia y el origen el que va desde el origen común hasta el origen del vector diferencia).

- 8) (Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación) En un mercado mayorista se han anotado, en días sucesivos, la cantidad ofertada de una determinada hortaliza y el precio que alcanza el kg de venta, obteniendo los siguientes resultados:

x (kg)	2000	2400	2500	3000	2900	2800	3200	2600
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,23	1,60

- a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. (1 punto)

$$\bar{x} = \frac{2000 + 2400 + \dots + 2600}{8} = \boxed{2675} \quad \bar{y} = \frac{1,8 + 1,68 + \dots + 1,6}{8} = \boxed{1,5275}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{2000^2 + 2400^2 + \dots + 2600^2 \cdot 3}{8} - \bar{x}^2} = \boxed{356,20}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1,8^2 + 1,68^2 + \dots + 1,6^2}{8}} = \boxed{0,1795}$$

$$s_{xy} = \frac{2000 \cdot 1,8 + 2400 \cdot 1,68 + \dots + 2600 \cdot 1,6}{8} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \boxed{-62,4375} \quad r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \boxed{-0,9766}$$

Como está próximo a -1 y es negativo, las variables tienen correlación muy fuerte y negativa. Las predicciones que se hagan con la recta de regresión son fiables.

Las fórmulas utilizadas son las estándares, donde se han utilizado los valores de x y de y que proporciona la tabla, junto con las frecuencias de cada pareja, que se encuentran en el interior, o las de cada valor de x , que están sumadas en el margen derecho, y las de y , en el margen inferior.

Pero en el cálculo hemos usado la función estadística de la calculadora. Para una tipo Casio S.V.P.A.M. (por ejemplo, la fx-82MS), o alguna de otra marca que tienen un funcionamiento idéntico, sería como sigue.

- Ponemos la calculadora en modo *regresión lineal*: **MODE** **REG** **LIN**.

- Introducimos los datos: 2000 $\boxed{,}$ 1.8 $\boxed{M+}$. 2400 $\boxed{,}$ 1.68 $\boxed{M+}$. Etc. Para aquellos datos cuya frecuencia es mayor que 1, que no es nuestro caso, sería, por poner un ejemplo inventado: 4 $\boxed{,}$ 2 \boxed{SHIFT} $\boxed{,}$ 2 $\boxed{M+}$ que aparecería en pantalla como: 4,2;2. Si queremos rectificar algún dato, nos movemos con flecha abajo o flecha arriba hasta el valor a cambiar, escribimos el nuevo sobre el mismo y pulsamos $\boxed{=}$. Hay que salir del modo *introducción de datos* pulsando \boxed{AC} . Los datos introducidos no se pierden aunque apaguemos la calculadora. Sólo lo hacen al cambiar el MODE o elegir \boxed{SHIFT} \boxed{CLR} .
- Los datos de \bar{x} o \bar{y} los obtenemos en \boxed{SHIFT} $\boxed{2}$: esta secuencia de teclas nos lleva a los resultados más importantes que buscamos. Hay que desplazarse con Flecha Derecha o Flecha Izquierda hasta encontrar el que buscamos. La *desviación típica* es la simbolizada con σ_x o σ_y . Entre este conjunto de datos está también el *coeficiente de correlación*.
- La *covarianza* no la proporciona directamente la calculadora. Un modo de obtenerla es usar su fórmula: \boxed{SHIFT} $\boxed{1}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{3}$ $\boxed{:}$ \boxed{SHIFT} $\boxed{1}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ \boxed{SHIFT} $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\times}$ \boxed{SHIFT} $\boxed{2}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$, que muestra en pantalla: $\sum xy : n - \bar{x} \times \bar{y}$.

b) Calcular la recta de regresión y predecir el precio que se alcanzaría un día en que la oferta sea de 2700 kg. (1 punto)

La recta de regresión lineal de y sobre x será: $y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} (x - \bar{x})$, que susti-

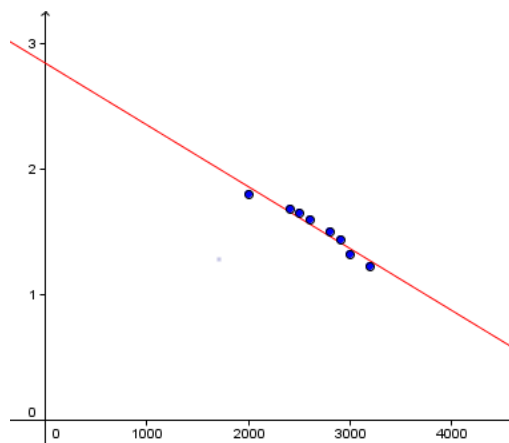
tuyendo y despejando resulta: $y = 2.8439 - 0.00049212x$.

Para $x = 2700$ se obtiene $y = 1.52$, que es el precio que cabría esperar un día en que la oferta sea de 2700kg.

Con la calculadora, los coeficientes de la recta de regresión son los valores A y B de la serie de datos de \boxed{SHIFT} $\boxed{2}$. La predicción para $x = 8$ también la proporciona pulsando: 2700 \boxed{SHIFT} $\boxed{2}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$. En pantalla se nos mostrará: 2700 \hat{y} .

Hay que recordar salir del *modo estadística*, lo que se consigue pulsando \boxed{MODE} \boxed{COMP} .

La nube de puntos y la recta de regresión se muestran en el gráfico.



7) (Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación) Sin calculadora, siendo $\text{tg } \alpha = -2$, $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α . A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. (1 punto)

Como la tangente es negativa en el cuarto cuadrante y positiva en el primero, el ángulo está en el cuarto cuadrante.

- $\cotg \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{1}{2}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \cos \alpha = +\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, positivo por ser del segundo cuadrante.
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha = -2 \frac{\sqrt{5}}{5} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{1/\sqrt{5}} = \sqrt{5}$
- $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{1}{-2\sqrt{5}/5} = -\frac{5}{2\sqrt{5}} = -\frac{5\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

Con la calculadora, obtenemos (partiendo de que $\operatorname{tg} \alpha = -2$), que $\alpha = -63,43^\circ$.
que también es: $\alpha = -63,43^\circ + 360^\circ = 296,57^\circ = 296^\circ 33' 54''$

8) (Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación) Resolver las ecuaciones:

a) $5 \log x = 3 + \log \frac{x^3}{10}$ (1 punto)

$$5 \log x = 2 + \log \frac{x^3}{10} \Leftrightarrow 5 \log x = 2 + \log x^3 - \log 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5 \log x = 2 + 3 \log x - 1 \Leftrightarrow 5 \log x - 3 \log x = 1 \Leftrightarrow 2 \log x = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log x = 1/2 \Leftrightarrow x = 10^{1/2} \Leftrightarrow \boxed{x = \sqrt{10}}$$

La solución hallada es válida porque no anula los argumentos de los logaritmos de la ecuación inicial.

b) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$ (1 punto)

$$5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$$

Llamando $t = 5^x$:

$$t^2 - 30t + 125 = 0 \Rightarrow t = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 500}}{2} = \frac{30 \pm 20}{2} = \begin{cases} \frac{10}{2} = 5 \\ \frac{50}{2} = 25 \end{cases}$$

- Si $t = 5 \Rightarrow$ Como $t = 5^x$, $5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x = 1}$
- Si $t = 25 \Rightarrow 5^x = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

NOMBRE: _____

- 1) a) Expresar en notación científica: $235,7 \cdot 10^{-13}$
b) Expresar en notación habitual: $1,7345 \cdot 10^{-12}$
- 2) a) Simplificar, aplicando propiedades de potencias: $\frac{-4^{26}6^{72}}{(-12)^{36}}$
b) Racionalizar: $\frac{2}{4-2\sqrt{3}}$
- 3) a) Para $P(x) = 2x^3 + mx + 2$, hallar, sin efectuar la división, el valor de m que hace que la división entre $x + 2$ sea exacta. Escribir como queda $P(x)$ al sustituir el m obtenido.
b) Calcular 24^2 . A continuación, factorizar, sin usar calculadora, el polinomio siguiente: $P(x) = 27x^3 + 21x^2 - 11x - 5$
- 4) Resolver la ecuación siguiente: $2x + \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1$
- 5) a) Resolver la ecuación siguiente: $5 \log x = 3 + \log \frac{x^3}{10}$
b) Resolver la ecuación siguiente: $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$
- 6) Sin calculadora, siendo $\operatorname{tg} \alpha = -2$, $90^\circ < \alpha < 270^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α . A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos.
- 7) Hallar el dominio de $y = \sqrt{\frac{x+3}{x^2-4x}}$
- 8) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma:
$$f(x) = \begin{cases} -x-3 & \text{si } x < 0 \\ -x^2+4x-3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$
- 9) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x - 3)^4$
- 10) El 30% de los aparatos que llegan a un servicio técnico para ser reparados están en garantía. De los que no están en garantía, el 20% ya fueron reparados en otra ocasión. De los que sí están en garantía, el 5% fue reparado con anterioridad. Elegido un aparato al azar, hallar:
 - a) Probabilidad de que haya sido reparado anteriormente.
 - b) Probabilidad de que el aparato no haya sido reparado anteriormente y no esté en garantía.

SOLUCIONES

- 1) a) Expresar en notación científica: $235,7 \cdot 10^{-13}$
 $235,7 \cdot 10^{-13} = 2,357 \cdot 10^2 \cdot 10^{-13} = \boxed{2,357 \cdot 10^{-11}}$
- b) Expresar en notación habitual: $1,7345 \cdot 10^{-12}$
 $1,7345 \cdot 10^{-12} = \boxed{0,000\ 000\ 000\ 001\ 7345}$

2) a) Simplificar, aplicando propiedades de potencias: $\frac{-4^{26}6^{72}}{(-12)^{36}}$

$$\frac{-4^{26}6^{72}}{(-12)^{36}} = \frac{-(2^2)^{26}(2 \cdot 3)^{72}}{12^{36}} = -\frac{2^{52}2^{72}3^{72}}{(2 \cdot 3)^{36}} = -\frac{2^{124}3^{72}}{(2^2)^{36}3^{36}} = -\frac{2^{124}3^{72-36}}{2^{72}} =$$

$$= -2^{124-72}3^{36} = \boxed{-2^{52}3^{36}}$$

b) Racionalizar: $\frac{2}{4-2\sqrt{3}}$

$$\frac{2}{4-2\sqrt{3}} = \frac{2}{4-2\sqrt{3}} \frac{4+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}} = \frac{2(4+2\sqrt{3})}{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = \frac{8+4\sqrt{3}}{16-2^2(\sqrt{3})^2} = \frac{8+4\sqrt{3}}{16-4 \cdot 3} =$$

$$= \frac{4(2+\sqrt{3})}{4} = \boxed{2+\sqrt{3}}$$

- 3) a) Para $P(x) = 2x^3 + mx + 2$, hallar, sin efectuar la división, el valor de m que hace que la división entre $x + 2$ sea exacta. Escribir como queda $P(x)$ al sustituir el m obtenido.

Según el Teorema del Resto, el resto de dividir $P(x)$ entre $x + 2$ es $P(-2)$. Como este resto debe valer 0 para que la división sea exacta:

$$P(-2) = 0 \Leftrightarrow 2(-8) - 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow -16 + 2 = 2m \Leftrightarrow -14 = 2m \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{m = -7}$$

Por lo que $\boxed{P(x) = 2x^3 - 7x + 2}$

- b) Calcular 24^2 . A continuación, factorizar, sin usar calculadora, el polinomio siguiente: $P(x) = 27x^3 + 21x^2 - 11x - 5$

$24^2 = 576$. Probando, por Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 27 & 21 & -11 & -5 \\ & & -27 & 6 & -5 \\ \hline & 27 & -6 & -5 & \boxed{0} \end{array}$$

No encontramos cómo seguir, pero al tener un polinomio de segundo grado, para encontrar sus raíces podemos optar por igualarlo a 0 y resolver la ecuación de segundo grado resultante:

$$27x^2 - 6x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 540}}{54} = \frac{6 \pm \sqrt{576}}{54} = \frac{6 \pm 24}{54} = \left\langle \begin{array}{l} = \frac{-18}{54} = -\frac{1}{3} \\ = \frac{30}{54} = \frac{5}{9} \end{array} \right.$$

Como consecuencia, aplicando el Teorema de Descomposición Factorial de Polinomios:

$$\boxed{P(x) = 27x^3 + 21x^2 - 11x - 5 = 27(x + 1)\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{5}{9}\right)}$$

4) Resolver la ecuación siguiente: $2x + \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1$

Aislamos el sumando que contiene la raíz cuadrada y elevamos al cuadrado ambos miembros de la ecuación:

$$\begin{aligned} 2x + \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1 &\Rightarrow \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1 - 2x \Rightarrow (\sqrt{x^2 - 6x + 2})^2 = (1 - 2x)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 6x + 2 = 1 - 4x + 4x^2 \Rightarrow 0 = 4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 6x - 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0 = 3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6} = \frac{-2 \pm 4}{6} = \begin{cases} = \frac{-6}{6} = -1 \\ = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Como siempre que elevamos al cuadrado, hay que comprobar la validez de las soluciones, sustituyendo en la ecuación original:

- $x = -1$: $-2 + \sqrt{1 + 6 + 2} = -2 + 3 = 1$: válida
- $x = 1/3$: Sustituimos y realizamos la operación con la calculadora, y resulta ser igualmente válida.

5) a) Resolver la ecuación siguiente: $5 \log x = 3 + \log \frac{x^3}{10}$

$$\begin{aligned} 5 \log x = 3 + \log \frac{x^3}{10} &\Leftrightarrow 5 \log x = 2 + \log x^3 - \log 10 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 5 \log x = 2 + 3 \log x - 1 &\Leftrightarrow 5 \log x - 3 \log x = 1 \Leftrightarrow 2 \log x = 1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \log x = 1/2 &\Leftrightarrow x = 10^{1/2} \Leftrightarrow \boxed{x = \sqrt{10}} \end{aligned}$$

La solución hallada es válida porque no anula los argumentos de los logaritmos de la ecuación inicial. En realidad, habría dos soluciones: $x = \pm \sqrt{10}$, pero $-\sqrt{10}$ no es válida, porque haría negativo el argumento del logaritmo del primer miembro de la ecuación original, lo que no es posible.

b) Resolver la ecuación siguiente: $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$

$$5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$$

Llamando $t = 5^x$:

$$t^2 - 30t + 125 = 0 \Rightarrow t = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 500}}{2} = \frac{30 \pm 20}{2} = \begin{cases} = \frac{10}{2} = 5 \\ = \frac{50}{2} = 25 \end{cases}$$

- Si $t = 5 \Rightarrow$ Como $t = 5^x$, $5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x = 1}$
- Si $t = 25 \Rightarrow 5^x = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

6) Sin calculadora, siendo $\text{tg } \alpha = -2$, $90^\circ < \alpha < 270^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α . A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos.

Como la tangente es negativa en el segundo cuadrante y positiva en el tercero, el ángulo está en el segundo cuadrante.

- $\boxed{\text{cotg } \alpha = \frac{1}{\text{tg } \alpha} = -\frac{1}{2}}$

$$\bullet \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}}, \text{ negativo por ser del segundo cuadrante.}$$

$$\bullet \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha = -2 \frac{-\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{-1/\sqrt{5}} = -\sqrt{5}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{1}{2\sqrt{5}/5} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{2}}$$

Con la calculadora, obtenemos (partiendo de que $\operatorname{tg} \alpha = -2$), que $\alpha = -63,43^\circ$.
Como es del II cuadrante: $\boxed{\alpha = -63,43^\circ + 180^\circ = 116,57^\circ = 116^\circ 33' 54''}$

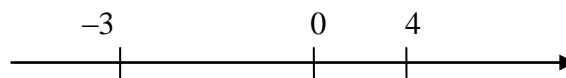
7) Hallar el dominio de $y = \sqrt{\frac{x+3}{x^2-4x}}$

El dominio de esta función lo constituyen los valores de x que resuelven la siguiente inecuación, puesto que no existen raíces de números negativos y que dicha solución ya excluye los valores de x que anulen el denominador, que tampoco tienen imagen:

$$\frac{x+3}{x^2-4x} \geq 0$$

- Raíces del numerador: $x+3=0 \Rightarrow x=-3$. Factorizado: $x+3$.
- Raíces del denominador: $x^2-4x=0 \Rightarrow x(x-4)=0 \Rightarrow x=0$ ó $x=4$. Factorizado: $x(x-4)$.
- Inecuación resultante con los polinomios factorizados: $\frac{x+3}{x(x-4)} \geq 0$

División de \mathbb{R} en intervalos mediante las raíces:



	$(-\infty, -3)$	-3	$(-3, 0)$	0	$(0, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x+3$	-	0	+	...	+	...	+
$x-0$	-	...	-	0	+	...	+
$x-4$	-	...	-	...	-	0	+
$\frac{x-3}{x(x-4)}$	-	0	+	\exists	-	\exists	+
¿Sirven? →	No	Si	Si	No	No	No	Si

Luego la solución, y el dominio, es: $\boxed{D(f) = [-3, 0) \cup (4, +\infty)}$.

8) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma:

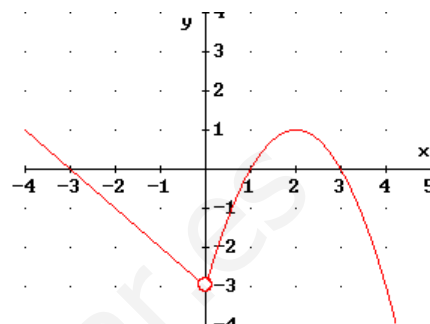
$$f(x) = \begin{cases} -x-3 & \text{si } x < 0 \\ -x^2+4x-3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

La función $y = -x - 3$ es una recta. Con una pequeña tabla de valores la dibujamos. Y la restringimos a la zona $x < 0$ (lado izquierdo del eje OY, sin tocarlo).

La función $y = -x^2 + 4x - 3$ es una parábola *cóncava*, puesto que el coeficiente de x^2 es negativo. Además:

- $x = 0 \Rightarrow y = -3$. Corta a OY en (0, -3).
- $y = 0 \Rightarrow 0 = -x^2 + 4x - 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1$ ó $x = 3$. Corta a OX en (1, 0) y (3, 0).
- Eje: $x = -b / 2a \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} \Rightarrow x = 2$.
- Vértice: $x = 2 \Rightarrow y = -4 + 8 - 3 = 1$: (2, 1).

Con una pequeña tabla de valores adicional, obtenemos su gráfica, que restringimos a la zona $x > 0$, esto es, al lado derecho del eje OY sin tocarlo. Obtenemos así la función del gráfico adjunto. Observar que para $x = 0$ no hay imagen, lo que hemos destacado con un punto hueco.



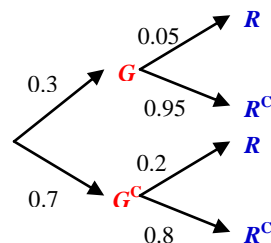
9) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x - 3)^4$

$$\begin{aligned} (2x - 3)^4 &= \binom{4}{0}(2x)^4 - \binom{4}{1}(2x)^3 \cdot 3 + \binom{4}{2}(2x)^2 \cdot 3^2 - \binom{4}{3}2x \cdot 3^3 + \binom{4}{4}3^4 = \\ &= 1 \cdot 2^4 x^4 - 4 \cdot 2^3 x^3 \cdot 3 + 6 \cdot 2^2 x^2 \cdot 9 - 4 \cdot 2x \cdot 27 + 1 \cdot 81 = \\ &= \boxed{16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 81} \end{aligned}$$

10) El 30% de los aparatos que llegan a un servicio técnico para ser reparados están en garantía. De los que no están en garantía, el 20% ya fueron reparados en otra ocasión. De los que sí están en garantía, el 5% fue reparado con anterioridad. Elegido un aparato al azar, hallar:

a) Probabilidad de que haya sido reparado anteriormente.

Tenemos dos experimentos aleatorios relacionados: El primero, con resultados *Estar en garantía* (lo llamaremos G) o *no estarlo* (G^c) y *Haber sido reparado con anterioridad* (R), o *no* (R^c). Es, por tanto, un problema susceptible de ser tratado a través de un diagrama de árbol. Lo construimos a la izquierda de este texto, teniendo en cuenta que la probabilidad que se pone en cada rama es la del suceso *terminal* de la misma *condicionado* a que se verifique el suceso *inicial*. Completamos dichas probabilidades con los datos del enunciado, recordando que *las probabilidades de todas las ramas que parten de un mismo punto deben sumar 1*.



Según el *Teorema de la Probabilidad Total*, la probabilidad de un suceso terminal del árbol (R), sin condicionar a nada, es la suma de los productos de las distintas ramas que conducen a cada aparición de dicho suceso. Es decir:

$$P(R) = 0.3 \cdot 0.05 + 0.7 \cdot 0.2 = \boxed{0.155}$$

b) Probabilidad de que el aparato no haya sido reparado anteriormente y no esté en garantía.

Nos piden la probabilidad de una intersección (" y "). Dicha probabilidad es el producto de todas las ramas que contienen los sucesos implicados, desde la izquierda a la derecha del árbol:

$$P(G^c \cap R^c) = 0.7 \cdot 0.8 = \boxed{0.56}$$