Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 4\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (-1, 4)$, $\overrightarrow{v} = (-5, 1)$ y $\overrightarrow{w} = (4, -2)$
Solución:

$$\overrightarrow{z} = 4(-1, 4) - (-5, 1) + 2(4, -2) = (9, 11)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(-2, 5)$ y $B(10, 20)$ en tres partes iguales.
Solución:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}[(10, 20) - (-2, 5)] = (4, 5)$$

$$A_1 = A + (4, 5) = (-2, 5) + (4, 5) = (2, 10)$$

$$A_2 = A_1 + (4, 5) = (2, 10) + (4, 5) = (6, 15)$$

$$B = A_3 = A_2 + (4, 5) = (6, 15) + (4, 5) = (10, 20)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto A' simétrico de $A(0, -2)$ respecto de $B(3, 7)$
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+0}{2} = 3 \Longrightarrow x = 6 \\ \\ \dfrac{y-2}{2} = 7 \Longrightarrow y = 16 \end{array}\right\} \Longrightarrow A'(6, 16)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 4)$ y $B(0, 3)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.
Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (0, 3) - (-1, 4) = (1, -1)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-1, 4) + \lambda(1, -1)$
Ecuación Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 4 - \lambda \end{cases}$
Ecuación Continua: $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-4}{-1}$
Ecuación General: $x + y - 3 = 0$
Ecuación Explícita: $y = -x + 3$, luego $m = -1$
Ecuación punto pendiente: $y - 4 = -(x + 1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = -1 \Longrightarrow \alpha = 135^{\circ}$

Problema 5 Sean $A(-3, -2)$, $B(2, -1)$ y $C(5, 6)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-3,-2) + [(5,6) - (2,-1)] = (0,5)$$

$$M\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{-2+6}{2}\right) = M(1,2)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Dadas las rectas $r: x+y-1=0$ y $s: \left\{\begin{array}{r} x = 2+\lambda \\ y = -1+2\lambda \end{array}\right.$, calcular su punto de intersección, si lo hay, y el ángulo que forman.

Solución:

$$r: x+y-1=0, \quad s: 2x-y-5=0$$

$$(2+\lambda)+(-1+2\lambda)-1=0 \Longrightarrow \lambda = 0 \Longrightarrow (2,-1)$$

$$\cos\alpha = \frac{2-1}{\sqrt{2}\sqrt{5}} \Longrightarrow \alpha = 71^{o}33'54''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (-1,4)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 7.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{17} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \frac{7}{\sqrt{17}}(-1,4) = \left(-\frac{7}{\sqrt{17}}, \frac{28}{\sqrt{17}}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1,1)$ y radio $r = \sqrt{3}$
Solución:

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 3 \Longrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y - 1 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 6 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = -4 \Longrightarrow a = 2 \\ n = -2b = -6 \Longrightarrow b = 3 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 0 \Longrightarrow r = \sqrt{7} \end{array}\right\} \Longrightarrow C(2,3) \;\; r = \sqrt{7}$$