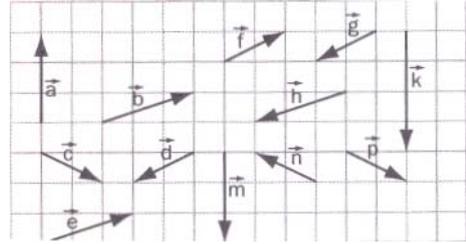


VECTORES. Actividades

1. Dados los vectores de la figura, decide cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas:

$$\begin{array}{lll}
 1) \vec{a} = \vec{m} & 2) \vec{m} = -\vec{k} & 3) \vec{b} = -\vec{h} \\
 4) \vec{b} = \vec{e} & 5) \vec{f} = -\vec{g} & 6) \vec{g} = \vec{d} \\
 7) \vec{b} = -\vec{n} & 8) \vec{c} = -\vec{p} & 9) \vec{n} = \vec{p}
 \end{array}$$

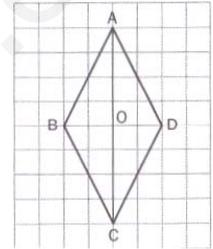


2. Dados los vectores de la figura anterior, dibuja los vectores:

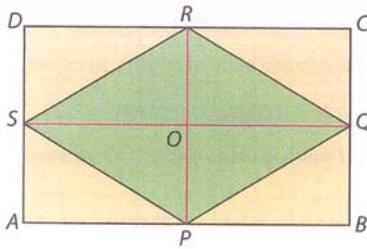
$$\begin{array}{llll}
 \vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} & \vec{v} = -\vec{c} + 3\vec{d} & \vec{w} = 2\vec{e} + \vec{f} - 3\vec{g} & \vec{x} = -\vec{h} + \vec{m} - 2\vec{n} \\
 \vec{y} = -2\vec{k} + \vec{p} + 4\vec{g} + \vec{a} - \vec{b} & \vec{z} = \vec{m} + \vec{a} - 3\vec{c} & \vec{t} = 3\vec{b} - \vec{e} + 2\vec{h} &
 \end{array}$$

3. Dado el rombo de vértices ABCD, completa las siguientes igualdades:

$$\begin{array}{lll}
 \vec{AB} + \vec{BC} & \vec{AB} + \vec{BO} & \vec{OC} + \vec{CD} \\
 \vec{CD} + \vec{AB} & \vec{OB} + \vec{OD} & \vec{CD} + \vec{DA} + \vec{AB}
 \end{array}$$



4. A partir de los elementos que se indican en la siguiente composición geométrica:



- a) Localiza todos los vectores que sean equipolentes al vector \vec{AS}

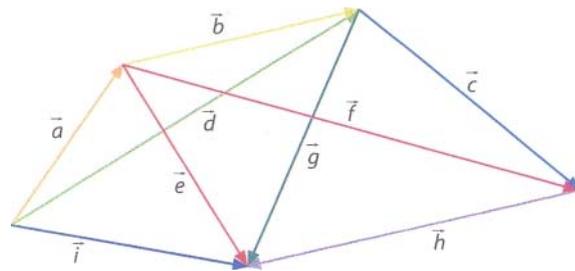
- b) Expresa los vectores \vec{SQ} , \vec{SO} , \vec{RP} , y \vec{PR} en forma de combinaciones lineales de los vectores \vec{SP} y \vec{SR}

- c) Señala todos los vectores que tengan el mismo módulo que \vec{AP} .

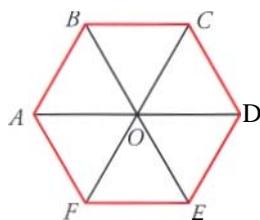
- d) Indica todas las ternas de puntos que se encuentren alineados.

5. Calcula el resultado de las operaciones efectuadas con los vectores libres de esta ilustración:

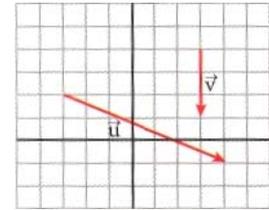
$$\begin{array}{l}
 a) \vec{a} + \vec{e} - \vec{g} \\
 b) \vec{e} - \vec{g} + \vec{c} \\
 c) \vec{i} - \vec{h} - \vec{c} - \vec{b} \\
 d) \vec{c} - \vec{f} + \vec{e} \\
 e) \vec{b} + \vec{c} + \vec{h} \\
 f) \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{h}
 \end{array}$$



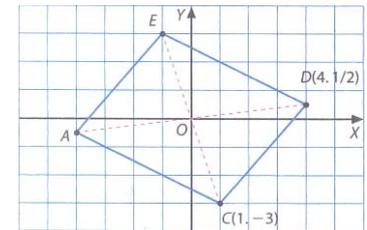
6. Representa en este hexágono los siguientes vectores:



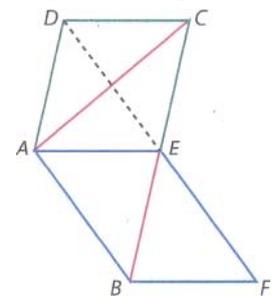
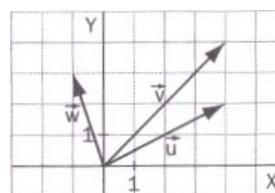
$$\begin{array}{l}
 a) \vec{AB} + \vec{AF} \\
 b) \vec{AC} + \vec{AF} \\
 c) \vec{AB} + \vec{CD} \\
 d) \vec{AO} + \vec{AF} \\
 e) \vec{AO} + \vec{BC}
 \end{array}$$



7. a) ¿Cuáles son las componentes de los vectores \vec{u} y \vec{v} ?
 b) Dibuja el vector $\vec{u} + \vec{v}$ y di cuáles son sus coordenadas.
8. Calcula los valores de m y n, sabiendo que el vector de origen, A(2, m - 2), y el del extremo, B(3n, 5), tienen de componentes (-5, 6).
9. Considerando los puntos A(3, -2) y B(-4, 5) y el vector $\vec{u} = (1, 6)$, halla las coordenadas de los siguientes puntos y vectores:
 a) El punto C si el vector \overrightarrow{AC} es equipolente con \vec{u} .
 b) El punto D si $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{u}$.
 c) El punto E, que es punto medio del segmento \overline{AB} .
 d) El vector $\vec{v} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$
 e) El vector \overrightarrow{AF} , que es equipolente con $-\vec{u}$
 f) El vector $\vec{w} = \vec{u} - \overrightarrow{AB}$.
 g) El origen, F, de \vec{u} si su extremo es B.
 h) El extremo, G, de \vec{u} si su origen es A.
10. Dibuja en tu cuaderno un cuadrilátero cuyos vértices sean A(1, 2), B(-1, 2), C(-1, -3) y D(2, -3) y señala los puntos medios de los lados. Calcula las coordenadas de dichos puntos y demuestra que son los vértices de un paralelogramo. (Ayuda: comprueba que los puntos medios de los lados del cuadrilátero determinan dos pares de vectores equipolentes).



11. Calcula las coordenadas de los vértices A y E del siguiente paralelogramo:
12. Calcula m para que el vector $\vec{u} = (m + 1, 2m)$:
 a) Sea unitario. b) Tenga de módulo 2.
13. Dibuja en el plano cartesiano los puntos A(-2, 5) y B(1, -3) y otros tres puntos, P, Q y R, de modo que se cumpla que $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = 3\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AR} = 4\overrightarrow{AB}$. Calcula las coordenadas de P, Q y R.
14. Las componentes de \overrightarrow{AB} son (-2, 3), y el punto A(3, 4). ¿Qué coordenadas tiene el punto B?
15. En la ilustración se ha dibujado un triángulo, ABC, y dos paralelogramos, AECD y AEFB, que tienen un vértice en el punto medio, E, del lado BC. Se sabe que A(3, 4), B(5, -1) y E(7, 3).
 a) Establece las coordenadas de C, D y F.
 b) Calcula las componentes de los vectores \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AF} , \overrightarrow{EB} , \overrightarrow{EF} , \overrightarrow{EA} , \overrightarrow{ED} y \overrightarrow{EC}
16. Dados los vectores de la figura, calcula el valor de las siguientes operaciones:
 a) $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
 b) $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) - \vec{w} \cdot (\vec{u} - \vec{v})$
 c) $\vec{u} \cdot (2\vec{v} + 3\vec{w}) - \vec{w} \cdot (3\vec{u} - 2\vec{v})$

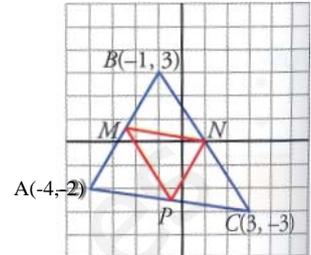


17. Calcula el módulo de los siguientes vectores: a) $\vec{u} = (3, 4)$ b) $\vec{v} = (-6, 8)$ c) $\vec{w} = (-24, -32)$
18. Consideramos los vectores $\vec{u} = (2, -2)$ y $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$. Dibújalos y calcula el ángulo que forman.
19. Calcula un vector unitario \vec{v} que tenga la misma dirección que el vector $\vec{u} = (16, -30)$.
20. Calcula un vector unitario \vec{v} que sea ortogonal al vector $\vec{u} = (15, -8)$.

21. a) Determina las coordenadas de los puntos M, N y P que son los puntos medios de los lados del triángulo ABC.

b) Halla las coordenadas de los vectores \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{MP} y \overrightarrow{PN} y comprueba

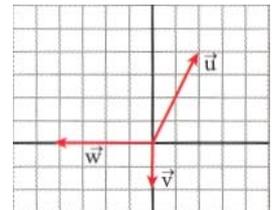
$$\text{que } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{PN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB},$$



22. Averigua el valor de k para que se cumpla: $(6/5, -2) = k(-3, 5)$
23. Dados los vectores $\vec{u} = (3, 2)$, $\vec{v} = (x, 5)$ y $\vec{w} = (8, y)$, calcula x e y para que se verifique:
 $2\vec{u} - \vec{v} = \vec{w}$
24. Comprueba, en cada caso, si los puntos dados están alineados:
 a) A(-1, 3), B(-2, 2), C(-4, -2)
 b) A(1, 0), B(-3, -2), C(5, 2)

25. Calcula m para que los puntos R(5, -2), S(-1, 1) y T(2, m) estén alineados.
26. Halla, en cada caso, el punto simétrico de A(-3, -5) respecto de: a) P(-2, 0) b) Q(2, -3)
27. El punto medio de un segmento es M(0, -3) y uno de sus extremos es (7, 2). ¿Cuál es el otro extremo?

28. a) Cuáles son las componentes de los vectores \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} ?
 b) Calcula m y n de modo que se cumpla: $\vec{w} = m\vec{u} + n\vec{v}$



29. Halla las componentes de un vector \vec{w} que verifique la siguiente igualdad:
 $-2\vec{w} = 3\vec{u} - \frac{5}{2}\vec{v}$ con $\vec{u} = (-2, 1)$, $\vec{v} = (4, -2)$

30. Los puntos A(-3, 1), B(1, -3) y C(4, 3) son tres vértices de un paralelogramo. Halla:
 a) El vértice D opuesto a B.
 b) Comprueba que las diagonales se cortan en el punto medio de ambas.

31. Calcula el valor de x para que el vector libre $\vec{u} = (x, x+1)$ sea unitario.
32. Calcula el valor de x para que los vectores $\vec{a} = (x+3, 4)$ y $\vec{b} = (2, x-2)$ tengan igual módulo.
33. Calcula mediante operaciones vectoriales un punto D que forme un rectángulo con los puntos A(-3, -2), B(3, -2), C(3, 6). Calcula la longitud de los lados del rectángulo y la longitud de sus diagonales.

SOLUCIONES

1. Son verdaderas: 3, 4, 5 y 6
- 2.
3. \vec{AC} , \vec{AO} , \vec{OD} , \vec{OO} , \vec{OO} , \vec{CB}
4. a) \vec{SD} , \vec{PO} , \vec{OR} , \vec{BQ} , \vec{QC} b) $\vec{SQ} = \vec{SP} + \vec{SR}$, $\vec{SO} = \frac{1}{2}\vec{SP} + \frac{1}{2}\vec{SR}$, $\vec{RP} = \vec{SP} - \vec{SR}$, $\vec{PR} = -\vec{SP} + \vec{SR}$
- c) \vec{PA} , \vec{PB} , \vec{BP} , \vec{SO} , \vec{OS} , \vec{OQ} , \vec{QO} , \vec{DR} , \vec{RD} , \vec{RC} , \vec{CR} d) A, P, B; S, O, Q; D, R, C; A, S, D; P, O, R; B, Q, C
5. a) \vec{d} b) \vec{f} c) \vec{a} d) \vec{g} e) \vec{e} f) \vec{i}
6. a) \vec{AO} b) \vec{AD} c) \vec{AO} d) \vec{AE} e) \vec{AD}
7. a) $\vec{u} = (7, -3)$, $\vec{v} = (0, -3)$ b) $\vec{u} + \vec{v} = (7, -6)$
8. $m = 1$, $n = -1$
9. a) C(4,4) b) D(11,-3) c) E(-1/2, 3/2) d) $\vec{v} = (-14, 14)$ e) $\vec{AF} = (-1, -6)$ f) $\vec{w} = (8, -1)$ g) F(-5,-1) h) G(4,4)
10. M(0,2), N(-1,-1/2), P(1/2,-3), Q(3/2,-1/2) $\vec{MN} = \vec{QP} = (-1, -5/2)$
11. E(-1,3), A(-4,-1/2)
12. a) $m = 0$, $m = -2/5$ b) $m = -1$, $m = 9/5$
13. P(4,-11), Q(7,-19), R(10,-27)
14. B(1,7)
15. a) C(9,7), D(5,8), E(9,-2) b) $\vec{AB} = (2, -5)$, $\vec{AD} = (2, 4)$, $\vec{AC} = (6, 3)$, $\vec{AF} = (6, -6)$
 $\vec{EB} = (-2, -4)$, $\vec{EF} = (2, -5)$, $\vec{EA} = (4, -1)$, $\vec{ED} = (-2, -5)$, $\vec{EC} = (2, 4)$
16. a) 26 b) 32 c) 64
17. a) 5 b) 10 c) 40
18. $\alpha \cong 18.43^\circ$
19. $\vec{v} = (8/17, -15/17)$
20. $\vec{v} = (8/17, 15/17)$
21. a) M(-5/2, 1/2), N(1,0), P(-1/2, -5/2) b) $\vec{MN} = (7/2, -1/2)$, $\vec{MP} = (2, -3)$, $\vec{PN} = (3/2, 5/2)$
22. $k = -2/5$
23. $x = -2$, $y = -1$
24. a) No. \vec{AB} y \vec{BC} no son paralelos b) Si. \vec{AB} y \vec{BC} son paralelos
25. $m = -1/2$
26. a) A'(-1,5) b) A'(7,-1)
27. B(-7,-8)
28. a) $\vec{u} = (2, 4)$, $\vec{v} = (0, -2)$, $\vec{w} = (-4, 0)$ b) $m = -2$, $n = -4$
29. $\vec{w} = (-2, 1)$
30. a) D(0,7) b) M(1/2, 2)
31. $x = 0$ o $x = -1$
32. $x = -17/10$
33. a) $\vec{AB} = \vec{DC} \Rightarrow D(-3, 6)$ b) $|\vec{AB}| = 6$, $|\vec{BC}| = 8$ c) $|\vec{AC}| = |\vec{BD}| = 10$