

1.- (1.5 puntos) Descomponer en factores y hallar las soluciones de la ecuación: $-6x^5 - 7x^4 + x^2 = 0$

$$-6x^5 - 7x^4 + x^2 = -x^2(6x^3 + 7x^2 - 1) = -x^2 \cdot 6 \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) (x+1)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & 7 & 0 & -1 \\ -1 & & -6 & -1 & 1 \\ \hline & 6 & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

$$6x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{12} \begin{cases} x_1 = \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \\ x_2 = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Sol: Descomponiendo:

$$-6x^2 \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) (x+1)$$

Raíces

$$-6x^2 \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \text{ doble.} \\ x_2 = \frac{1}{3} \\ x_3 = -\frac{1}{2} \\ x_4 = -1 \end{cases}$$

2.- (1.75 puntos) Resolver la ecuación:

$$\frac{-2x}{x^2-4} - \frac{x+2}{4x-2x^2} = \frac{4}{2x^2+4x}$$

no valen ni $x=0$
 $x=2$
 $x=-2$

Antes de operar.

$$\left. \begin{aligned} x^2-4 &= (x-2)(x+2) \\ 4x-2x^2 &= 2x(2-x) = -2x(x-2) \\ 2x^2+4x &= 2x(x+2) \end{aligned} \right\} \text{ luego } = 2x(x-2)(x+2)$$

$$\frac{-2x \cdot 2x + (x+2)^2}{2x(x-2)(x+2)} = \frac{4(x-2)}{2x(x-2)(x+2)}$$

$$-4x^2 + x^2 + 4 + 4x = 4x - 8$$

$$-3x^2 + 12 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 = \frac{12}{3} = 4 \begin{cases} x_1 = 2 \text{ No válida (ante denominador)} \\ x_2 = -2 \text{ No válida (ante denominador)} \end{cases}$$

$$x = \pm \sqrt{4}$$

3.- (1.5 puntos) La ecuación $x^2 - 2(K-1)x + 6 = 0$, tiene una dos raíces enteras consecutivas. Utilizando las propiedades de las raíces, determina K y las raíces de la ecuación.

Sean las raíces $\begin{cases} r \\ r+1 \end{cases}$ Consecutivas.

$$r + r+1 = -\frac{-2(K-1)}{1} \Rightarrow 2r+1 = 2K-2 \Rightarrow \boxed{2r-2K = -3} \text{ (I)}$$

$$r \cdot (r+1) = \frac{6}{1} \Rightarrow r^2 + r = 6 \Rightarrow r^2 + r - 6 = 0 \Rightarrow$$

$$r = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \quad \begin{cases} r_1 = 2 \Rightarrow \text{Sust. en (I)} \Rightarrow 4 - 2K = -3 \Rightarrow K = \frac{7}{2} // \\ r_2 = -3 \Rightarrow \text{Sust. en (I)} \Rightarrow -6 - 2K = -3 \Rightarrow K = -\frac{3}{2} // \end{cases}$$

Soluci^{ón} Raíces. $2 \text{ y } 3 \Rightarrow K = \frac{7}{2} //$

2^{a} Raíces. $-3, -2 \Rightarrow K = -\frac{3}{2} //$

4.- (1.75 puntos) Resolver la ecuación:

$$\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} = 2$$

$$\left(\sqrt{2x+3}\right)^2 = \left(2 + \sqrt{x-2}\right)^2$$

$$2x+3 = 4 + x-2 + 4\sqrt{x-2}$$

$$x+1 = 4\sqrt{x-2} \quad \text{elevamos}$$

$$(x+1)^2 = 16(x-2)$$

$$x^2 + 1 + 2x = 16x - 32.$$

$$x^2 - 14x + 33 = 0.$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{64}}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{14+8}{2} = 11 // \\ x_2 = \frac{14-8}{2} = \frac{6}{2} = 3 // \end{cases}$$

Comprobamos: $x_1 = 11 \Rightarrow \sqrt{25} - \sqrt{9} = 2 \Rightarrow 5 - 3 = 2$ si valido
 $x_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{9} - \sqrt{4} = 2 \Rightarrow 3 - 1 = 2 \Rightarrow 2 = 2$ si valido

5.- (1.5 puntos) Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{x = \frac{3}{y}}$$

$$\left(\frac{3}{y}\right)^2 + y^2 = 10 \Rightarrow \frac{9}{y^2} + y^2 = 10 \Rightarrow 9 + y^4 = 10y^2 \Rightarrow$$

$$y^4 - 10y^2 + 9 = 0 \Rightarrow \boxed{y^2 = z}$$

$$z^2 - 10z + 9 = 0 \Rightarrow z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} \begin{cases} z_1 = 9 \\ z_2 = 1 \end{cases}$$

$$y^2 = 9 \begin{cases} y_1 = 3 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{3} = 1 & P_1(1, 3) // \\ y_2 = -3 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{-3} = -1 & P_2(-1, -3) // \end{cases}$$

$$y^2 = 1 \begin{cases} y_3 = 1 \Rightarrow x_3 = \frac{3}{1} = 3 & P_3(3, 1) // \\ y_4 = -1 \Rightarrow x_4 = \frac{3}{-1} = -3 & P_4(-3, -1) // \end{cases}$$

6. (2 puntos) Un grupo de amigos celebra una comida cuyo coste total asciende a 120 €. Uno de ellos hace notar que, si fueran cuatro más, hubieran pagado 5 € menos por persona. ¿Cuántos amigos son y cuánto paga cada uno?

$$\left. \begin{array}{l} x = \text{n}^\circ \text{ de amigos.} \Rightarrow x+4 = \text{cuatro amigos más} \\ y = \text{paga cada uno.} \Rightarrow y-5 = \text{paga menos} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{factura es} \\ 120 \text{ €} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 120 \\ (x+4) \cdot (y-5) = 120 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \cdot y = 120 \\ xy - 5x + 4y - 20 = 120 \end{array} \left. \begin{array}{l} xy = 120 \\ xy - 5x + 4y = 140 \end{array} \right\}$$

$$\boxed{x = \frac{120}{y}} \quad \text{Sustituimos:}$$

$$\frac{120}{y} \cdot y - 5 \cdot \frac{120}{y} + 4y = 140 \Rightarrow 120 - \frac{600}{y} + 4y = 140 \Rightarrow$$

$$120y - 600 + 4y^2 = 140y \Rightarrow 4y^2 - 20y - 600 = 0 \quad \text{Simplificas.}$$

$$y^2 - 5y - 150 = 0 \Rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 600}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{5 \pm 25}{2}$$

$$y_1 = \frac{5+25}{2} = \frac{30}{2} = 15 \Rightarrow x = \frac{120}{15} = 8 \quad \text{Sol 1: 8 amigos y paga cada uno 15€}$$

$$y_2 = \frac{5-25}{2} = \frac{-20}{2} = -10$$

No tiene sentido.
dinero negativo.