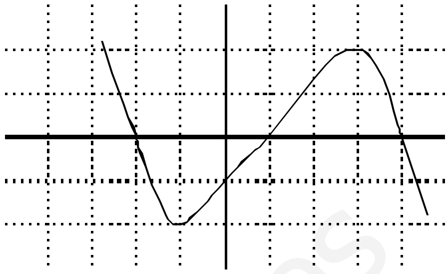
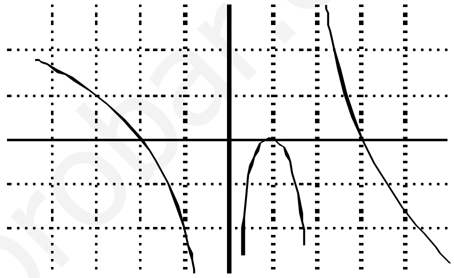
FUNCIONES

Solución:



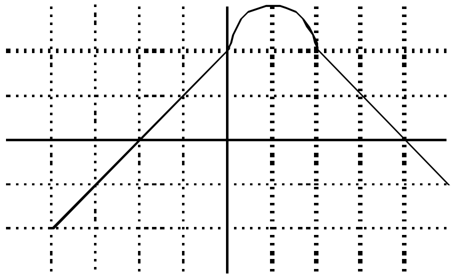
1. Representa gráficamente una función que:
- corta a los ejes en los puntos: (0,-1), (-2,0), (1,0) y (4,0)
- tiene un mínimo en el punto (-1,-2)
- tiene un máximo en el punto (3,2)

Solución:



2. Representa gráficamente una función que:
- tiene asíntotas verticales en x = 0 y x = 2
- tiene un máximo en (1,0)
- lim (x62$^+$) f(x) = +4
- lim (x60$^-$) f(x) = -4
- corta a los ejes en los puntos: (1,0), (-2,0), (3,0)

Solución:



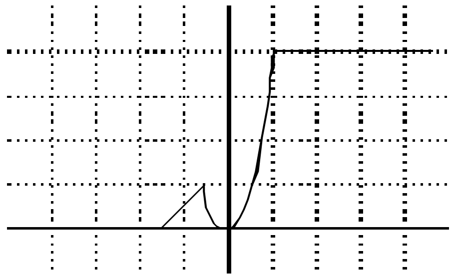
3. Representa gráficamente la función que:
- tiene un máximo en el punto (1,3)
- corta a los ejes en los puntos: (0,2), (4,0) y (-2,0)
- entre 0 y 2 está definida mediante una parábola
- Pasa por el punto (2,2)
- En el intervalo (2,+4) es una recta
- En el intervalo (-4,0) es la recta y = x+2

4. Represента y estudia la continuidad de la función f(x), y también de |f(x)| (valor absoluto de f(x)).

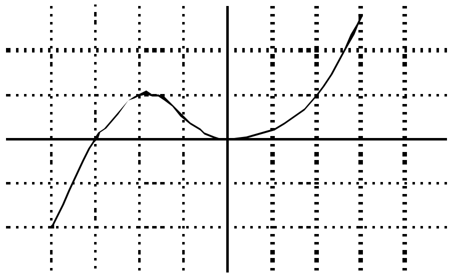
$$f(x)=\begin{cases} x+3 & si\ -3 \le x < -1 \\ 2x^2 & si\ -1 \le x < 2 \\ 8 & si\ 2 \le x \end{cases}$$

Sol: Continua en [-3,+4)

Solución:



Solución:

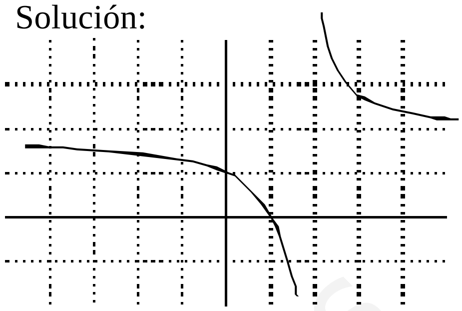


5. De una función conocemos los siguientes datos:
- es creciente de -4 a -2 y de 0 a +4 y decreciente de -2 a 0
- Corta a los ejes en los puntos (-3,0), (0,0)

Dibuja aproximadamente la representación de esta función

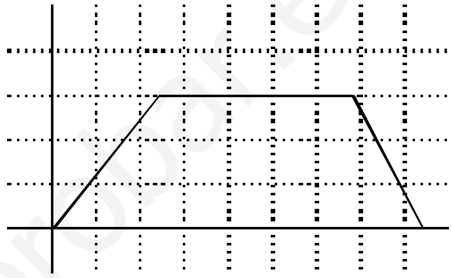
6. Representa la gráfica de una función que tiene dos asíntotas verticales en $x = 0$ y $x = 2$; tiene una asíntota horizontal en $y = 2$; corta a los ejes en los puntos (1,0) y (0,1), pasa por el punto (3,3) y es siempre decreciente.

Solución:



7. Representa gráficamente la velocidad de un coche que, partiendo del reposo, primero acelera, sigue durante un rato a velocidad constante y luego decelera hasta llegar a parar.

Solución:



8. Encuentra los puntos de intersección con los ejes de $y = x + 2$. Dibuja la gráfica aproximada de esta función. SOL: (0,2), (-2,0)

9. Halla los puntos de intersección con los ejes y dibuja de forma aproximada las gráficas de las siguientes funciones: a) $y = x^2 - 3x$; b) $y = (x+1)\cdot(x+3)$; c) $y = x\cdot(x-1)\cdot(x+2)$.

SOL: a) $x = 0$, $x = 3$; b) $x = -1$, $x = -3$; c) $x = 0$, $x = 1$, $x = -2$

10. La función $y = \dfrac{(x-1).(x+3)}{x-2}$ tiene una asíntota vertical: $x = 2$. ¿Cuál es su dominio?. Halla los puntos de intersección con los ejes e intenta dibujar la gráfica.

SOL: Dom: $\mathbb{R}\setminus\{2\}$; Cortes: (1,0), (-3,0)

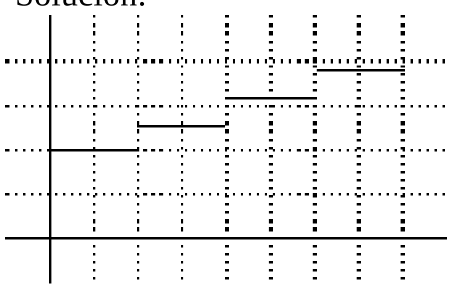
11. Calcula el dominio y los puntos de intersección con los ejes de las funciones:

a) $y = \dfrac{x^2 - 4}{x+1}$ b) $y = \sqrt{x^2 - 9}$

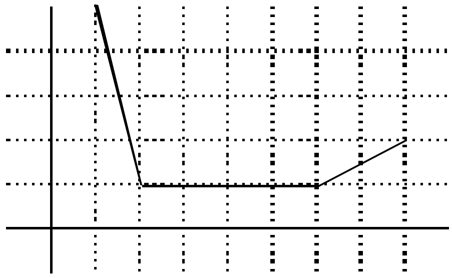
Sol: a) (-2,0), (2,0), dom: $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$; b) (-3,0), (3,0), dom: $(-\infty,-3] \cup [3,+\infty)$

12. Un comercial de un multinacional cobra 1000 euros fijos al mes más 300 euros como comisión por cada venta. Representa en una gráfica su sueldo frente al número de ventas.

Solución:

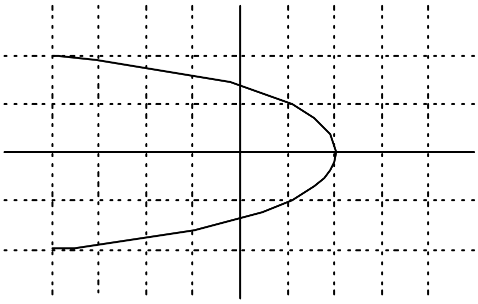


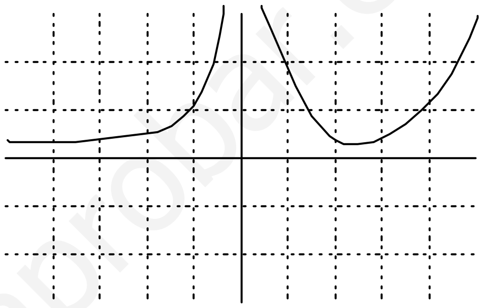
Solución:

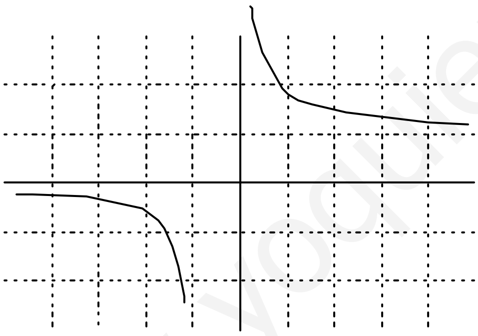


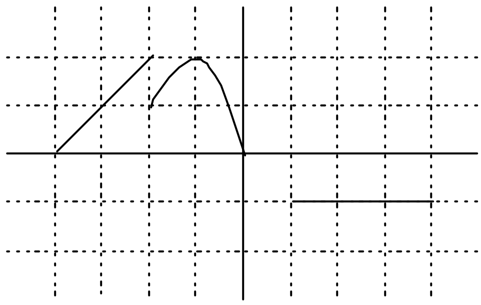
13. El valor de un automóvil se deprecia un 10% anual (10% del precio de compra) hasta el 10º año, a partir del cual permanece constante. A los 30 años, se considera un clásico por lo que duplica su precio cada 10 años. Dibuja una gráfica que describa la función tiempo-valor.

14. Dadas las siguientes gráficas, di si son funciones o no y su dominio e imagen.









Sol: a) No es función; b) Dom: $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$, Img: $(0,+\infty)$; c) Dom: $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$; d) Dom: $(-4,0)\cup(1,4)$, Img: $[0,2]\cup\{-1\}$

15. Representa la parábola: $y = x^2-6x+8$.

16. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = x^2+1$ b) $y = -x+2$ c) $y = \dfrac{x+2}{x-2}$ d) $y = \dfrac{x^2}{x^2-1}$

e) $y = \sqrt{x+2}$ f) $y = \sqrt{x^2+2x-3}$ g) $y = \begin{cases} x & si\ \ x < 2 \\ x^2-1 & si\ \ x > 2 \end{cases}$

h) $y = \begin{cases} x+1 & si\ x \le 0 \\ 1 & si\ \ 0 < x < 3 \\ 5x-2 & si\ \ x \ge 3 \end{cases}$ i) $y = \sqrt{\dfrac{x^2-4}{x}}$ j) $y = \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2-4}$

k) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x-2}}$ l) $y=\dfrac{x+2}{x^2-4}$

Sol: a) $\mathbb{R}$; b) $\mathbb{R}$; c) $\mathbb{R}\setminus\{2\}$; d) $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$; e) $[-2,+\infty)$; f) $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$; g) $\mathbb{R}\setminus\{2\}$; h) $\mathbb{R}$; i) $[-2,0)\cup[2,+\infty)$; j) $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$; k) $(2,+\infty)$; l) $\mathbb{R}\setminus\{-2,2\}$

17. Representa las funciones:

a) $y=2$ b) $y=x+3$ c) $y=-3x$ d) $y=x^2+2x-3$

e) $y=\begin{cases} x & si\ \ x<2 \\ 2x & si\ \ x>2 \end{cases}$ f) $y=\begin{cases} x-2 & si\ \ x\le 2 \\ 0 & si\ \ 2<x<5 \\ -x+10 & si\ \ x\ge 5 \end{cases}$

18. Siendo $f(x)=x^2+1$; $g(x)=(x-2)/x$ y $h(x)=x^2/(x-1)$. Calcula:

a) $(h\circ g)(x)$; b) $(f\circ g)(x)$; c) $(f\circ h)(x)$; d) $(g\circ h)(x)$; e) $f^{-1}(x)$; f) $g^{-1}(x)$; g) $h^{-1}(x)$.

SOL: a) $\dfrac{(x-2)^2}{x^2\,(x-1)}$; b) $\dfrac{(x-2)^2}{x^2}+1$; c) $\left(\dfrac{x^2}{x-2}\right)^2+1$; d) $\dfrac{x^2-2x+2}{x^2}$;

e) $y=\sqrt{x-1}$; f) $y=\dfrac{-2}{x-1}$; g) $y=\dfrac{x\pm\sqrt{x^2-4x}}{2}$

19. Hallar la función inversa de:

a) $y=\dfrac{2x+1}{x+3}$ b) $y=\dfrac{x+5}{2x-2}$ c) $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ d) $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

e) $y=\dfrac{x-4}{3x-5}$ f) $y=\dfrac{2x-1}{2x-3}$

Sol: a) $y=\dfrac{1-3x}{x-2}$; b) $y=\dfrac{2x+5}{2x-1}$; c) $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$; d) $y=\dfrac{x+1}{x-2}$

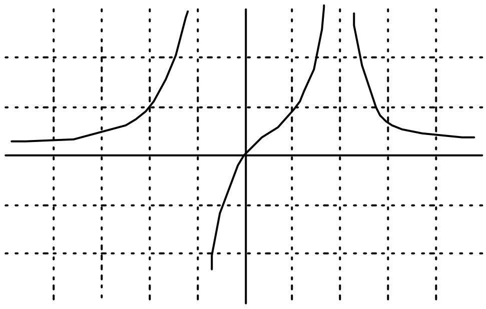
e) $y=\dfrac{5x-4}{3x-1}$; f) $y=\dfrac{3x-1}{2x-2}$

20. Dadas las funciones: $f(x)=\dfrac{3x-2}{x^2-4}$, $g(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x}}$. Calcula $(g\circ f)(x)$ y $(f\circ g)(x)$.

SOL: $(g\circ f)(x)=\sqrt{\dfrac{3x-x^2+2}{3x-2}}$ $(f\circ g)(x)=\dfrac{3\sqrt{\dfrac{x-1}{x}}-2}{\dfrac{x-1}{x}-4}$

21. Dada la gráfica de la figura. Calcula los límites por la izquierda y por la derecha de los puntos: a) x = -1; b) x = 0; c) x = 2

Sol: a) +4, -4; b) 0, 0; c) +4, +4



22. Calcula el dominio de las funciones:

a) $y = x^3 - 8$ b) $y = \dfrac{x^2 + 2x}{x^3 - 4x}$ c) $y = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+2}}$ d) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

e) $y = \sqrt{x^3 + 4x}$ f) $y = \dfrac{3x+5}{x^2+9}$

Sol: a) ú; b) ú\{-2,0,2}; c) (-4,-2)c[1, +4); d) (-4,1]c[2, +4); e) [0, +4); f) ú

23. Calcula la inversa de las funciones:

a) $y = \dfrac{3x+2}{1-x}$ b) $y = \sqrt{2x+3}$

Sol: a) $y = \dfrac{x-2}{x+3}$; b) $y = \dfrac{x^2-3}{2}$

24. Dadas las funciones:

$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ $g(x) = \sqrt{x-5}$ $h(x) = \dfrac{x+2}{x^2-2}$

Calcula: a) (fBg)(x); b) (hBg)(x); c) $f^{-1}(x)$; d) (gBg)(x); e) (gBf)(x); f) $g^{-1}(x)$.

Sol: a) $y = \sqrt{x - 5 - 2\sqrt{x-5}}$; b) $y = \dfrac{\sqrt{x-5}\ + 1}{x-7}$; c) $y = 1 \pm \sqrt{1+x^2}$;

d) $y = \sqrt{\sqrt{x-5} - 5}$; e) $y = \sqrt{\sqrt{x^2-2x} - 5}$; f) $y = x^2 + 5$

25. Calcula el dominio de:

a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{-x+1}{x+1}}$ b) $g(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$ c) $h(x) = \dfrac{x-8}{x^2-4}$

d) $f(x) = \sqrt{x-1}$ e) $f(x) = 2 + \sqrt{x}$ f) $g(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x^2-9}}$ g) $h(x) = \sqrt{\dfrac{x^2-16}{6x-18}}$

Sol: a) (-1,1]; b) [1, +4); c) ú\{-2,2}; d) [1, +4); e) [0, +4); f) (-3,1]c(3, +4); g) [-4,3)c[4, +4)

26. Dibuja las gráficas: a) $-x^2 + 4x + 5$; b) $x^2 - 8x + 16$; c) $x^2 - 4x$; d) $2x^2 + 2$.

27. Dadas las funciones: $f(x) = x^3 + x$ y $g(x) = x^2$. Calcular: a) fAg; b) f/g; c) g/f; d) fBg; e) gBf; f) $g^{-1}(x)$.

Sol: a) $x^5 + x^3$; b) $(x^2 + 1)/x$; c) $x/(x^2 + 1)$; d) $x^6 + x^2$; e) $(x^3 + x)^2$; f) $\sqrt{x}$

28. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $y=\sqrt{9-x^2}$ b) $y=\dfrac{3}{x+2}+\dfrac{1}{x-1}$ c) $y=\dfrac{\sqrt{x^2+7}}{x^4+1}$

d) $y=\dfrac{2}{3x}$ e) $y=\sqrt{x^2-4x-5}$ f) $y=\dfrac{2x}{\sqrt{3-x}}$

SOL: a) $[-3,+3]$; b) $\mathbb{R}\setminus\{-2,1\}$; c) $\mathbb{R}$; d) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$; e) $(-\infty,-1]\cup[5,+\infty)$; f) $(-\infty,3)$

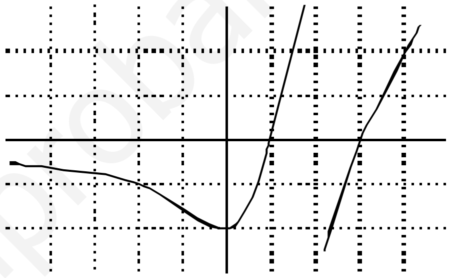
29. Estudia los dominios de las funciones:

a) $y=\dfrac{x}{x^2-3x+2}$ b) $y=\sqrt{3-2x-x^2}$ c) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$

Sol: a) $\mathbb{R}\setminus\{1,2\}$; b) $[-3,1]$; c) $(2,+\infty)$

30. Representa una función que pase por los puntos (1,0), (3,0) y (0,-2), que tenga un mínimo en (0,-2), asíntota en $x=2$ y sus límites sean: $x\to-\infty=0$; $x\to+\infty=+\infty$; $x\to2^-=+\infty$ y $x\to2^+=-\infty$.

Solución:

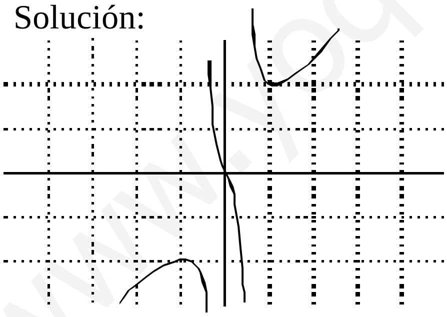


31. Representa gráficamente las funciones que cumplan las siguientes condiciones:

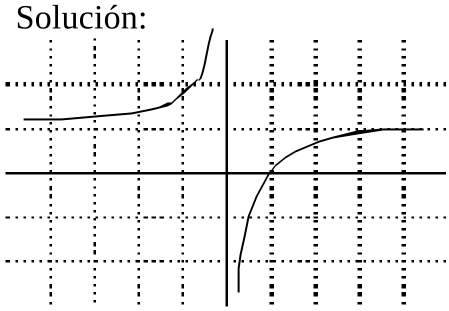
a) Dominio: $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$; asíntotas: $x=-1$, $x=1$, $y=x$; máximo en (-2,-4); mínimo en (2,4); $f(0)=0$; decrece en (-1,1)

b) Dominio: $\mathbb{R}\setminus\{0\}$; asíntotas: $x=0$; $y=1$; creciente en $(-\infty,0)$ y $(0,+\infty)$. Corte en (1,0).

Solución:



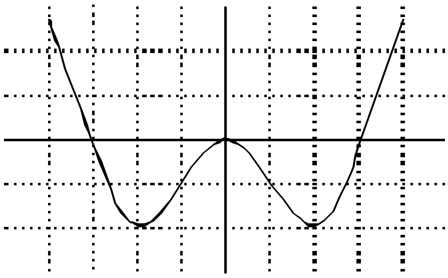
Solución:



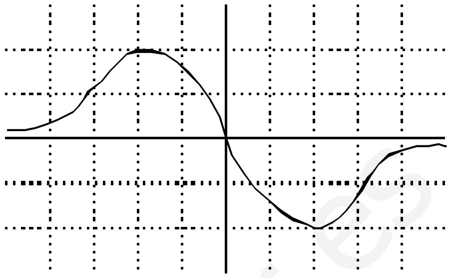
32. Representa una función que cumple las siguientes características: es continua en todo $\mathbb{R}$; $f(-3)=0$; $f(-2)=-2$; $f(0)=0$; $f(1)=-1$; $f(-4)=2$; $f(5)=6$; $f'(-2)=0$; $f'(2)=0$. Límites: $x\to-\infty=\infty$; $x\to+\infty=\infty$.

33. Representa gráficamente una función que cumple todas las condiciones siguientes: es continua en todo ú; f(-2) = 2; f(2) = -2; f(-4) = 0,25; f(0) = 0; f(4) = -0,25; f'(-2) = 0; f' (2) = 0. Límites: x6-4 = 0; x6 + 4 = 0.

Solución 32:



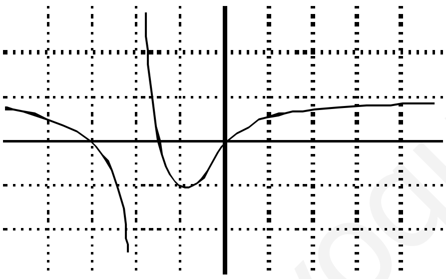
Solución 33:



34. Representa una función que cumpla las siguientes condiciones: f(0) = 0; f(-3/2) = 0; f(-3) = 0; f'(-1) = 0. Límites: x6-4 = 1; x6-2$^-$ = -4; x6-2$^+$ = + 4; x64 = 1.

35. Representa una función continua en todo ú que cumpla: f(-2) = f(2) = 0; f(0) = 2; f'(3) = 0; f'(0) = 0. Límites: x6-4 = -4; x6 + 4 = 0.

Solución 34:



Solución 35: