

EJERCICIOS DE INECUACIONES

INECUACIONES DE 1^{er} GRADO:

4. Dada la inecuación $3x+1 > x+5$ se pide, por este orden:

- a) Comprobar si son posibles las soluciones $x=5$, $x=0$, $x=-1$
- b) Resolverla y dibujar en la recta real la solución.

5. Resolver las siguientes inecuaciones simples:

- | | | | |
|------------------------|--------------------------|--|--|
| a) $7x \leq 14$ | d) $-5x \geq -15$ | g) $20 \leq -20x$ (Sol: $x \leq -1$) | j) $3x < -3$ (Sol: $x \leq -1$) |
| b) $-2x > 6$ | e) $10 \leq 5x$ | h) $-11 < -11x$ (Sol: $x < 1$) | k) $-2 < -2x$ (Sol: $x \leq 1$) |
| c) $3x \leq -9$ | f) $-14 \geq 7x$ | i) $-5x \geq 5$ (Sol: $x \leq -1$) | l) $-7x \leq -7$ (Sol: $x \geq 1$) |

6. Resolver las siguientes inecuaciones y representar la solución en la recta real:

- | | | |
|---|--|---|
| a) $2x+6 \leq 14$ (Sol: $x \leq 4$) | g) $5+3x < 4-x$ (Sol: $x < -1/4$) | m) $12(x+2)+5 < 3(4x+1)+3$ (Sol: \exists soluc.) |
| b) $3x-4 \geq 8$ (Sol: $x \geq 4$) | h) $2x-3 > 4-2x$ (Sol: $x > 7/4$) | n) $5(x-2)-4(2x+1) < -3x+3$ (Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$) |
| c) $4x+7 \leq 35$ (Sol: $x \leq 7$) | i) $6x-3 < 4x+7$ (Sol: $x < 5$) | o) $x(x-1) > x^2+3x+1$ (Sol: $x < -1/4$) |
| d) $3x+5 < x+13$ (Sol: $x < 4$) | j) $3x-1 < -2x+4$ (Sol: $x < 1$) | p) $(x+2)(x+3) < (x-1)(x+5)$ (Sol: $x < -11$) |
| e) $5-3x \geq -3$ (Sol: $x \leq 8/3$) | k) $2x+9 > 3x+5$ (Sol: $x < 4$) | q) $2(x+3)+3(x-1) > 2(x+2)$ (Sol: $x > 1/3$) |
| f) $4-2x \geq x-5$ (Sol: $x \leq 3$) | l) $2(x-3)+5(x-1) \geq -4$ (Sol: $x \geq 1$) | |

7. Resolver las siguientes inecuaciones, quitando previamente los denominadores:

- | | |
|---|--|
| a) $\frac{x-1}{2} - \frac{x-4}{3} < 1$ (Sol: $x < 1$) | c) $\frac{2x-4}{3} + \frac{3x+1}{3} < \frac{2x-5}{12}$ (Sol: $x < 7/18$) |
| b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} > 5 - \frac{x}{6}$ (Sol: $x > 5$) | d) $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} > x-2$ (Sol: $x < 6$) |
| f) $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} > 2 + \frac{3x-1}{15}$ (Sol: $x < 3$) | e) $\frac{5x-2}{3} - \frac{x-8}{4} > \frac{x+14}{2} - 2$ (Sol: $x > 4$) |
| g) $\frac{3x-3}{5} - \frac{4x+8}{2} < \frac{x}{4} - 3x$ (Sol: $x < 92/27$) | l) $\frac{2x+3}{4} > \frac{x+1}{2} + 3$ (Sol: \exists soluc.) |
| h) $\frac{x-1}{2} - x < \frac{1-x}{4} - 3$ (Sol: $x > 9$) | m) $\frac{x-2}{3} - \frac{12-x}{2} > \frac{5x-36}{4} - 1$ (Sol: $x < 8$) |
| i) $\frac{x}{3} - \frac{2x+1}{8} - \frac{8-10x}{45} > 0$ (Sol: $x > 109/110$) | n) $\frac{x}{18} - \frac{2x+1}{12} \geq \frac{2-4x}{24}$ (Sol: $x \geq 3$) |
| j) $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} - x + 2 < 0$ (Sol: $x > 6$) | o) $1 - \frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3}$ (Sol: $x < 3$) |
| k) $4x - \frac{3-2x}{4} < \frac{3x-1}{3} + \frac{37}{12}$ (Sol: $x < 1$) | |

INECUACIONES DE 2º GRADO:

8. Resolver las siguientes inecuaciones y representar la solución en la recta real:

- a) $x^2-6x+8 \geq 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 2] \cup [4, \infty)$]
 b) $x^2-2x-3 < 0$ [Sol: $x \in (-1, 3)$]
 c) $x^2-5x+6 > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 2) \cup (3, \infty)$]
 d) $x^2-3x-10 \leq 0$ [Sol: $x \in [-2, 5]$]
 e) $3x^2-10x+7 \geq 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 1] \cup [7/3, \infty)$]
 f) $2x^2-16x+24 < 0$ [Sol: $x \in (2, 6)$]
 g) $x^2-4x+21 \geq 0$ [Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$]
 h) $x^2-3x > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$]
 i) $x^2-4 \geq 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$]
 j) $x^2-4x+4 > 0$ [Sol: $x \in \mathbb{R} - \{2\}$]
 k) $x^2+6x+9 \geq 0$ [Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$]
 l) $x^2-2x+1 < 0$ [Sol: \nexists soluc.]
 m) $x^2-4x+4 \leq 0$ [Sol: $x=2$]
 n) $6x^2-5x-6 < 0$ [Sol: $x \in (-2/3, 3/2)$]
 o) $x^2-9x+18 < 0$ [Sol: $x \in (3, 6)$]
 p) $x^2-4x+7 < 0$ [Sol: \nexists soluc.]
 q) $x^2-2x+6 \leq 0$ [Sol: \nexists soluc.]
 r) $2x^2+8x+6 < 0$ [Sol: $x \in (-3, -1)$]
 s) $2x^2+10x+12 \leq 0$ [Sol: $x \in [-3, -2]$]
 t) $-x^2+5x-4 \geq 0$ [Sol: $x \in [1, 4]$]
 u) $x^2 \geq 4$ [Sol: $x \in (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$]

- v) $(x+2)(x-5) > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -2) \cup (5, \infty)$]
 w) $(x-3)(x-1) < 0$ [Sol: $x \in (1, 3)$]
 x) $(4x-8)(x+1) > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty)$]
 y) $(2x-4)3x > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$]
 z) $x^2 < 9$ [Sol: $x \in (-3, 3)$]
 a) $9x^2-16 > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -4/3) \cup (4/3, \infty)$]
 β) $3x^2+15x+21 < 0$ [∅ soluc.]
 γ) $2x^2-5x+2 < 0$
 δ) $-2x^2+5x+3 > 0$
 ε) $x^2-9x+20 \leq 0$
 ζ) $-2x^2+2x+15 < 0$
 η) $x^2-5x+4 > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$]
 θ) $3x^2-4x < 0$ [Sol: $x \in (0, 4/3)$]
 ι) $x^2+16 \geq 0$
 κ) $2x^2-8 > 0$
 λ) $x^2+x+1 \geq 0$
 μ) $-4x^2+12x-9 \leq 0$ [Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$]

9. Resolver las siguientes inecuaciones de 2º grado reduciéndolas previamente a la forma general:

- a) $x(x+3)-2x > 4x+4$ [Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup (4, \infty)$]
 b) $(x-1)^2-(x+2)^2+3x^2 \leq -7x+1$ [Sol: $x \in [-4/3, 1]$]
 c) $x(x^2+x)-(x+1)(x^2-2) > -4$ [Sol: $x > -3$]
 d) $(2x-3)^2 \leq 1$ [Sol: $x \in [1, 2]$]
 e) $4x(x+39)+9 < 0$ [Sol: $x \in \left(-\frac{39}{2} - 3\sqrt{42}, -\frac{39}{2} + 3\sqrt{42}\right)$]
 f) $-x(x+2)+3 \geq 0$ [Sol: $x \in [-3, 1]$]
 g) $(3x-2)^2+5x^2 \geq (3x+2)(3x-2)$ [Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$]
 h) $4x(x+3)+(x+2)(x-2) > (2x+3)^2+x-1$ [Sol: $x \in (-\infty, -3) \cup (4, \infty)$]
 i) $(2x+3)(2x-3)+5x > 2(x+1)-1$ [Sol: $x \in (-\infty, -2) \cup (5/4, \infty)$]
 j) $(2x+2)(2x-2) \leq (x+1)^2+2(x+1)(x-1)$ [Sol: $x \in [-1, 3]$]
 k) $(2x+3)(2x-3) \leq (2x-3)^2+30x$ [Sol: $x \geq -1$]
 l) $(2x-3)^2+x^2 > (3x+1)(3x-1)-6$ [Sol: $x \in (-4, 1)$]
 m) $(x+3)(x-3)-(x-2)^2 < 6+x(x-5)$ [Sol: $x \in \left(-\infty, \frac{9-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{9+\sqrt{5}}{2}, \infty\right)$]
 n) $(2x+1)(x+1) \leq (x+2)(x-2)+3$ [Sol: $x \in [-2, -1]$]
 o) $\frac{(2x+1)(2x-1)}{6} - \frac{(x+1)^2}{9} \leq \frac{x(7x-8)-1}{18}$ [Sol: $x \in [-2, 2/3]$]

p) $\frac{(x-3)^2}{2} + \frac{(x+1)(x-1)}{3} < \frac{4x^2 - 19x + 31}{6}$ [Sol: $x \in (-3, 2)$]

q) $\frac{(x+2)(x-2)}{12} + \frac{2x+1}{18} - \frac{6-5(x-2)}{6} \leq \frac{3(x-1)^2 + 11}{36}$ [Sol: $x \leq 3$]

r) $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} \geq \frac{x(11-x)}{6}$ [Sol: $x \in (-\infty, -8] \cup [6, \infty)$]

s) $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{5x+6}{6} < \frac{(x+3)(x-3)}{3} + 6$ [Sol: $x \in (0, 7)$]

t) $\frac{(x-2)(x+4)}{2} - \frac{(x-2)^2}{6} \geq x-2$ [Sol: $x \in (-\infty, -4] \cup [2, \infty)$]

u) $\frac{(x+1)(x-1)+3}{3} - \frac{(x-1)^2 + 2x}{4} \leq 1 - \frac{x+7}{12}$ [Sol: $x \in [-1, 0]$]

v) $\frac{(3x+1)(3x-1)}{6} + 4x - 5 \geq \frac{(x+2)(x-2)}{2} + \frac{11}{6}$ [Sol: $x \in (-\infty, -5] \cup [1, \infty)$]

w) $\frac{(x-1)^2}{3} - \frac{2x+1}{6} \geq 1 - \frac{(x+1)(x-1)}{2}$ [Sol: $x \in (-\infty, -4/5] \cup [2, \infty)$]

x) $\frac{(x+1)(x-1)}{2} - \frac{(x^2+3)(x^2-3)}{6} = \frac{1}{3}$ [Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup (4, \infty)$]

INECUACIONES POLINÓMICAS DE GRADO >2:

11. Resolver las siguientes inecuaciones aplicando el método más apropiado en cada caso:

a) $x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \geq 0$ [Sol: $x \in [-1, 2] \cup [4, \infty)$]	e) $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{x^2}{2} < \frac{(x^2-2x)(x^2+2x)}{4} - 2$ [Sol: $x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$]
b) $x^3 - x^2 - 6x < 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -2) \cup (0, 3)$]	f) $x^3 - 6x^2 + 32 \leq 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -2]$]
c) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$ [Sol: $x \in [-2, 1] \cup [3, \infty)$]	g) $x^3 - 7x - 6 \geq 0$ [Sol: $x \in [-2, -1] \cup [3, \infty)$]
d) $x^4 - 1 > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$]	

INECUACIONES FACTORIZADAS:

12. Resolver las siguientes inecuaciones aplicando el método más apropiado en cada caso:

a) $(x^2 - x - 2)(x^2 + 9) > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty)$]	g) $x^2(2x-5)(x+2) \geq 0$ [Sol: $x \in [-\infty, -2] \cup [5/2, \infty)$]
b) $(x^2 + 2x - 15)(x+1) < 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -5) \cup (-1, 3)$]	h) $(x-3)(x+5)(x^2+1) > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -5) \cup (3, \infty)$]
c) $(2x+8)(x^3-4x)(x^2-4x+4) \leq 0$ [Sol: $x \in [-4, -2] \cup [0, 2]$]	i) $(x+2)^2(x-3)^2 > 0$
d) $x^2(x-2) \leq 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 2]$]	j) $(x-5)(x^2+4) \leq 0$
e) $x^2(x-2) \leq 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 0) \cup (0, 2)$]	
f) $(x+1)^2(x-3) < 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 3)$]	

SISTEMAS DE INECUACIONES DE 1^{er} GRADO:

13. Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones de 1^{er} grado con una incógnita, indicando la solución de dos formas distintas: mediante intervalos, y representando en la recta real:

a) $\begin{cases} -2x - 6 \leq 0 \\ 3x + 3 \leq 0 \end{cases}$ [Sol: $x \in [-3, -1]$]	j) $\begin{cases} 3x - 1 < 5x - 5 \\ x \geq 2x + 1 \end{cases}$ [∅ soluc.]
b) $\begin{cases} 1 - x < 2 - 3x \\ 3 + x < 2 + 5x \end{cases}$ [Sol: $x \in (1/4, 1/2)$]	k) $\begin{cases} 2x + 1 \leq x + 3 \\ 2x + 3 \leq 3x + 1 \end{cases}$ [Sol: $x = 2$]
c) $\begin{cases} 2x + 6 \leq 0 \\ -x + 1 \leq 0 \end{cases}$ [∅ soluc.]	l) $\begin{cases} 5x + 2 \geq 4x + 5 \\ 3x - 7 < x + 3 \end{cases}$ [Sol: $x \in [3, 5)$]

d) $\left. \begin{array}{l} 3x < 9 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [1/2, 3]$]	m) $\left. \begin{array}{l} 3x + 2 \geq x - 4 \\ 5 - x \geq -2 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [-3, 7]$]
e) $\left. \begin{array}{l} 2x + 5 < 3x \\ -x + 8 < 4 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in (5, \infty)$]	n) $\left. \begin{array}{l} 2(x - 3) + 6 \geq 2x \\ x + 5 \leq 3x + 2 - 2x + 7 \end{array} \right\}$	[Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$]
f) $\left. \begin{array}{l} 2x > 8 \\ 2x \leq 4 \end{array} \right\}$	[\nexists soluc.]	o) $\left. \begin{array}{l} 2(x - 3) + 6 > 2x \\ x + 5 \leq 3x + 2 - 2x + 7 \end{array} \right\}$	[\nexists soluc.]
g) $\left. \begin{array}{l} 2x \geq 4x - 2 \\ 5x - 4 < 6x - 1 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in (-3, 1]$]	p) $\left. \begin{array}{l} 4x + 1 < 2x + 9 \\ x + 8 < 5 - 2x \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in (-\infty, -1)$]
h) $\left. \begin{array}{l} 3x - 5 \geq 2x - 6 \\ 4x + 1 < 2x + 7 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [-1, 3]$]	q) $\left. \begin{array}{l} 5 - x \leq 4x - 4 \\ 1 - 2x \geq -3 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [9/5, 2]$]
i) $\left. \begin{array}{l} 7x + 2 > 4x + 5 \\ 5x - 1 \leq 3x + 3 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in (1, 2]$]	r) $\left. \begin{array}{l} 3(2x - 1) - (5 + 2x) \geq -3 \\ 2[3(x - 5) - x + 1] < 1 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [5/4, 29/4)$]
s) $\left. \begin{array}{l} (2x - 3)^2 - (x + 1)(x - 1) \leq 3x^2 \\ (x + 2)^2 - (x - 2)^2 > 2x + 1 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [5/6, \infty)$]	z) $\left. \begin{array}{l} 5x + \frac{4x}{3} + 2 > \frac{10x}{3} + 5 \\ 2 - \frac{x - 3}{4} \leq 1 - \frac{x}{2} \end{array} \right\}$	[\nexists soluc.]
t) $\left. \begin{array}{l} 2x - 10 > -x + 2 \\ 12 - 4x > -3x + 2 \\ 3(x + 2) \geq 2(x + 6) \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in (6, 10)$]	α) $\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{6 - x}{4} < x + 1 \\ 3 - \frac{5x - 1}{10} \geq \frac{x - 1}{5} - \frac{x - 3}{2} \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in (-10, 9]$]
u) $\left. \begin{array}{l} 2x + \frac{x}{4} \leq \frac{9}{4} - \frac{x - 1}{2} \\ 2x - 1 - 2(2x + 1) < 1 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in (-2, 1]$]	β) $\left. \begin{array}{l} \frac{x - 1}{2} + \frac{2(x + 1)}{5} \geq -1 \\ \frac{3x + 1}{4} - \frac{x}{6} < 2 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [-1, 3]$]
v) $\left. \begin{array}{l} 2(3x - 1) - (2 + 4x) > x \\ 2 - \frac{3x + 1}{2} \leq x - \frac{x + 2}{3} \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [1, \infty)$]	(*) γ) $\left. \begin{array}{l} x(x - 1) \leq 6 \\ x^2 + (x + 2)(x - 2) > (x + 2)(x - 1) \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [5/6, \infty)$]
w) $\left. \begin{array}{l} \frac{2x - 3}{2} - \frac{x - 1}{3} > 6 \\ \frac{x - 5}{4} + \frac{x}{8} \leq 2 \end{array} \right\}$	[\nexists soluc.]	(*) δ) $\left. \begin{array}{l} x(x - 1) < 2 \\ 5(x + 1) \geq 4(x + 2) - 2 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [1, 2]$]
x) $\left. \begin{array}{l} \frac{2(3x - 5)}{3} - \frac{3(x - 2)}{2} > 1 \\ \frac{2x + 3(x - 1)}{2} \geq x - 1 \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in (8/3, \infty)$]		
y) $\left. \begin{array}{l} 2(x + 1) + 2x \geq 3x + 1 - (x + 3) \\ 2(2x + 1) - 2 < 3(x + 1) - x \end{array} \right\}$	[Sol: $x \in [-2, 3/2]$]		

15. Resolver las siguientes **inecuaciones con cocientes**:

a) $\frac{x - 1}{x - 4} > 0$	[Sol: $x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$]	g) $\frac{-3}{2x - 6} \geq 0$	[Sol: $x \in (-\infty, 3)$]
b) $\frac{2x - 3}{x + 1} \geq 1$	[Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup [4, \infty)$]	h) $\frac{x + 3}{2x - 1} > -\frac{1}{2}$	[Sol: $x \in (-\infty, -5/4) \cup (1/2, \infty)$]
c) $\frac{5x - 8}{x - 3} \leq 4$	[Sol: $x \in [-4, 3]$]	i) $\frac{x + 3}{x - 7} \leq 2$	[Sol: $x \in (-\infty, 7) \cup [17, \infty)$]
d) $\frac{3}{2x - 6} \geq 2$	[Sol: $x \in (3, 15/4]$]	j) $\frac{x + 3}{x - 7} \leq \frac{1}{2}$	[Sol: $x \in [-13, 7)$]
e) $2 < \frac{x + 6}{x - 2}$	[Sol: $x \in (2, 10)$]	k) $\frac{x}{x + 5} > x$	[Sol: $x \in (-\infty, -5) \cup (-4, 0)$]
f) $\frac{5}{x + 3} < 0$	[Sol: $x \in (-\infty, -3)$]	l) $1 \leq \frac{2x + 3}{x - 1}$	[Sol: $x \in (-\infty, -4] \cup (1, \infty)$]