

# Logaritmos

1.- Calcular:

- |                         |                                  |                                   |                                      |
|-------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| <b>a)</b> $\log_2 8$    | <b>f)</b> $\log_2 0,25$          | <b>k)</b> $\log_4 64 + \log_8 64$ | <b>o)</b> $\log 3 / \log 81$         |
| <b>b)</b> $\log_3 9$    | <b>g)</b> $\log_{0,5} 16$        | <b>l)</b> $\log 0,1 - \log 0,01$  | <b>p)</b> $\log_2 3 \times \log_3 4$ |
| <b>c)</b> $\log_4 2$    | <b>h)</b> $\log_{0,1} 100$       | <b>m)</b> $\log 5 + \log 20$      | <b>q)</b> $\log_9 25 \div \log_3 5$  |
| <b>d)</b> $\log_{27} 3$ | <b>i)</b> $\log_3 27 + \log_3 1$ | <b>n)</b> $\log 2 - \log 0,2$     | <b>r)</b> $\log_a \sqrt[3]{a^2}$     |
| <b>e)</b> $\log_5 0,2$  | <b>j)</b> $\log_5 25 - \log_5 5$ | <b>ñ)</b> $\log 32 / \log 2$      | <b>s)</b> $\log_{\sqrt{2}} 2$        |

Sol: a) 3; b) 2; c) 0,5; d) 1/3; e) -1; f) -2; g) -4; h) -2; i) 3; j) 1; k) 5; l) 1; m) 2; n) 1; ñ) 5; o) 0,25; p) 2; q) 1; r) 2/3; s) 2

2.- Determinar el valor de x en las siguientes expresiones:

- |                                 |                                 |   |
|---------------------------------|---------------------------------|---|
| <b>a)</b> $\log_3 81 = x$       | <b>g)</b> $\log_x 25 = -2$      | <b>m)</b> $\log_4 64 = (2x - 1) / 3$        |
| <b>b)</b> $\log_5 0,2 = x$      | <b>h)</b> $\log_{2x+3} 81 = 2$  | <b>n)</b> $\log_6 [4(x - 1)] = 2$           |
| <b>c)</b> $\log_2 16 = x^3 / 2$ | <b>i)</b> $x + 2 = 10^{\log 5}$ | <b>ñ)</b> $\log_8 [2(x^3 + 5)] = 2$         |
| <b>d)</b> $\log_2 x = -3$       | <b>j)</b> $x = 10^{4 \log 2}$   | <b>o)</b> $x = \log 625 / \log 125$         |
| <b>e)</b> $\log_7 x = 3$        | <b>k)</b> $x = \log 8 / \log 2$ | <b>p)</b> $\log(x + 1) / \log(x - 1) = 2$   |
| <b>f)</b> $\log_x 125 = 3$      | <b>l)</b> $\log_{9/16} x = 3/2$ | <b>q)</b> $\log(x - 7) / \log(x - 1) = 0,5$ |

Sol: a) 4; b) -1; c) 2; d) 1/8; e) 343; f) 5; g) 1/5; h) 3; i) 3; j) 16; k) 3; l) 27/64; m) 5; n) 10; ñ) 3; o) 4/3; p) 3; q) 10

3.- Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64} \cdot 4^2}{2^5 \cdot \sqrt[3]{512}}$	b) $\log_3 \frac{27 \cdot \sqrt{729}}{81 \cdot \sqrt[3]{27}}$	c) $\log_5 \frac{25 \cdot \sqrt[4]{625}}{125}$	d) $\log_7 \frac{49 \cdot \sqrt[3]{343}}{\sqrt{2401}}$
--	---	--	--

Sol: a) -3; b) 1; c) 0; d) 1

4.- Aplica las propiedades de los logaritmos para reducir estas expresiones a un solo logaritmo:

- |   |  |  |
|---|--|--|
| <b>a)</b> $\log a + \log b$                         | <b>f)</b> $\log 2 + \log 3 + \log 4$                                     | <b>k)</b> $\frac{1}{2} \log x - \frac{1}{3} \log y + \frac{1}{4} \log z$ |
| <b>b)</b> $\log x - \log y$                         | <b>g)</b> $\frac{1}{3} \log a - \frac{1}{2} \log b - \frac{1}{2} \log c$ | <b>l)</b> $\log(a - b) - \log 3$   |
| <b>c)</b> $\frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$ | <b>h)</b> $\frac{3}{2} \log a + \frac{5}{2} \log b$                      | <b>m)</b> $\log a - 4 \log b + \frac{1}{5} (\log c - 2 \log d)$          |
| <b>d)</b> $\log a - \log x - \log y$                | <b>i)</b> $\log a + \frac{1}{2} \log b - 2 \log c$                       | <b>n)</b> $\frac{p}{n} \log a + \frac{q}{n} \log b$                      |
| <b>e)</b> $\log p + \log q - \log r - \log s$       | <b>j)</b> $\log(a + b) + \log(a - b)$                                    | <b>ñ)</b> $\log_a ac + \log_d d^3 + \log_b b - \log_a c$                 |

Sol: a)  $\log(a \cdot b)$ ; b)  $\log(x/y)$ ; c)  $\log \sqrt{xy}$ ; d)  $\log \left( \frac{a}{xy} \right)$ ; e)  $\log \left( \frac{pq}{rs} \right)$ ; f)  $\log 24$ ; g)  $\log \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{bc}}$ ; h)  $\log \sqrt{a^3 \cdot b^5}$ ; i)  $\log \frac{a\sqrt{b}}{c^2}$ ; j)  $\log(a^2 \cdot b^2)$ ; k)  $\log \left( \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{z}}{\sqrt[3]{y}} \right)$ ; l)  $\log \frac{a-b}{3}$ ; m)  $\log \left( \frac{a}{b^4} \cdot \sqrt[5]{\frac{c}{d^2}} \right)$ ; n)  $\log \sqrt[3]{a^p \cdot b^q}$ ; ñ) 5

5.- Sabiendo que  $\log 2 \approx 0,3$  y que  $\log 3 \approx 0,48$  calcula los siguientes logaritmos:

- |                    |                     |                      |                      |
|--------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| <b>1)</b> $\log 4$ | <b>5)</b> $\log 12$ | <b>09)</b> $\log 25$ | <b>13)</b> $\log 45$ |
| <b>2)</b> $\log 5$ | <b>6)</b> $\log 15$ | <b>10)</b> $\log 30$ | <b>14)</b> $\log 60$ |
| <b>3)</b> $\log 6$ | <b>7)</b> $\log 18$ | <b>11)</b> $\log 36$ | <b>15)</b> $\log 72$ |
| <b>4)</b> $\log 8$ | <b>8)</b> $\log 24$ | <b>12)</b> $\log 40$ | <b>16)</b> $\log 75$ |

Sol: 1) 0,6; 2) 0,7; 3) 0,78; 4) 0,9; 5) 1,08; 6) 1,18; 7) 1,26; 8) 1,38; 9) 1,4; 10) 1,48; 11) 1,56; 12) 1,6; 13) 1,66; 14) 1,78; 15) 1,86; 16) 1,88

6.- Conociendo los valores de  $\log 2$  y de  $\log 3$ , halla los valores de las siguientes expresiones:

a)  $\log 14,4$     c)  $\log 3600$     e)  $\log \frac{\sqrt{5,4}}{12,8}$     g)  $\log(\sqrt{3,2} \cdot \sqrt{1,6})$   
 b)  $\log 0,048$     d)  $\log \sqrt{5,76}$     f)  $\log \frac{1}{6561}$     h)  $\log \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$

Sol: a)  $4\log 2 + 2\log 3 - 1$ ; b)  $4\log 2 + \log 3 - 3$ ; c)  $2(\log 2 + \log 3) + 2$ ; d)  $3\log 2 + \log 3 - 1$ ; e)  $\frac{1}{2} + 3/2 \log 3 - 13/2 \log 2$ ; f)  $-8\log 3$ ; g)  $9/2 \log 2 - 1$ ; h)  $2/3 \log 3 - 1/3 \log 2$

7.- Expresa en forma de logaritmo cada igualdad:

a)  $4^x = 16$     b)  $10^x = 1,48$     c)  $a^x = \frac{b \cdot c}{d}$     d)  $p^x = \frac{a+b}{a-b}$     e)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{27}{8}$

Sol: a)  $\log_4 16 = x$     b)  $\log_{10} 1,48 = x$     c)  $\log_a \frac{b \cdot c}{d} = x$     d)  $\log_p \frac{a+b}{a-b} = x$     e)  $\log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8} = x$

8.- Expresa en la forma exponencial las siguientes igualdades:

a)  $\log_a x = y$     b)  $\log_{10} 1000 = x$     c)  $\log_a a^2 = 2$     d)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = 3$   
 e)  $\log_{\frac{p}{q}} q = -1$     f)  $\log_{x-y} (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = 3$

Sol: a)  $a^y = x$ ; b)  $10^x = 1000$ ; c)  $a^2 = a^2$ ; d)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ ; e)  $p = q^2$ ; f)  $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

9.- Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones logarítmicas y exponenciales:

1)  $\log 4x = 3 \cdot \log 2 + 4 \cdot \log 3$     7)  $\frac{\log(7+x^2)}{\log(x-4)} = 2$   
 2)  $\log(2x-4) = 2$     8)  $2 \cdot \log(3x-4) = \log 100 + \log(2x+1)^2$   
 3)  $2 \cdot \log(3-x) = -1$     9)  $\log_2(x^2-1) - \log_2(x+1) = 2$   
 4)  $\log(x+1) + \log x = \log(x+9)$     10)  $\log^2 x - 3\log x = 2$   
 5)  $\log(x+3) = \log 2 - \log(x+2)$     11)  $2 \cdot \log(x+5) = \log(x+7)$   
 6)  $\log(x^2+15) = \log(x+3) + \log x$     12)  $\log \sqrt{x-1} = \log(x+1) - \log \sqrt{x+4}$

Sol: 1) 162; 2) 52; c) No; 4)  $\pm 3$ ; 5) 4 y 1; 6) 5

10.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a)  $\log_3(x+2) + \log_3(x-4) = 3$     b)  $2^{2+x} - 2^{1+x} + 2^x = \frac{1}{2}$     c)  $\log_3\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2$     d)  $e^x - 6e^{-x} = 1$   
 e)  $\log 2 + \log(11-x^2) = 2\log(5-x)$     f)  $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$     g)  $3^x - 3^{1-x} = 2$     h)  $2^{2x} - 2^x = 12$   
 i)  $3\log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$     j)  $\log_{2x+1}\left(\frac{x^4+2}{2x+1}\right) = 1$     k)  $3^{2x+1} - 5 = 11$     l)  $7^{3x-2} = 1$

Sol: a)  $x = 7$     b)  $x = -1$     c)  $x = \frac{10}{17}$     d)  $x = \ln 3$     e)  $\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$     f)  $x = 2$     g)  $x = 1$     h)  $x = 2$     i)  $x = 6$     j)  $x = \frac{1}{4}$     k)  $x = \frac{2\log 2}{\log 3} - \frac{1}{2}$     l)  $x = \frac{2}{3}$

11.- Calcula el valor de x en estas igualdades:

a)  $\log 3^x = 2$     b)  $\log x^2 = -2$     c)  $7^x = 115$     d)  $5^{-x} = 3$

Sol: a) 4,19; b) 0,1; c) 2,438; d) -0,683