

Examen de Matemáticas – 4º de ESO

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos (**1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado**):

a) $\frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} =$

b) $\frac{12^5}{18^4} =$

c) $\frac{(x^{-2}y^{-3})^{-3}(x^5y^3)^2}{(xy^5)^4} =$

2. Simplifica los siguientes radicales expresándolos primero en forma de potencia de exponente fraccionario (**1 punto, 0,5 puntos por apartado**)

a) $\sqrt[18]{x^{12}}$

b) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^8}$

3. Ordena de menor a mayor los siguientes radicales: $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[6]{11}$, $\sqrt[2]{19}$ (1 punto)

4. Simplifica todo lo que puedas, extrayendo factores del radical (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt[3]{1728} =$

b) $\sqrt[4]{32(a^2b)^5} =$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{1296}} =$

5. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{32} =$

b) $4\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{81} + 6\sqrt[6]{9} =$

6. Realiza los siguientes productos de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[12]{x^5} =$

b) $\frac{\sqrt[4]{ab^3c}}{\sqrt[6]{abc^2}} =$

c) $\sqrt[3]{xy^2} \cdot \sqrt[4]{x^2y} \cdot \sqrt[6]{xy} =$

7. Expresa en forma de una sola raíz: (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{2}}} =$

b) $\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt{5}}} =$

c) $\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y}}} =$

8. Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

a) $\sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \sqrt{\sqrt{a} - \sqrt{b}} =$

b) $\frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt[3]{xy^4}}$

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado):

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} &= \frac{2^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} (2 \cdot 3)^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^{-3}} = \\ &= \frac{2 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^2} = \underline{\underline{2^{-1} \cdot 3 = \frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{12^5}{18^4} = \frac{(2^2 \cdot 3)^5}{(3^2 \cdot 2)^4} = \frac{2^{10} \cdot 3^5}{3^8 \cdot 2^4} = 2^6 \cdot 3^{-3} = \frac{2^6}{3^3} = \underline{\underline{\frac{64}{27}}}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{(x^{-2}y^{-3})^{-3}(x^5y^3)^2}{(x^3y^5)^4} &= \frac{x^6y^9x^{10}y^6}{x^{12}y^{20}} = \frac{x^{16}y^{15}}{x^{12}y^{20}} = \\ &= \underline{\underline{x^4y^{-5} = \frac{x^4}{y^5}}} \end{aligned}$$

2. Simplifica los siguientes radicales expresándolos primero en forma de potencia de exponente fraccionario (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

$$\text{a) } \sqrt[18]{x^{12}} = x^{\frac{12}{18}} = x^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{\sqrt[3]{x^2}}}$$

$$\text{b) } \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{8}{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

5. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales:
(1 punto, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{32} &= \sqrt{2} - \sqrt{2^3} + \sqrt{2^5} = \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2^2\sqrt{2} = \\ &= \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (1 - 2 + 4)\sqrt{2} = \underline{\underline{3\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 4\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{81} + 6\sqrt[3]{9} &= 4\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{3^4} + 6\sqrt[3]{3^2} = \\ &= 4\sqrt[3]{3} - 5 \cdot 3\sqrt[3]{3} + 6 \cdot 3^{2/6} = 4\sqrt[3]{3} - 15\sqrt[3]{3} + 6 \cdot 3^{1/3} = \\ &= 4\sqrt[3]{3} - 15\sqrt[3]{3} + 6\sqrt[3]{3} = (4 - 15 + 6)\sqrt[3]{3} = \underline{\underline{-5\sqrt[3]{3}}} \end{aligned}$$

6. Realiza los siguientes productos de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[12]{x^5} &= x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{5}{12}} = x^{\frac{8}{12}} \cdot x^{\frac{2}{12}} \cdot x^{\frac{5}{12}} = \\ &= \sqrt[12]{x^8} \cdot \sqrt[12]{x^2} \cdot \sqrt[12]{x^5} = \sqrt[12]{x^8 \cdot x^2 \cdot x^5} = \sqrt[12]{x^{15}} = \\ &= x \cdot \sqrt[12]{x^3} = \underline{\underline{x \cdot \sqrt[4]{x}}} \quad (\text{ya que } \sqrt[12]{x^3} = x^{\frac{3}{12}} = x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt[4]{ab^3c}}{\sqrt[6]{abc^2}} &= \frac{(ab^3c)^{\frac{1}{4}}}{(abc^2)^{\frac{1}{6}}} = \frac{(ab^3c)^{\frac{3}{12}}}{(abc^2)^{\frac{2}{12}}} = \frac{\sqrt[12]{(ab^3c)^3}}{\sqrt[12]{(abc^2)^2}} = \\ &= \sqrt[12]{\frac{a^3b^9c^3}{a^2b^2c^4}} = \sqrt[12]{ab^7c^{-1}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{ab^7}{c}}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt[3]{xy^2} \cdot \sqrt[4]{x^2y} \cdot \sqrt[6]{xy} &= (xy^2)^{\frac{1}{3}} (x^2y)^{\frac{1}{4}} (xy)^{\frac{1}{6}} = \\ &= (xy^2)^{\frac{4}{12}} (x^2y)^{\frac{3}{12}} (xy)^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{(xy^2)^4} \cdot \sqrt[12]{(x^2y)^3} \cdot \sqrt[12]{(xy)^2} = \\ &= \sqrt[12]{x^4y^8} \cdot \sqrt[12]{x^6y^3} \cdot \sqrt[12]{x^2y^2} = \sqrt[12]{x^4y^8 \cdot x^6y^3 \cdot x^2y^2} = \\ &= \sqrt[12]{x^{12}y^{13}} = \underline{\underline{xy \cdot \sqrt[12]{y}}} \end{aligned}$$

7. Expresa en forma de una sola raíz: (1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{2} \sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2 \sqrt{2}} = \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} = \\ &= 2^{\frac{4}{8}} \cdot 2^{\frac{2}{8}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{2^4} \cdot \sqrt[8]{2^2} \sqrt[8]{2} = \sqrt[8]{2^4 \cdot 2^2 \cdot 2} = \underline{\underline{\sqrt[8]{2^7}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{5}} &= \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} \sqrt[4]{5}} = \sqrt[3]{2} \sqrt[6]{3 \sqrt[4]{5}} = \\ &= \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[24]{5} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} \cdot 5^{\frac{1}{24}} = \\ &= 2^{\frac{8}{24}} \cdot 3^{\frac{4}{24}} \cdot 5^{\frac{1}{24}} = \sqrt[24]{2^8 \cdot 3^4 \cdot 5} = \underline{\underline{\sqrt[24]{2^8 \cdot 3^4 \cdot 5}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{\frac{x}{y}} \sqrt[3]{\frac{x}{y}} &= \sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{6}} = \\ &= \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{3}{6}} \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^3} \cdot \sqrt[6]{\frac{x}{y}} = \sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^3 \cdot \frac{x}{y}} = \sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^4} = \underline{\underline{\sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^4}}} \end{aligned}$$

8. Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado: (1 punto, 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \sqrt{\sqrt{a} - \sqrt{b}} &= \sqrt{(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \sqrt{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \\ &= \sqrt{\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}} = \underline{\underline{\sqrt{a - b}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt[3]{xy^4}} &= \frac{(xy^3)^{\frac{1}{2}}}{(xy^4)^{\frac{1}{3}}} = \frac{(xy^3)^{\frac{3}{6}}}{(xy^4)^{\frac{2}{6}}} = \frac{\sqrt[6]{(xy^3)^3}}{\sqrt[6]{(xy^4)^2}} = \\ &= \sqrt[6]{\frac{x^3 y^9}{x^2 y^8}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{xy}}} \end{aligned}$$