34503

Examen de Matemáticas – Junio

1. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

   a) $\sqrt{16\sqrt[5]{64}}=$ b) $3\sqrt{2}+4\sqrt{8}-\sqrt{32}+\sqrt{50}=$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

   a) $\frac{2-3x}{2}-\frac{2+5x}{4}=\frac{5x-4}{6}-\frac{7x+11}{3}$ b) $\frac{x(x-3)}{2}-\frac{5x-1}{4}=\frac{x^2+2}{3}-\frac{x+5}{2}$

   c) $\sqrt{x-2}-x=-2x+8$

3. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: **(1 punto)**

$$\left.\begin{array}{r}\frac{3x-y}{2}-2x=\frac{-x-y}{3}-1\\ -x+y=2\end{array}\right\}$$

4. Una persona tiene en su caja fuerte 3950 euros en billetes de 20 euros y de 50 euros. Sabe que en total tiene 100 billetes. ¿Cuántos billetes de cada clase hay? **(1 punto)**

5. Factorizar el polinomio $x\ \ -3x^3-3x\ \ +11x-6$ y decir cuáles son sus raíces. **(1 punto)**

6. En la acera de una calle hay una escalera de 8 metros de longitud, cuyo extremo superior está apoyado en la fachada de una casa a una altura de 6 metros del suelo. Haya la distancia del pie de la escalera a la fachada y el ángulo que forma la escalera con el suelo. (Realiza un dibujo representando la situación). **(1 punto)**

7. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A=(-2,\ 3)$ y $B=(5,\ -2)$ **(1 punto)**

8. Dada la función parabólica $f(x)=\frac{}{4}x^2-x+\frac{3}{}$, hallar:

   a) Vértice. **(0,25 puntos)**
   b) Puntos de corte con los ejes. **(0,25 puntos)**
   c) Tabla de valores y representación gráfica. **(0,5 puntos)**

34503

Soluciones:

1. a) $\sqrt{16\sqrt[5]{64}}=\sqrt{2^4\sqrt[5]{2^6}}=\sqrt{\sqrt[5]{2^{20}\cdot 2^6}}=\sqrt{\sqrt[5]{2^{26}}}=\sqrt[10]{2^{26}}=2^2\sqrt[10]{2^6}=4\sqrt[5]{2^3}$

   b) $3\sqrt{2}+4\sqrt{8}-\sqrt{32}+\sqrt{50}=3\sqrt{2}+4\sqrt{2^3}-\sqrt{2^5}+\sqrt{2\cdot 5^2}=$

   $=3\sqrt{2}+4\cdot 2\sqrt{2}-2^2\sqrt{2}+5\sqrt{2}=3\sqrt{2}+8\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}=12\sqrt{2}$

2. a) $\dfrac{2-3x}{2}-\dfrac{2+5x}{4}=\dfrac{5x-4}{6}-\dfrac{7x+11}{3}\Rightarrow 6(2-3x)-3(2+5x)=2(5x-4)-4(7x+11)$

   $\Rightarrow 12-18x-6-15x=10x-8-28x-44\Rightarrow 6-33x=-18x-52\Rightarrow$

   $\Rightarrow 18x-33x=-52-6\Rightarrow -15x=-58\Rightarrow x=\dfrac{-58}{-15}=\dfrac{58}{15}$

   b) $\dfrac{x(x-3)}{2}-\dfrac{5x-1}{4}=\dfrac{x^2+2}{3}-\dfrac{x+5}{2}\Rightarrow \dfrac{x^2-3x}{2}-\dfrac{5x-1}{4}=\dfrac{x^2+2}{3}-\dfrac{x+5}{2}\Rightarrow$

   $6(x^2-3x)-3(5x-1)=4(x\ \ +2)-6(x+5)\Rightarrow$

   $6x^2-18x-15x+3=4x^2+8-6x-30\Rightarrow 2x^2-27x+25=0\Rightarrow$

   $\Rightarrow x=\dfrac{27\pm\sqrt{(-27)^2-4\cdot 2\cdot 25}}{2\cdot 2}=\dfrac{27\pm\sqrt{729-200}}{4}=\dfrac{27\pm\sqrt{529}}{4}=$

   $=\dfrac{27\pm 23}{4}\quad \begin{cases} x_1\quad \dfrac{50}{4}=\dfrac{25}{\ } \\ x_2=\dfrac{4}{4}=1 \end{cases}$

   c) $\sqrt{x-2}-x=-2x+8\Rightarrow\sqrt{x-2}=8-x\Rightarrow x-2=64-16x+x^2\Rightarrow$

   $\Rightarrow x^2-17x+66=0\Rightarrow x=\dfrac{17\pm\sqrt{(-17)^2-4\cdot 1\cdot 66}}{2\cdot 1}=\dfrac{17\pm\sqrt{289\quad 264}}{2}=$

   $=\dfrac{17\pm\sqrt{25}}{2}=\dfrac{17\quad 5}{\ }=\begin{cases} x_1=11 \\ x_2=6 \end{cases}$

3. $\left.\begin{aligned} \dfrac{3x-y}{2}-2x=\dfrac{-x-y}{3}-1 \\ -x+y=2 \end{aligned}\right\}\Rightarrow \left.\begin{aligned} 3(3x-y)-12x=2(-x-y)-6 \\ -x+y=2 \end{aligned}\right\}$

   $\Rightarrow \left.\begin{aligned} 9x-3y-12x=-2x-2y-6 \\ -x+y=2 \end{aligned}\right\}\quad \begin{aligned} -x-y=-6 \\ -x+y= \end{aligned}$

   Sumando ahora ambas ecuaciones (método de reducción), se tiene $-2x=-4\Rightarrow x=\dfrac{-4}{-2}\Rightarrow x=2$. Sustituyendo este valor en la segunda ecuación: $-2+y=2\Rightarrow y=2+2\Rightarrow y=4$.

4. Llamemos *x* al número de billetes de 20 euros y llamemos *y* al número de billetes de 50 euros. Entonces, según el enunciado: $\left.\begin{array}{r} 20x+50\,y=3950 \\ x+y=100 \end{array}\right\}$. Despejando *x* de la segunda ecuación: $x=100-y$. Sustituyendo este valor en la primera ecuación: $20(100-y)+50y=3950 \Rightarrow 2000-20y+50y=3950 \Rightarrow 30y=3950-2000 \Rightarrow$ $\Rightarrow 30y=1950 \Rightarrow y=\dfrac{1950}{30} \Rightarrow y=65$. Sustituyendo ahora en $x=100-y$ tenemos $x=100-65 \Rightarrow x=35$. Por tanto, hay 35 billetes de 20 euros y 65 billetes de 50 euros.

5. Apliquemos la regla de Ruffini:

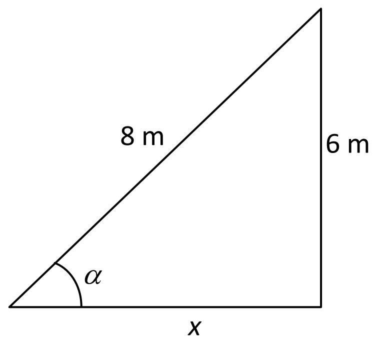
	1	−3	−3	11	−6
1		1	−2	−5	6
	1	−2	−5	6	0
1		1	−1	−6	
	1	−1	−6	0	
3		3	6		
	1	2	0		

Entonces $x^4-3x\;\;-3x\;\;+11x-6=(x-1)^2(x-3)(x+2)$. Las raíces son $x_1=1$ (doble), $x_2=3$ y $x_3=-2$.

6. Llamemos *x* a la distancia del pie de la escalera a la fachada y α al ángulo que forma la escalera con el suelo. Entonces:

$$\text{sen}\quad=\frac{6}{8}=0,75 \Rightarrow \alpha=48,59^{\circ}$$

$$\cos 48,59^{\circ}=\frac{x}{8} \Rightarrow \quad =8\cos 48,59^{\circ} \Rightarrow x \cong 5,29\,\text{m}.$$



7. La ecuación de la recta es $y=mx+n$. Como esta recta pasa por los puntos $(-2,\,3)$ y $(5,\,-2)$, podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

$\left.\begin{array}{r} 3=-2m+n \\ -2=\;\;m+n \end{array}\right\}$. Restando ambas ecuaciones se obtiene $5=-\;\;m \Rightarrow m=\dfrac{5}{-7}=--$. Sustituyendo en la 1ª ecuación:

$$3=-2\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)+n \Rightarrow 3=\frac{10}{7}+n \Rightarrow 3-\frac{10}{7}=n \Rightarrow n=\frac{21}{7}-\frac{3}{7} \Rightarrow n=\frac{11}{7}.$$

Por tanto la ecuación de la recta es $y=-\dfrac{5}{7}x+\dfrac{11}{7}$.

8. a) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2(1/4)} = 2$; $f(2) = \frac{1}{4}2^2 - 2 + \frac{3}{4} = 1 - 2 + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$. Por tanto el vértice es el punto $V = \left(2, -\frac{1}{4}\right)$

b) Punto de corte con el eje *Y*: $\left(0, \frac{3}{4}\right.$. Para hallar los puntos de corte con el eje *X* resolvemos la ecuación

$\frac{1}{4}x^2 - x + - = 0$:

$$\frac{1}{4}x \;\; - x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 \quad 12}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \quad 2}{} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$. $\Rightarrow$ *f* corta al eje *X* en los puntos $(3, 0)$ y $(1, 0)$.

c) Tabla de valores y representación gráfica: 2 – 5

x	2	0	3	1	4	5	–1
y	–1/4	3/4	0	0	3/4	2	2

Representación gráfica: