1. Resolver: *(2 puntos)*

a) $1-\frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3} \xRightarrow{\otimes 15} 15-3(3x-7) > 5x+4-5(x-1)$

$15-9x+21 > \cancel{5x}+4-\cancel{5x}+5$

$27 > 9x$ 0.25

$3 > x$

$\boxed{x<3}$ 0.75

2

(1+1)

b) $\frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} \leq 1 - \frac{x+7}{12} \xRightarrow{\otimes 12} 4(x^2+2)-3(x^2+1) \leq 12-(x+7)$

$4x^2+8-3x^2-3 \leq 12-x-7$

$x^2+x \leq 0$ 0.25

raíces 0 y −1

	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,\infty)$
signo (x^2+x)	+	−	+

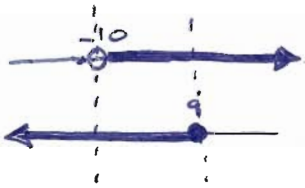
0.75 ⇒ Soluc: $\boxed{x \in [-1,0]}$

2. Resolver: *(2 puntos)*

a) $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{2}-\frac{6-x}{4} < x+1 \\ 3-\frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5}-\frac{x-3}{2} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\otimes 4} 2x-(6-x) < 4(x+1) \\ \xrightarrow{\otimes 10} 30-(5x-1) \geq 2(x-1)-5(x-3) \end{array} \left.\begin{array}{l} 2x-6+x < 4x+4 \\ 30-\cancel{5x}+1 \geq 2x-2-\cancel{5x}+15 \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} -10 < x \\ 18 \geq 2x \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} -10 < x \\ 9 \geq x \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x > -10 \\ x \leq 9 \end{array}\right\}$

0.25



Soluc: $\boxed{x \in (-10,9]}$

0.75

b) $\dfrac{2x+3}{x-1} \geq 1$; $\dfrac{2x+3}{x-1} - 1 \geq 0$; $\dfrac{2x+3}{x-1} - \dfrac{x-1}{x-1} \geq 0$; $\dfrac{x+4}{x-1} \geq 0$ 0.25

se anula en -4

se anula en 1

	$(-\infty,-4)$	$(-4,1)$	$(1,\infty)$
signo $(x+4)$	$-$	$+$	$+$
signo $(x-1)$	$-$	$-$	$+$
signo $\frac{x+4}{x-1}$	$+$	$-$	$+$

0.75

$\Rightarrow$ Soluc: $\boxed{x \in (-\infty,-4] \cup (1,\infty)}$

$\boxed{2}$ $(1+1)$

3. Dada ctg α=2, se pide: *(2 puntos)*

a) Hallar sen α, cos α y tg α mediante identidades trigonométricas (resultados simplificados y racionalizados; no vale usar decimales).

$\boxed{tg\,\alpha = \dfrac{1}{ctg\,\alpha} = \dfrac{1}{2}}$ 0.25 ; $1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow 1 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $\dfrac{5}{4} = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $\dfrac{4}{5} = \cos^2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{4}{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$ 0.5

$tg\,\alpha = \dfrac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{sen\,\alpha}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} \Rightarrow \boxed{sen\,\alpha = \dfrac{1}{\cancel{2}} \cdot \dfrac{\cancel{2}\sqrt{5}}{5} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}}$ 0.5

$\boxed{2}$

b) Hallar α con la calculadora y comprobar los resultados anteriores.

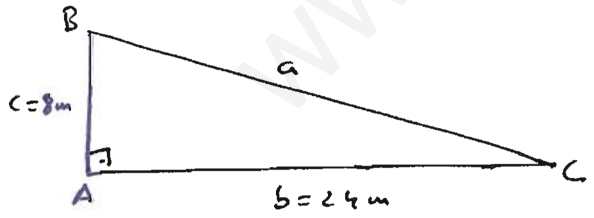
$tg\,\alpha = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = arctg\,\dfrac{1}{2} \simeq 26°33'58''}$ 0.25

$sen\,26°33'58'' \simeq 0{,}4472 \simeq \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos 26°33'58'' \simeq 0{,}8944 \simeq \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ 0.5

$tg\,26°33'58'' = 0.5 = 1/2$

4. Dibujar y resolver el triángulo, rectángulo en A, de datos b=24 m, c=8 m, aplicando relaciones trigonométricas (No vale utilizar el teorema de Pitágoras). Hallar también su área. *(1,75 puntos)*



$tg\,B = \dfrac{24}{8} = 3 \Rightarrow \boxed{\hat{B} = arctg\,3 \simeq 71°33'54''} \Rightarrow$ 0.5

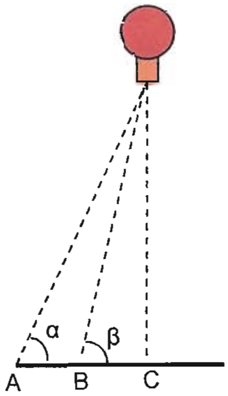
$\Rightarrow \boxed{\hat{C} = 90° - \hat{B} \simeq 18°26'6''}$ 0.25

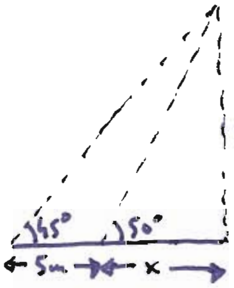
$sen\,B = sen\,71°33'54'' = \dfrac{24}{a} \Rightarrow \boxed{a = \dfrac{24}{sen\,71°33'54''} \simeq 25{,}30\,m}$ 0.5

$\boxed{S_{ABC} = \dfrac{1}{2}\,b\,c = \dfrac{1}{2}\,24 \cdot 8 = 96\ m^2}$ 0.5

$\boxed{1{,}75}$

5. Para hallar la altura a la que está situado un globo, Rosa se coloca en un punto B y Carlos en un punto A, a 5 m de ella, de tal forma que los puntos A, B y C están alineados. Si los ángulos α y β miden 45º y 50º respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo? *(2 puntos)*





triángulo pequeño: $\operatorname{tg} 50° = \dfrac{h}{x} \longrightarrow h = x \cdot \operatorname{tg} 50°\ (*)$

0.5

triángulo grande: $\operatorname{tg} 45° = \dfrac{h}{x+5} \longrightarrow h = (x+5) \cdot \cancel{\operatorname{tg} 45°}$ 1

$$x \cdot \operatorname{tg} 50° = x + 5$$

$$x \operatorname{tg} 50° - x = 5$$

$$x(\operatorname{tg} 50° - 1) = 5$$

0.5 1

$$x = \frac{5}{\operatorname{tg} 50° - 1} \simeq 26{,}08\ m \xrightarrow[\text{en } (*)]{\text{sustituimos}} \boxed{h \simeq 31{,}08\ m}$$

$\boxed{2}$

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA: 0,05

ORDEN PLANTEAMIENTO Y LIMPIEZA: 0,10

CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO: 0,10

TOTAL: $\boxed{0{,}25}$

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	EXAMEN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS opción B	4º E.S.O. A CURSO 2009-2010	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

Nombre: SOLUCIONES

1. Resolver: *(2 puntos)*

a) $\frac{(x-2)(x+4)}{2}-\frac{(x-2)^2}{6}\geq x-2$

$$\frac{x^2+2x-8}{2}-\frac{x^2-4x+4}{6}\geq x-2 \xrightarrow{\otimes 6} 3(x^2+2x-8)-(x^2-4x+4)\geq 6(x-2)$$

$$3x^2+\cancel{6x}-24-x^2+4x-4\geq \cancel{6x}-12$$

$$2x^2+4x-16\geq 0$$

0.25 $\quad x^2+2x-8\geq 0$

(raíces 2 y -4)

	$(-\infty,-4)$	$(-4,2)$	$(2,\infty)$
signo x^2+2x-8	+	−	+

0.5

Soluc: $\boxed{x\in(-\infty,-4]\cup[2,\infty)}$

b) $\left.\begin{array}{l} 5x+\frac{4x}{3}+2>\frac{10x}{3}+5 \\ 2-\frac{x-3}{4}\leq 1-\frac{x}{2}\end{array}\right\}$ $\begin{array}{l}\xrightarrow{\otimes 3} 15x+4x+6>10x+15 \\ \xrightarrow{\otimes 4} 8-(x-3)\leq 4-2x\end{array}$ $\left.\begin{array}{l}15x+4x-10x>15-6 \\ 8-x+3\leq 4-2x\end{array}\right\}$

0.25

$\left.\begin{array}{l}9x>9 \\ x\leq -7\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}x>1 \\ x\leq -7\end{array}\right\}$

1 $\quad\infty$

-7

Soluc.: $\boxed{\nexists \text{ soluc.}}$

0.5

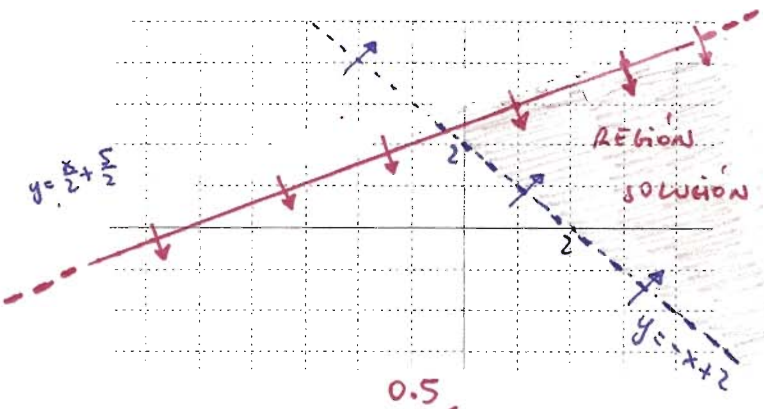
$\boxed{2}$

(0,75+0,75+0,5)

c) $\left.\begin{array}{l} y>-x+2 \\ y\leq \frac{x}{2}+\frac{5}{2}\end{array}\right\}$

x	0	2
$y=-x+2$	2	0

x	1	3
$y=\frac{x}{2}+\frac{5}{2}$	3	4



0.5

4. Dada $y = \dfrac{4x}{x^2+4}$ se pide: *(2 puntos)*

a) Razonar cuál es su Dom(f)

$x^2+4 \neq 0 \ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \boxed{Dom(f) = \mathbb{R}}$ 0.1

b) Posibles cortes con los ejes.

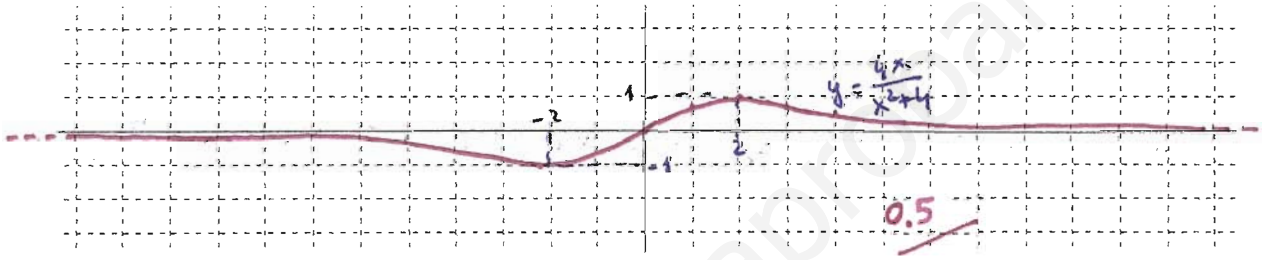
corte eje x: $y=0 \Rightarrow \dfrac{4x}{x^2+4} = 0$; $4x = 0$; $x=0 \rightarrow \boxed{(0,0)}$ (con lo cual, no es necesario hacer el corte con el eje y)

0.2

c) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.

x	-∞...-100...	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8...100...∞
$y=\frac{4x}{x^2+4}$	0^-...-0,04...	-0,53	-0,6	-0,69	-0,8	-0,92	-1	-0,8	0	0,8	1	0,92	0,8	0,69	0,6	0,53	0,47...0,04...0^+

0.2



0.5

d) ¿Es continua? $\boxed{f(x) \text{ continua } \forall x \in \mathbb{R}}$ 0.1

e) A la vista de la gráfica, indicar su Im(f)

$\boxed{Im(f) = [-1, 1]}$ 0.2

f) Intervalos de crecimiento. Posibles M y m

$f(x) \searrow \ \forall x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
$f(x) \nearrow \ \forall x \in (-2, 2)$
$\Rightarrow$ M(2,1) m(-2,-1) 0.4

2

g) Indicar su posible simetría.

f(x) simétrica impar 0.1

h) Ecuación de las posibles asíntotas. $\boxed{y=0 \text{ A.H.}}$ 0.1

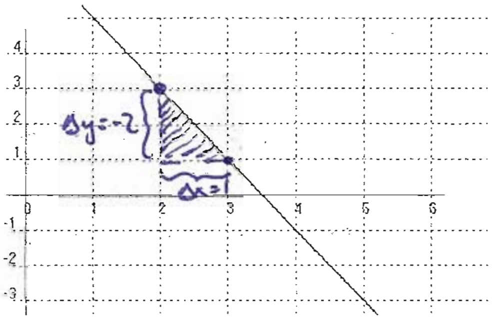
i) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0^-$

0.1

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0^+$

5. Dada la recta de la figura, se pide: *(1,75 puntos)*

a) Hallar su expresión analítica.



$r: y = mx + n$

$A(2,3) \in r \Rightarrow 3 = 2m + n \xrightarrow{\cdot(-1)} -3 = -2m - n$

$B(3,1) \in r \Rightarrow 1 = 3m + n \qquad\quad 1 = 3m + n \ (*)$

$-2 = m \xrightarrow{\text{sustituimos en } (*)} 1 = -6 + n$

$n = 7$

Soluc: $\boxed{y = -2x + 7}$ 1

b) Comprobar gráficamente el valor de la pendiente obtenido en el apartado anterior.

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{1} = \boxed{-2}$ 0.25

$\boxed{1,75}$

c) Deducir, <u>analíticamente</u>, dónde corta a los ejes.

corte eje x: $y = 0 \Rightarrow -2x + 7 = 0;\ 7 = 2x;\ \boxed{x = 7/2}$ 0.25

corte eje y: $x = 0 \Rightarrow \boxed{y = 7}$ 0.25

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA: 0,05
ORDEN PLANTEAMIENTO Y LIMPIEZA: 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO: 0,10
0,25

NOTA: La ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un total de 0,25 puntos.

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	**PARCIAL 3ª EVALUACIÓN** **MATEMÁTICAS opción B**	**4º E.S.O. C+D** **CURSO 2008-2009**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Resolver: **a)** $\frac{x}{x-1}+\frac{2x}{x+1}=3$ **b)** $\frac{x+3}{2x-1}>\frac{1}{2}$ *(2 puntos)*

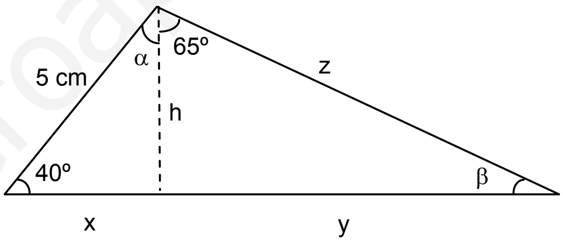
2. Resolver: **a)** $\frac{x^2+2}{3}+\frac{x+7}{12}\geq 1+\frac{x^2+1}{4}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} 5x+\frac{4x}{3}+2>\frac{10x}{3}+5 \\ 2-\frac{x-3}{4}\leq 1-\frac{x}{2} \end{array}\right\}$ *(2 puntos)*

3. **a)** Dada $\sec\alpha=\sqrt{5}$, obtener, mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas, sen α, cos α y tg α, dando los resultados simplificados y racionalizados (no se puede utilizar decimales).

b) Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo α se trata. *(2 puntos)*

4. **a)** Resolver el triángulo rectángulo en A de datos b=24 m y c=8 m; hallar su área.

b) Hallar, en el triángulo de la figura, α, β, h, x, y, z; calcular su área. *(1,75 puntos)*



5. **<u>TEORÍA</u>:** **a)** Explicar razonadamente cuál es la solución de la inecuación $x^2+x+1>0$

¿Qué podríamos hacer con la desigualdad para convertir dicha inecuación en otra sin solución?

b) Utilizando un triángulo equilátero de lado 1, obtener razonadamente el seno, coseno y tangente de 60º

c) Razonar por qué el seno y el coseno no pueden superar la unidad. ¿Y la tangente?

d) Razonar que en un triángulo rectángulo el seno de un ángulo agudo es igual al coseno del otro. *(2 puntos)*

<u>NOTA</u>: La ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un total de 0,25 puntos.

① a) $\frac{x}{x-1}+\frac{2x}{x+1}=3 \xrightarrow{\text{m.c.m}=(x+1)(x-1)} x(x+1)+2x(x-1)=3(x+1)(x-1)$

$x^2+x+2x^2-2x=3(x^2-1)$ 0.25/ ; $\cancel{3x^2}-x=\cancel{3x^2}-3$; $\boxed{x=3}$ 0.75/

b) $\frac{x+3}{2x-1}>\frac{1}{2}$; $\frac{x+3}{2x-1}-\frac{1}{2}>0$; $\frac{2(x+3)-(2x-1)}{2(2x-1)}>0$; $\frac{\cancel{2x}+6-\cancel{2x}+1}{4x-2}>0$; $\frac{7}{4x-2}>0$

→ no se anula nunca
→ se anula en $x=1/2$
0,25/

	$-\infty$ … $1/2$	$1/2$ … ∞
signo $4x-2$	−	+
signo $\frac{7}{4x-2}$	−	+

0.25/ ⇒ Soluc: $\boxed{x\in\left(\frac{1}{2},\infty\right)}$ 0.5/

TOTAL: $\boxed{2}$ (1 cada apartado)

② a) $\frac{x^2+2}{3}+\frac{x+7}{12}\geq 1+\frac{x^2+1}{4} \xrightarrow{\text{m.c.m}=12} 4(x^2+2)+x+7\geq 12+3(x^2+1)$; $4x^2+8+x+7\geq 12+3x^2+3$

$x^2+x\geq 0$ 0.25/
raíces 0 y −1

	$-\infty$ … -1	-1 … 0	0 … ∞
signo x^2+x	+	−	+

0.25/ ⇒ Soluc: $\boxed{x\in(-\infty,-1]\cup[0,\infty)}$ 0.5/

TOTAL: $\boxed{2}$ (1 cada apartado)

b) $5x+\frac{4x}{3}+2>\frac{10x}{3}+5 \xrightarrow{\text{m.c.m}=3} 15x+4x+6>10x+15$; $19x+6>10x+15$; $9x>9$; $x>1$

$2-\frac{x-3}{4}\leq 1-\frac{x}{2} \xrightarrow{\text{m.c.m}=4} 8-(x-3)\leq 4-2x$; $8-x+3\leq 4-2x$; $x\leq -7$

0.25/

Soluc: $\boxed{\nexists \text{ soluc.}}$ 0.7/

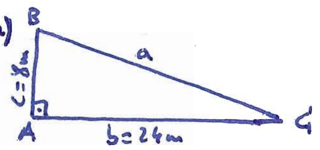
③ a) $\sec\alpha=\sqrt{5} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha=\frac{1}{\sec\alpha}=\frac{1}{\sqrt5}=\frac{\sqrt5}{5}}$ 0,25/ ; $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \Rightarrow \sin^2\alpha+\left(\frac{1}{\sqrt5}\right)^2=1$; $\sin^2\alpha+\frac{1}{5}=1$; $\sin^2\alpha=\frac{4}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\sin\alpha=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2}{\sqrt5}=\frac{2\sqrt5}{5}}$ 0.75/ ; $\boxed{\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{2\sqrt5}{5}}{\frac{\sqrt5}{5}}=2}$ 0.5/

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA: 0,05
ORDEN Y LIMPIEZA . . . . : 0,10
LENGUAJE MATEMÁTICO . . . . : 0,10
0,25

b) $\cos\alpha=\frac{\sqrt5}{5} \Rightarrow \boxed{\alpha=\arccos\frac{\sqrt5}{5}\simeq 63^\circ 26' 6''}$ 0.5/ TOTAL: $\boxed{2}$

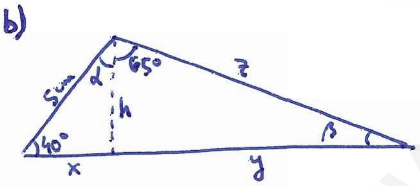
④ a)



$\tan\hat{C}=\frac{8}{24}=\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{\hat{C}=\operatorname{arctg} 0,\hat{3}\simeq 18^\circ 26' 6''}$ 0.2/ $\Rightarrow \boxed{\hat{B}=90-\hat{C}\simeq 71^\circ 33' 54''}$ 0.1/

$\sin\hat{C}=\frac{8}{a} \Rightarrow \boxed{a=\frac{8}{\sin 18^\circ 26' 6''}\simeq 25,30\text{ m}}$ 0.2/ ; $\boxed{A=\frac{1}{2}bc=\frac{1}{2}24\cdot 8=96\text{ m}^2}$ 0,1

b)



$\boxed{\alpha=90^\circ-40^\circ=50^\circ}$ 0,05/ ; $\boxed{\beta=90^\circ-65^\circ=25^\circ}$ 0,05/ ; $\sin 40^\circ=\frac{h}{5} \Rightarrow \boxed{h=5\cdot\sin 40^\circ\simeq 3,21\text{ m}}$ 0.2/

$\cos 40^\circ=\frac{x}{5} \Rightarrow \boxed{x=5\cdot\cos 40^\circ\simeq 3,83\text{ cm}}$ 0.2/

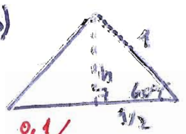
$\tan\beta=\frac{h}{y} \Rightarrow \tan 25^\circ=\frac{3,21}{y} \Rightarrow \boxed{y\simeq\frac{3,21}{\tan 25^\circ}\simeq 6,89\text{ cm}}$ 0.2/ ; $\sin\beta=\frac{h}{z} \Rightarrow \sin 25^\circ=\frac{3,21}{z} \Rightarrow \boxed{z\simeq\frac{3,21}{\sin 25^\circ}\simeq 7,60\text{ cm}}$ 0,2/

$\boxed{A=\frac{1}{2}(x+y)\cdot h\simeq\frac{1}{2}\cdot 10,72\ldots\cdot 3,21\simeq 17,23\text{ cm}^2}$ 0,25/ TOTAL: $\boxed{1,75}$

⑤ a) $\frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}=\nexists \Rightarrow x^2+x+1$ no tiene raíces $\Rightarrow x^2+x+1$ no se anula nunca $\Rightarrow x^2+x+1$ tiene siempre el mismo signo (en este caso +)
⇓
Soluc: $\boxed{\forall x\in\mathbb{R}}$ 0.25/

bastaría hacer $x^2+x+1<0$ para que no tuviera solución 0.25/

b)



0,1/

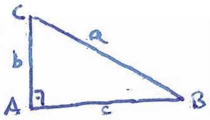
$1^2=h^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $1=h^2+\frac{1}{4}$; $h^2=\frac{3}{4} \Rightarrow h=\frac{\sqrt3}{2}$ 0.1

$\boxed{\sin 60^\circ=\frac{h}{1}=\frac{\sqrt3}{2}}$ 0,1/ ; $\boxed{\cos 60^\circ=\frac{1/2}{1}=\frac{1}{2}}$ 0,1/ ; $\boxed{\tan 60^\circ=\frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}=\frac{\frac{\sqrt3}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt3}$ 0.1/

c) $\sin\alpha=\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$, y como el cateto siempre es menor que la hipotenusa, obtenemos una fracción que siempre vale 1 ; lo mismo puede decirse de $\cos\alpha$ 0,25/ TOTAL: $\boxed{2}$ (0,5 cada apdo.)

En cambio, $\tan\alpha=\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}}$, y como un cateto puede ser unas veces mayor y otras menor que el otro, no hay restricción para la $\tan\alpha$ 0,25/

d)



$\sin\hat{B}=\frac{b}{a}=\cos\hat{C}$ $\sin\hat{C}=\frac{c}{a}=\cos\hat{B}$ 0,5/

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	**EXAMEN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS opción B**	**4º E.S.O. C+D CURSO 2008-2009**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Resolver: **a)** $\frac{3-x}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}=-2$ **b)** $x^3-2x^2-5x+6\geq 0$ *(2 puntos)*

2. **a)** Hallar, <u>razonadamente</u>, el Dom(f) de $f(x)=\sqrt{x^2-5x+4}$ **b)** Ídem para $f(x)=\sqrt{x^2+x+4}$

c) Resolver: $\left.\begin{array}{l}\frac{x}{2}-\frac{6-x}{4}<x+1\\ 3-\frac{5x-1}{10}\geq\frac{x-1}{5}-\frac{x-3}{2}\end{array}\right\}$ *(2 puntos)*

3. **a)** Dada $\operatorname{ctg}\alpha=2\sqrt{3}/3$, obtener sen α, cos α y tg α mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas, dando los resultados simplificados y racionalizados (no se puede utilizar decimales).

b) Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo α se trata. *(1,75 puntos)*

4. **a)** Resolver el triángulo rectángulo en A de datos a=13 m y c=5 m; <u>hallar su área</u>.

b) Calcular la altura de la luz de un faro sobre un acantilado cuya base es inaccesible, si desde un barco se toman las siguientes medidas: 1º) El ángulo que forma la visual hacia la luz con el horizonte es de 25º 2º) Nos alejamos 200 m y el ángulo que forma ahora dicha visual es de 10º *(2 puntos)*

5. Dada $f(x)=x^3-3x^2$ se pide: **a)** Razonar cuál es su Dom(f) **b)** Cortes con los ejes. **c)** Tabla de valores y representación gráfica. **d)** Estudiar su continuidad. **e)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **f)** Intervalos de crecimiento. M y m **g)** Caso de ser simétrica, indicar de qué tipo se trata. **h)** Ecuación de las posibles asíntotas. **i)** $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$ *(2 puntos)*

<u>NOTA</u>: La ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un total de 0,25 puntos.

1 a) $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = -2 \xrightarrow{\text{mcm}=(x+2)(x-2)} (3-x)(x-2)-(x+2)(x-1) = -2(x+2)(x-2)$; 0.25/

$3x-6-x^2+2x-(x^2-x+2x-2) = -2(x^2-4)$; $5x-6-\cancel{x^2}-\cancel{x^2}-x+2 = -\cancel{2x^2}+8$; 0.25/ $4x=12$; 0,5/ $\boxed{x=3}$

b) $x^3-2x^2-5x+6 \geq 0$
↳ raíces -2, 1 y 3

	1	-2	-5	6
raíz 1		1	-1	-6
	1	-1	-6	$\boxed{0}$

↳ $\frac{1\pm\sqrt{1-4(-6)}}{2} = \frac{1\pm 5}{2} \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$ raíces 0,25/

	$-\infty$ … -2	-2 … 1	1 … 3	3 … ∞
signo x^3-2x^2-5x+6	$-$	$+$	$-$	$+$

0.25/

$\Rightarrow$ soluc: $\boxed{x\in[-2,1]\cup[3,\infty)}$ 0,5/

TOTAL: $\boxed{2}$ (1 pto. cada apartado)

---

2 a) $f(x)=\sqrt{x^2-5x+4}$; el Dom(f) está constituido por todos los x que hacen positivo o nulo el radicando:

¿$x^2-5x+4 \geq 0$?
↳ raíces 1 y 4

	$-\infty$ … 1	1 … 4	4 … ∞
signo x^2-5x+4	$+$	$-$	$+$

0,25/

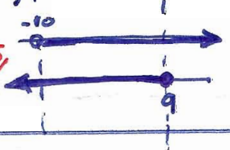
$\Rightarrow \boxed{\text{Dom}(f) = (-\infty,1]\cup[4,\infty)}$ 0.25/

b) $f(x)=\sqrt{x^2+x+4}$; por la misma razón de antes, ha de ser $x^2+x+4 \geq 0$

ahora bien, x^2+x+4 carece de raíces $\Rightarrow$ x^2+x+4 no se anula nunca $\Rightarrow$ x^2+x+4 tiene siempre el mismo signo, en este caso positivo $\Rightarrow \boxed{\text{Dom}(f) = \mathbb{R}}$ 0,5/

c) $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{6-x}{4} < x+1 \xrightarrow{\cdot 4} 2x-(6-x)<4(x+1) \\ 3-\frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2} \xrightarrow{\cdot 10} 30-(5x-1) \geq 2(x-1)-5(x-3) \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 2x-6+x<4x+4 \\ 30-\cancel{5x}+1 \geq 2x-2-\cancel{5x}+15 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} -10<x \\ 18 \geq 2x \end{array}\right\}$ 0.25/

$\left.\begin{array}{l} -10<x \\ 9\geq x \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x>-10 \\ x\leq 9 \end{array}\right\}$ 0,25/



Sol: $\boxed{x\in(-10,9]}$ 0.5/

TOTAL: $\boxed{2}$ → 0.5, 0,5, 1

---

3 a) $\text{ctg}\,\alpha = \frac{2\sqrt3}{3} \Rightarrow \boxed{\text{tg}\,\alpha = \frac{1}{\text{ctg}\,\alpha} = \frac{3}{2\sqrt3} = \frac{\cancel{3}\sqrt3}{2\cdot\cancel{3}} = \frac{\sqrt3}{2}}$ 0,25/

$1+\text{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\text{sen}^2\alpha} \Rightarrow 1+\left(\frac{2\sqrt3}{3}\right)^2 = \frac{1}{\text{sen}^2\alpha}$; $1+\frac{12}{9} = \frac{1}{\text{sen}^2\alpha}$; $\frac{21}{9} = \frac{1}{\text{sen}^2\alpha} \Rightarrow \frac{9}{21} = \text{sen}^2\alpha \Rightarrow \boxed{\text{sen}\,\alpha = \frac{3}{\sqrt{21}}} = \frac{3\sqrt{21}}{21} = \boxed{\frac{\sqrt{21}}{7}}$ 0.5/

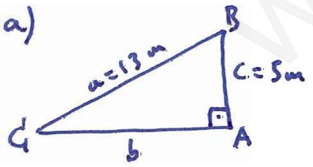
$\text{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha} \Rightarrow \frac{2\sqrt3}{3} = \frac{\cos\alpha}{\frac{\sqrt{21}}{7}} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \frac{2\sqrt3}{3}\cdot\frac{\sqrt{21}}{7}} = \frac{2\sqrt{63}}{3\cdot7} = \frac{2\cdot\cancel{3}\sqrt7}{\cancel{3}\cdot7} = \boxed{\frac{2\sqrt7}{7}}$ 0.5/

b) $\text{tg}\,\alpha = \frac{\sqrt3}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = \text{arctg}\,\frac{\sqrt3}{2} \simeq 40°53'36''}$ 0,5/

TOTAL: $\boxed{1{,}75}$

---

4 a)

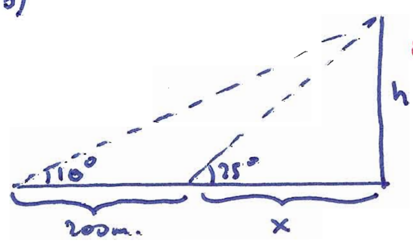


$\text{sen}\,\hat{C} = \frac{c}{a} \Rightarrow \text{sen}\,\hat{C} = \frac{5}{13} \Rightarrow \boxed{\hat{C} = \text{arc sen}\,\frac{5}{13} \simeq 22°37'12''}$ 0.25/ $\Rightarrow \boxed{\hat{B} = 90 - \hat{C} \simeq 67°22'48''}$ 0.25/

$\cos\hat{C} = \frac{b}{a} \Rightarrow \cos 22°37'12'' = \frac{b}{13} \Rightarrow \boxed{b = 13\cdot\cos 22°37'12'' \simeq 12\text{ m}}$ 0.25/

$\boxed{S_{ABC} = \frac{1}{2}b\cdot c = \frac{1}{2}\cdot12\cdot5 = 30\text{ m}^2}$ 0.25/

b)



0,25/

$\left.\begin{array}{l} \text{tg}\,25° = \frac{h}{x} \\ \text{tg}\,10° = \frac{h}{x+200} \end{array}\right\} \xrightarrow{(*)} h = x\cdot\text{tg}\,25° \Rightarrow \text{tg}\,10° = \frac{x\cdot\text{tg}\,25°}{x+200}$;

$(x+200)\,\text{tg}\,10° = x\,\text{tg}\,25°$; $x\,\text{tg}\,10° + 200\,\text{tg}\,10° = x\,\text{tg}\,25°$;

$200\,\text{tg}\,10° = x\,\text{tg}\,25° - x\,\text{tg}\,10°$; $200\,\text{tg}\,10° = x(\text{tg}\,25° - \text{tg}\,10°)$;

$x = \frac{200\,\text{tg}\,10°}{\text{tg}\,25° - \text{tg}\,10} \simeq 121{,}61\text{ m}$ 0,25/ $\xrightarrow[\text{en }(*)]{\text{sustituimos}} \boxed{h \simeq 56{,}71\text{ m}}$ 0,5/

TOTAL: $\boxed{2}$ (1 punto cada apartado)

⑤ $f(x) = x^3 - 3x^2$

0.1

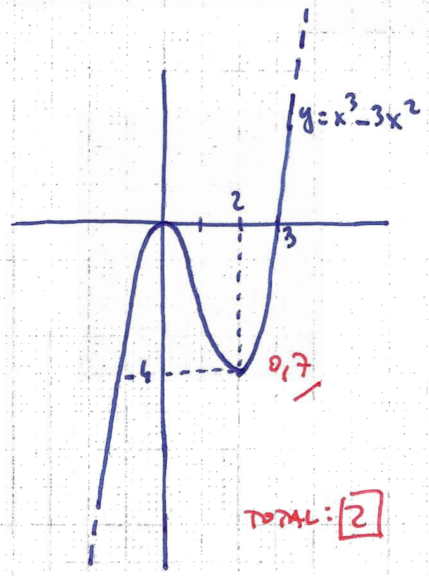
a) $\boxed{Dom(f) = \mathbb{R}}$ pq. no existe ningún x que carezca de imagen

0.3

b) corte eje x: $y=0 \Rightarrow x^3-3x^2=0$; $x^2(x-3)=0$ → $x=0 \to \boxed{(0,0)}$ ← nos ahorramos el corte con el eje y; $x=3 \to \boxed{(3,0)}$

c)

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	..... ∞
$y=x^3-3x^2$	$-\infty$	-54	-20	-4	0	-2	-4	0	16	50	... ∞



0,7

TOTAL: $\boxed{2}$

0.1

d) $\boxed{\text{continua } \forall x \in \mathbb{R}}$, por ser polinómica

e) $\boxed{Im(f) = \mathbb{R}}$ 0.1

f) $f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$; $f(x) \searrow \forall x \in (0,2)$ $\Rightarrow$ $M(0,0)$, $m(2,-4)$ 0,3

g) $\boxed{\text{no es simétrica}}$ par ni impar, como puede verse en la tabla o en la gráfica 0.1

h) $\boxed{\nexists \text{ asíntotas}}$, por ser polinómica 0,1

i) $\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$ $\boxed{\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty}$ 0.2

ORTOGRAFÍA, CALIGRAFÍA, SINTAXIS : 0,05
ORDEN PLANTEAMIENTO Y LIMPIEZA : 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10

TOTAL: $\boxed{0{,}25}$

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	**PARCIAL 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS opción B**	**4º E.S.O. C+D CURSO 2007-2008**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. **a)** Simplificar, si es posible: $\dfrac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^3 - 3x^2 + 4x - 12}$ **b)** Operar y simplificar: $\dfrac{x-2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{6x - x^2}{x^2 - 4}$

c) Resolver: $\dfrac{4x}{x+1} + \dfrac{x}{2x-1} = 2$ *(2,5 puntos)*

2. Resolver, indicando la solución mediante intervalos y en la recta real:

a) $\dfrac{(3x+1)(3x-1)}{6} + 4x - 5 \geq \dfrac{(x+2)(x-2)}{2} + \dfrac{11}{6}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{2(x+1)}{5} \geq -1 \\ \dfrac{3x+1}{4} - \dfrac{x}{6} < 2 \end{array}\right\}$ *(2 puntos)*

3. **a)** Dada $\operatorname{cosec} \alpha = \sqrt{10}/2$, obtener, mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas, sen α, cos α y tg α, dando los **resultados simplificados y racionalizados** (no se puede utilizar decimales).

b) Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo α se trata.

c) Comprobar, mediante calculadora, los resultados del apartado a) *(2 puntos)*

4. Hacer un dibujo aproximado de los siguientes triángulos rectángulos en A, resolverlos (sin usar el Teorema de Pitágoras) y calcular su área: **a)** b=24 m, c=8 m **b)** b=5 cm, B=80º *(2 puntos)*

5. Una estatua está situada sobre un pedestal de 2 m de altura. Desde un punto situado a 10 m de la base del pedestal se ve la parte más alta de la estatua bajo un ángulo de 40º con respecto a la horizontal. Hacer un dibujo de la situación y hallar la altura de la estatua. *(1,5 puntos)*

NOTA: Se ruega cuidar la ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

① a) $\dfrac{x^3-3x^2-x+3}{x^3-3x^2+4x-12} = \dfrac{(x-1)\cancel{(x-3)}(x+1)}{\cancel{(x-3)}(x^2+4)} = \boxed{\dfrac{x^2-1}{x^2+4}}$ 0.25/ 0.25/

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -1 & 3 \\ 1 & & 1 & -2 & -3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$\dfrac{2\pm 4}{2} \nearrow 3,\ \searrow -1$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 4 & -12 \\ 3 & & 3 & 0 & 12 \\ \hline & 1 & 0 & 4 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2+4=0$; $x^2=-4$ ∄ raíces

b) $\dfrac{x-2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{6x-x^2}{\underbrace{x^2-4}_{mcm=(x+2)(x-2)}} = \dfrac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} - \dfrac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \dfrac{6x-x^2}{(x+2)(x-2)} = \dfrac{\cancel{x^2}-4x+4-x-2+6x-\cancel{x^2}}{(x+2)(x-2)} = \dfrac{\cancel{x+2}}{\cancel{(x+2)}(x-2)} = \boxed{\dfrac{1}{x-2}}$ 0.5/ 0.5/

c) $\dfrac{4x}{x+1} + \dfrac{x}{2x-1} = 2$; $4x(2x-1)+x(x+1) = 2(x+1)(2x-1)$; $8x^2-4x+x^2+x = 2(2x^2+x-1)$;

$9x^2-3x = 4x^2+2x-2$; $\boxed{5x^2-5x+2=0}$; $x = \dfrac{5\pm\sqrt{25-40}}{2} = \boxed{∄\ \text{soluc}}$ 0.5/ 0.5/

2,5

② a) $\dfrac{(3x+1)(3x-1)}{6} + 4x - 5 \geq \dfrac{(x+2)(x-2)}{2} + \dfrac{11}{6}$; $9x^2-1+24x-30 \geq 3(x^2-4)+11$; $9x^2+24x-31 \geq 3x^2-1$

$6x^2+24x-30 \geq 0$; $\boxed{x^2+4x-5 \geq 0}$ 0.25/

raíces -5 y 1

	$(-\infty,-5)$	$(-5,1)$	$(1,\infty)$
signo x^2+4x-5	+	−	+

0.25/

⇨ soluc: $\boxed{x \in (-\infty,-5] \cup [1,\infty)}$ 0.25

0.25/

2

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{2(x+1)}{5} \geq -1 \\ \dfrac{3x+1}{4} - \dfrac{x}{6} < 2 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} 5x-5+4x+4 \geq -10 \\ 9x+3-2x < 24 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} 9x \geq -9 \\ 7x < 21 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} x \geq -1 \\ x < 3 \end{array}$

0.5/

soluc:

$\boxed{x \in [-1,3)}$ 0.5/

③ a) $\operatorname{cosec}\alpha = \dfrac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{1}{\operatorname{cosec}\alpha} = \dfrac{2}{\sqrt{10}} = \dfrac{2\sqrt{10}}{10} = \dfrac{\sqrt{10}}{5}}$ 0.25/ ; $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $\dfrac{10}{25} + \cos^2\alpha = 1$; $\cos^2\alpha = 1 - \dfrac{10}{25} = \dfrac{15}{25} \Rightarrow$

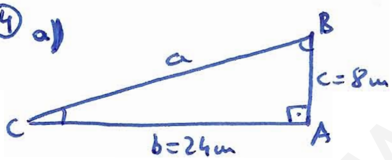
$\Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{15}}{5}}$ 0.5/ ; $\boxed{\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{\frac{\sqrt{10}}{\cancel{5}}}{\frac{\sqrt{15}}{\cancel{5}}} = \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{15}} = \dfrac{\sqrt{10}\cdot\sqrt{15}}{15} = \dfrac{\sqrt{5^2\cdot 2\cdot 3}}{15} = \dfrac{5\sqrt{6}}{15} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}}$ 0.5

2

b) $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow \boxed{\alpha = \operatorname{arc\,sen}\dfrac{\sqrt{10}}{5} \simeq 39°13'53''}$ 0.25/

c) $\cos\alpha = \cos 39°13'53'' \simeq 0{,}7746 \simeq \dfrac{\sqrt{15}}{5}$; $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg} 39°13'53'' \simeq 0{,}8165 \simeq \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 0.5/

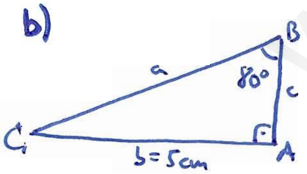
④ a)



$\operatorname{tg}\hat{C} = \dfrac{8}{24} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \boxed{\hat{C} = \operatorname{arc\,tg}\dfrac{1}{3} \simeq 18°26'6''}$ 0.375/ $\Rightarrow \boxed{\hat{B} \simeq 71°33'54''}$ 0.125/

$\operatorname{sen}\hat{C} = \dfrac{8}{a} \Rightarrow \boxed{a = \dfrac{8}{\operatorname{sen} 18°26'6''} \simeq 25{,}30\ m}$ 0.375/ ; $\boxed{S_{ABC} = \dfrac{1}{2}bc = \dfrac{1}{2}24\cdot 8 = 96\ m^2}$ 0.125/

b)

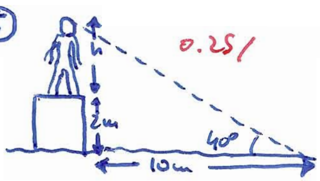


$\boxed{\hat{C} = 90 - \hat{B} = 10°}$ 0.125/ ; $\operatorname{tg}\hat{C} = \dfrac{c}{5} \Rightarrow \boxed{c = 5\cdot\operatorname{tg} 10° \simeq 0{,}88\ cm}$ 0.375/

$\cos\hat{C} = \dfrac{5}{a} \Rightarrow \boxed{a = \dfrac{5}{\cos 10°} \simeq 5{,}08\ cm}$ 0.375/ ; $\boxed{S_{ABC} = \dfrac{1}{2}bc \simeq 2{,}20\ cm^2}$ 0.125/

2

⑤



0.25/

$\operatorname{tg} 40° = \dfrac{h+2}{10} \Rightarrow h+2 = 10\operatorname{tg}40°$; $\boxed{h = -2 + 10\operatorname{tg}40° \simeq 6{,}39\ m}$

0.25/ 1/

1,5

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	**EXAMEN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS opción B**	**4º E.S.O. C+D CURSO 2007-2008**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

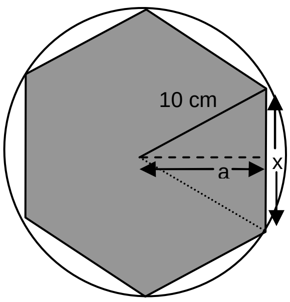
1. **a)** Operar y simplificar: $\left(1-\frac{1}{x}\right)\cdot\left(\frac{2x}{x^2-1}-\frac{1}{x+1}\right)$ **b)** Resolver: $\frac{x}{x-1}+\frac{2x}{x+1}=3$ *(1,75 puntos)*

2. Resolver:

a) $\frac{(x-1)^2}{3}-\frac{2x+1}{6}\geq 1-\frac{(x+1)(x-1)}{2}$ **b)** $\left.\begin{array}{l}\frac{2(3x-5)}{3}-\frac{3(x-2)}{2}>1\\ \frac{2x+3(x-1)}{2}\geq x-1\end{array}\right\}$ *(1,75 puntos)*

3. **a)** Dado una ángulo agudo α tal que $\operatorname{ctg}\alpha=\sqrt{11}$, obtener, mediante identidades trigonométricas, sen α, cos α y tg α, dando los **resultados simplificados y racionalizados** (no se puede utilizar decimales).

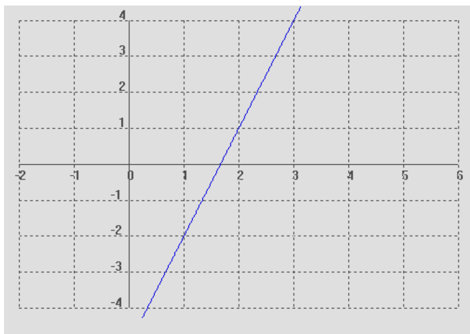
b) Averiguar, mediante calculadora, de qué α se trata. *(1,75 puntos)*



4. Considérese un hexágono regular inscrito en un círculo de 10 cm de radio. Hallar: **a)** El lado del hexágono **b)** La apotema **c)** El área del hexágono. *(1,5 puntos)*

5. Dada $f(x)=2x^3-9x^2$ se pide: **a)** Razonar cuál es su Dom(f) **b)** Cortes con los ejes. **c)** Tabla de valores y representación gráfica. **d)** ¿Es continua? **e)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **f)** Intervalos de crecimiento. M y m **g)** $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$ *(1,75 puntos)*

6. Dada la recta de la figura, **a)** Hallar analíticamente su ecuación. **b)** Comprobar gráficamente el valor de la pendiente obtenido anteriormente. **c)** Deducir dónde corta a los ejes. *(1, 5 puntos)*



NOTA: Se ruega cuidar la ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

1) a) $\left(1-\frac{1}{x}\right)\left(\frac{2x}{x^2-1}-\frac{1}{x+1}\right)=\frac{x-1}{x}\left[\frac{2x}{(x+1)(x-1)}-\frac{x-1}{(x+1)(x-1)}\right]=\frac{\cancel{x-1}}{x}\cdot\frac{\cancel{x+1}}{\cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}}=\boxed{\frac{1}{x}}$ 0.875/

0.1 0,3

(0.875 cada apartado) 1,75

b) $\frac{x}{x-1}+\frac{2x}{x+1}=3;\ x(x+1)+2x(x-1)=3(x-1)(x+1);\ \cancel{x^2}+x+\cancel{2x^2}-2x=\cancel{3x^2}-3;\ -x=-3;\ \boxed{x=3}$ 0.875/

0.25

2) a) $\frac{(x-1)^2}{3}-\frac{2x+1}{6}\geq 1-\frac{(x+1)(x-1)}{2};\ \frac{x^2-2x+1}{3}-\frac{2x+1}{6}\geq 1-\frac{x^2-1}{2};\ 2(x^2-2x+1)-(2x+1)\geq 6-3(x^2-1)$

$2x^2-4x+2-2x-1\geq 6-3x^2+3;\ \boxed{5x^2-6x-8\geq 0}$ 0.3/ $\frac{6\pm\sqrt{36+160}}{10}=\frac{6\pm 14}{10}$ → $\frac{20}{10}=2$; $-\frac{8}{10}=-\frac{4}{5}$

(0,875 cada apartado) 1,75

	$(-\infty,-\frac{4}{5})$	$(-\frac{4}{5},2)$	$(2,\infty)$
signo $5x^2-6x-8$	+	−	+

0.2/ ⇒ Soluc: $\boxed{x\in(-\infty,-\frac{4}{5}]\cup[2,\infty)}$ 0.375/

b) $\left.\begin{array}{l}\frac{2(3x-5)}{3}-\frac{3(x-2)}{2}>1\\ \frac{2x+3(x-1)}{2}\geq x-1\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}\frac{6x-10}{3}-\frac{3x-6}{2}>1\\ \frac{2x+3x-3}{2}\geq x-1\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}2(6x-10)-3(3x-6)>6\\ 5x-3\geq 2(x-1)\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}12x-20-9x+18>6\\ 5x-3\geq 2x-2\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}3x>8\\ 3x\geq 1\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}x>\frac{8}{3}\\ x\geq\frac{1}{3}\end{array}\right\}$ Soluc: $\boxed{x\in(\frac{8}{3},\infty)}$ 0.475/

0.4

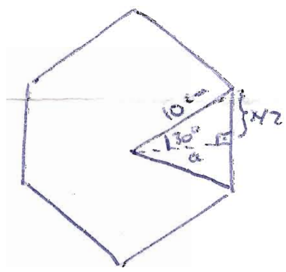
3) a) $ctg\,\alpha=\sqrt{11}\Rightarrow\boxed{tg\,\alpha=\frac{1}{ctg\,\alpha}=\frac{1}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{11}}{11}}$ 0.25/ ; $1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha};\ 1+\left(\frac{\sqrt{11}}{11}\right)^2=\frac{1}{\cos^2\alpha};\ 1+\frac{11}{121}=\frac{1}{\cos^2\alpha};\ 1+\frac{1}{11}=\frac{1}{\cos^2\alpha};\ \frac{12}{11}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos^2\alpha=\frac{11}{12}\Rightarrow\boxed{\cos\alpha=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt3}=\frac{\sqrt{11}\sqrt3}{2\sqrt3\sqrt3}=\frac{\sqrt{33}}{6}}$ 0.75/ ; $ctg\,\alpha=\frac{\cos\alpha}{sen\,\alpha}\Rightarrow\sqrt{11}=\frac{\frac{\sqrt{33}}{6}}{sen\,\alpha}\Rightarrow\boxed{sen\,\alpha=\frac{\frac{\sqrt{33}}{6}}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{33}}{6\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{33}\sqrt{11}}{6\sqrt{11}\sqrt{11}}=\frac{11\sqrt3}{6\cdot 11}=\frac{\sqrt3}{6}}$ 0.5/

b) $tg\,\alpha=\frac{\sqrt{11}}{11}\Rightarrow\boxed{\alpha=arctg\frac{\sqrt{11}}{11}\simeq 16^\circ\,46'\,43''}$ 0.25/

1,75

4)



a) Como una vuelta completa son 360°, cada uno de los 6 triángulos que forman el hexágono se repartirán 60°, y la mitad será 30°:

$sen\,30^\circ=\frac{x/2}{10}\Rightarrow\frac{x}{2}=10\,sen\,30^\circ\Rightarrow\boxed{x=20\,sen\,30^\circ=20\cdot\frac{1}{2}=10\text{ cm}}$ 0.5/

(también hubiera valido obteniéndolo razonando que se trata de un triángulo equilátero...)

b) $\cos 30^\circ=\frac{a}{10}\Rightarrow\boxed{a=10\cos 30^\circ\simeq 8{,}66\text{ cm}}$ 0.5/

c) La superficie de cada uno de los 6 triángulos será $\frac{1}{2}a\cdot x$, y la del hexágono completo será el séxtuplo: $6\cdot\frac{1}{2}a\cdot x=3a\cdot x\simeq\boxed{259{,}81\text{ cm}^2}$ 0.5/

1,5

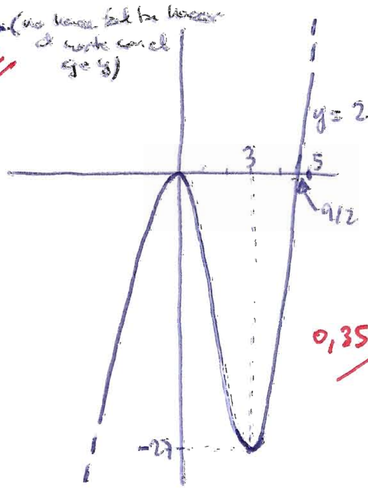
5) $f(x)=2x^3-9x^2$ a) $\boxed{Dom(f)=\mathbb{R}}$ pq. es un polinomio 0.2/

b) corte eje x: $y=0\Rightarrow 2x^3-9x^2=0;\ x^2(2x-9)=0$ → $x=0\to(0,0)$; $x=9/2\to(9/2,0)$ 0.2/ (no hace falta hacer el corte con el eje y)

c)

x	$-\infty$ ..... -3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6 ... ∞
$y=2x^3-9x^2$	$-\infty$ ..... -135	-52	-11	0	-7	-20	-27	-16	25	108 ... ∞

⇒



d) f(x) continua $\forall\mathbb{R}$ por ser polinómica 0.2/

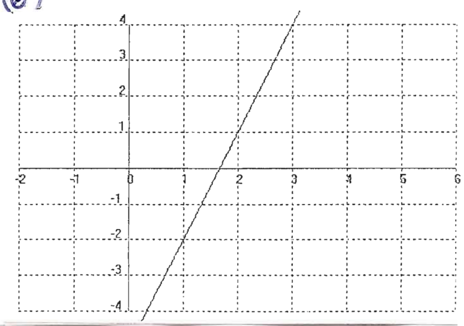
e) $\boxed{Im(f)=\mathbb{R}}$ 0.2/

f) $\left.\begin{array}{l}f(x)\nearrow\ \forall x\in(-\infty,0)\cup(3,\infty)\\ f(x)\searrow\ \forall x\in(0,3)\end{array}\right\}\Rightarrow M(0,0)\quad m(3,-27)$ 0.4/

g) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty\qquad\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty$ 0.2/

1,75 0,35

6)



a) $\left.\begin{array}{l}(2,1)\in y=mx+n\overset{(*)}{\Longrightarrow}1=2m+n\\ (3,4)\in y=mx+n\Longrightarrow 4=3m+n\end{array}\right\}$ $\begin{array}{l}-1=-2m-n\\ 4=3m+n\\ \hline 3=m\end{array}$ $\underset{(*)}{\Longrightarrow}1=6+n;\ n=-5\Rightarrow\boxed{y=3x-5}$ 0.5/

b) $\boxed{m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{3}{1}=3}$ 0.5/

c) corte eje x: $y=0\Rightarrow 0=3x-5;\ 5=3x;\ \boxed{x=5/3}$ 0.5/

corte eje y: $x=0\Rightarrow\boxed{y=-5}$

1,5

I.E.S. "Fernando de Mena"	**PARCIAL 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS B**	**4º E.S.O. C CURSO 2006-2007**	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. **a)** Simplificar: $\frac{2x^3-x^2-2x+1}{2x^3-5x^2+4x-1}$ **b)** Resolver: $\frac{5}{x+2}+\frac{x}{x+3}=\frac{3}{2}$ *(2 puntos)*

2. Resolver (dar la solución por medio de intervalos, y representarla también en la recta real):

a) $\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{(5x+6)x}{6}<\frac{(x+3)(x-3)}{3}+6$ **b)** $x^3-2x^2-5x+6\geq 0$ *(2 puntos)*

3. Ídem:

a) $\left.\begin{array}{r} 5x+\frac{4x}{3}+2>\frac{10x}{3}+5 \\ 2-\frac{x-3}{4}\leq 1-\frac{x}{2} \end{array}\right\}$ **b)** $\frac{5x-8}{x-3}\leq 4$ *(2 puntos)*

4. **a)** Hallar, aplicando identidades trigonométricas, sen α, cos α y tg α de un ángulo agudo α tal que cosec $\alpha=\sqrt{3}$. Hallar también de qué α se trata.

b) Resolver un triángulo rectángulo en A de datos a=10 m, c=6 m. Hallar su área. *(2 puntos)*

5. **<u>TEORÍA</u>:** **a)** Utilizando un triángulo equilátero de lado 1, hallar las razones trigonométricas principales de 60º.

b) Un alumno indica en un examen que un mismo ángulo cumple sen $\alpha=\frac{1}{2}$ y cos $\alpha=\frac{1}{3}$ ¿Puede ser eso cierto? Razonar la respuesta (sin calculadora)

c) Explicar razonadamente cuál es la solución de $x^2-x+1<0$ ¿Y de $x^2-x+1>0$?

d) Razonar por qué el seno o el coseno de un ángulo no puede superar la unidad. ¿Y la tangente? *(2 puntos)*

<u>NOTA</u>: Se ruega cuidar la ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

① a)

	2	−1	−2	1
1		2	1	−1
	2	1	−1	$\boxed{0}$

$\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{-1\pm3}{4} \nearrow 1/2 \searrow -1$

	2	−5	4	−1
1		2	−3	1
	2	−3	1	$\boxed{0}$

$\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{4}=\frac{3\pm1}{4} \nearrow 1 \searrow 1/2$

$\Rightarrow \frac{2x^3-x^2-2x+1}{2x^3-5x^2+4x-1}=\frac{\cancel{2}(\cancel{x-1/2})(\cancel{x-1})(x+1)}{\cancel{2}(\cancel{x-1/2})(x-1)^{\cancel{2}}}=\boxed{\frac{x+1}{x-1}}$ 1/

b) $\frac{5}{x+2}+\frac{x}{x+3}=\frac{3}{2}$; $10(x+3)+2x(x+2)=3(x+2)(x+3)$; $10x+30+2x^2+4x=3(x^2+5x+6)$

$2x^2+14x+30=3x^2+15x+18$; $0=x^2+x-12 \nearrow \boxed{x=3} \searrow \boxed{x=-4}$ 1/

---

② a) $\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{5x+6}{6}<\frac{(x+3)(x-3)}{3}+6$; $\frac{x^2-4x+4}{2}+\frac{5x+6}{6}<\frac{x^2-9}{3}+6$;

$3(x^2-4x+4)+5x+6<2(x^2-9)+36$; $3x^2-12x+12+5x+6<2x^2-18+36$; $x^2-7x<0$ 0.25/

raíces 0 y 7

	$(-\infty,0)$	$(0,7)$	$(7,\infty)$
signo x^2-7x	+	−	+

0.25/

$\Rightarrow$ soluc: $x\in(0,7)$ 0.5/

b)

	1	−2	−5	6
1		1	−1	−6
	1	−1	−6	$\boxed{0}$

0.25/

$\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\frac{1\pm5}{2} \nearrow 3 \searrow -2$

$x^3-2x^2-5x+6\geq0$

raíces −2, 1 y 3

	$(-\infty,-2)$	$(-2,1)$	$(1,3)$	$(3,\infty)$
signo x^3-2x^2-5x+6	−	+	−	+

0.25/

$\Rightarrow$ soluc: $x\in[-2,1]\cup[3,\infty)$ 0.5/

---

③ a) $\left.\begin{array}{l}5x+\frac{4x}{3}+2>\frac{10x}{3}+5\\ 2-\frac{x-3}{4}\leq1-\frac{x}{2}\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}15x+4x+6>10x+15\\ 8-x+3\leq4-2x\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}9x>9\\ x\leq-7\end{array}\right\}$ $\begin{array}{l}x>1\\ x\leq-7\end{array}$ 0.5/

$\boxed{\nexists \text{ soluc.}}$ 0.5/

b) $\frac{5x-8}{x-3}\leq4$; $\frac{5x-8}{x-3}-4\leq0$; $\frac{5x-8}{x-3}-\frac{4(x-3)}{x-3}\leq0$; $\frac{5x-8}{x-3}-\frac{4x-12}{x-3}\leq0$; $\frac{x+4}{x-3}\leq0$ 0.25/

raíz −4, raíz 3

	$(-\infty,-4)$	$(-4,3)$	$(3,\infty)$
signo $(x+4)$	−	+	+
signo $(x-3)$	−	−	+
signo $\frac{x+4}{x-3}$	+	−	+

0.25/

$\Rightarrow$ soluc: $\boxed{x\in[-4,3)}$ 0.5/

---

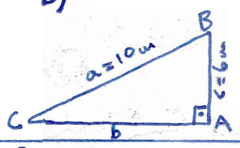
④ a) $\operatorname{cosec}\alpha=\sqrt3 \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen}\alpha=\frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}}=\frac{1}{\sqrt3}=\boxed{\frac{\sqrt3}{3}}$ 0.25/

$\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \Rightarrow \frac13+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=\frac23 \Rightarrow \boxed{\cos\alpha=\frac{\sqrt2}{\sqrt3}=\frac{\sqrt6}{3}}$ 0.25/

$\boxed{\operatorname{tg}\alpha}=\frac{\sqrt3/\cancel{3}}{\sqrt6/\cancel{3}}=\frac{\sqrt3}{\sqrt6}=\frac{\sqrt{18}}{6}=\frac{3\sqrt2}{6}=\boxed{\frac{\sqrt2}{2}}$ 0.25/

$\boxed{\alpha=\operatorname{arc\,sen}\frac{\sqrt3}{3}\simeq35^\circ15'52''}$ 0.25/

b)

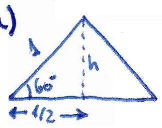


$\operatorname{sen}\hat C=\frac{6}{10}=\frac35 \Rightarrow \boxed{\hat C=\operatorname{arc\,sen}\frac35\simeq36^\circ52'12''}$ 0.25/ $\Rightarrow \boxed{\hat B=90-\hat C\simeq53^\circ7'48''}$ 0.25/

$\cos\hat C=\frac{b}{10} \Rightarrow \boxed{b=10\cdot\cos36^\circ52'12''=8m}$ 0.25 $\boxed{S_{ABC}}=\frac12 bc=\frac12 8\cdot6=\boxed{24m^2}$ 0.25/

---

⑤ a)



th. Pitágoras $\Rightarrow 1^2=h^2+(1/2)^2$; $1=h^2+1/4$; $3/4=h^2 \Rightarrow h=\frac{\sqrt3}{2}$

$\boxed{\operatorname{sen}60^\circ=\frac{h}{1}=\frac{\sqrt3}{2}}$; $\boxed{\cos60^\circ=\frac{1/2}{1}=\frac12} \Rightarrow \boxed{\operatorname{tg}60^\circ=\frac{\sqrt3/\cancel{2}}{1/\cancel{2}}=\sqrt3}$ 0.5 cada uno

b) NO PUEDE SER CIERTO PQ NO VERIFICA que $\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1$: $(1/2)^2+(1/3)^2=1/4+1/9\neq1$

c) El polinomio x^2-x+1 carece de raíces $\Rightarrow x^2-x+1$ nunca se anula $\Rightarrow x^2-x+1$ tiene siempre el mismo signo (en concreto +)

$\boxed{x^2-x+1>0 \text{ se verifica } \forall\mathbb{R}}$ $\boxed{x^2-x+1<0 \text{ no tiene solución}}$

d) porque ambos son el cociente de un cateto y la hipotenusa y el cateto siempre es menor que la hipotenusa. En cambio, la tangente puede tomar cualquier valor, por ser un cociente de catetos

I.E.S. "Fernando de Mena"	EXAMEN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS B	4º E.S.O. C CURSO 2006-2007	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. **a)** Operar y simplificar: $\frac{3}{2x-4}-\frac{x+10}{2x^2-8}+\frac{1}{x+2}$ **b)** Resolver: $\frac{x}{x\text{-}1}+\frac{2x}{x+1}=3$ *(2 puntos)*

2. Resolver (dar la solución por medio de intervalos, y representarla también en la recta real):

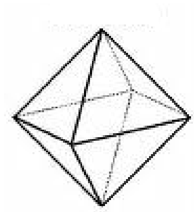
a) $\frac{(x+2)(x-2)}{4}-\frac{(x-3)^2}{3}\geq\frac{x(11-x)}{6}$ **b)** $\left.\begin{array}{l}\frac{2(3x-5)}{3}-\frac{3(x-2)}{2}>1\\ \frac{2x+3(x\text{-}1)}{2}\geq x-1\end{array}\right\}$ *(2 puntos)*

3. **a)** Hallar, aplicando identidades trigonométricas, sen α, cos α y tg α de un ángulo agudo α tal que $\text{ctg}\,\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (resultados racionalizados; no vale utilizar decimales). Hallar también de qué α se trata.

b) Resolver un triángulo rectángulo en A de datos b=12 cm, c=4 cm. Hallar su área.

c) Desde un barco situado a 100 m de la costa se ve la cima de una acantilado bajo un ángulo de 30º (con respecto a la horizontal). Hallar la altura del acantilado. *(2 puntos)*

4. Se lanzan dos dados en forma de octaedro (8 caras iguales) y se suma la puntuación obtenida en cada uno. Se pide:



a) Indicar el espacio muestral. ¿Cuántos casos posibles hay?

b) Hallar la probabilidad de obtener exactamente puntuación igual a 14

c) Hallar la probabilidad de obtener puntuación > 14

d) Utilizando el suceso contrario, hallar la probabilidad de no sacar puntuación igual a 2

e) Utilizando la fórmula conveniente y los resultados de algunos apartados anteriores, hallar la probabilidad de sacar puntuación igual a 2 o 14

f) ¿Cuál es la puntuación más probable de obtener? ¿Y la menos? *(2 puntos)*

5. Dada f(x)=x^3-$3x^2$ se pide: i) Razonar cuál es su Dom(f) ii) Cortes con los ejes. iii) Tabla de valores apropiada y representación gráfica. iv) Estudiar su continuidad v) A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) vi) Intervalos de crecimiento. M y m vii) Caso de ser simétrica, indicar de qué tipo se trata. viii) Ecuación de las posibles asíntotas. ix) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$ *(2 puntos)*

NOTA: Se podrá valorar la ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

1) a) $\dfrac{3}{2x-4} - \dfrac{x+10}{2x^2-8} + \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{3}{2(x-2)} - \dfrac{x+10}{\underbrace{2(x+2)(x-2)}_{\text{mcm}}} + \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{3(x+2)}{2(x+2)(x-2)} - \dfrac{x+10}{2(x+2)(x-2)} + \dfrac{2(x-2)}{2(x+2)(x-2)} =$

$= \dfrac{3x+6-x-10+2x-4}{2(x+2)(x-2)} = \dfrac{4x-8}{2(x+2)(x-2)} = \dfrac{4\cancel{(x-2)}}{2(x+2)\cancel{(x-2)}} = \boxed{\dfrac{2}{x+2}}$ 0.25/

0.75/

b) $\dfrac{x}{x-1} + \dfrac{2x}{x+1} = 3$; mcm $= (x-1)(x+1) \Rightarrow x(x+1) + 2x(x-1) = 3(x-1)(x+1)$

$x^2+x+2x^2-2x = 3(x^2-1)$; $\cancel{3x^2} - x = \cancel{3x^2} - 3$; $\boxed{x=3}$ 1/

---

2) a) $\dfrac{(x+2)(x-2)}{4} - \dfrac{(x-3)^2}{3} \geq \dfrac{x(11-x)}{6}$; $\dfrac{x^2-4}{4} - \dfrac{x^2-6x+9}{3} \geq \dfrac{11x-x^2}{6}$; $3(x^2-4) - 4(x^2-6x+9) \geq 2(11x-x^2)$

$3x^2-12-4x^2+24x-36 \geq 22x-2x^2$; $x^2+2x-48 \geq 0$ 0.25/

raíces 6 y −8

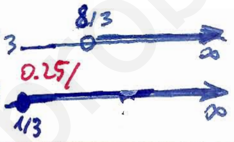
	$(-\infty,-8)$	$(-8,6)$	$(6,\infty)$
signo$(x^2+2x-48)$	+	−	+

0.25/

soluc: $\boxed{x \in (-\infty,-8] \cup [6,\infty)}$ 0.5/

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{2(3x-5)}{3} - \dfrac{3(x-2)}{2} > 1 \\ \dfrac{2x+3(x-1)}{2} \geq x-1 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} \dfrac{6x-10}{3} - \dfrac{3x-6}{2} > 1 \\ 2x+3(x-1) \geq 2(x-1) \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} 2(6x-10)-3(3x-6) > 6 \\ 2x+3x-3 \geq 2x-2 \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} 12x-20-9x+18 > 6 \\ \cancel{2x}+3x-\cancel{2x} \geq -2+3 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} 12x-9x > 6-18+20 \\ 3x \geq 1 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} 3x > 8 \\ 3x \geq 1 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x > 8/3 \\ x \geq 1/3 \end{array}\right\}$ 0.25/



soluc: $\boxed{x \in \left(\frac{8}{3}, \infty\right)}$ 0.5/

0.25/

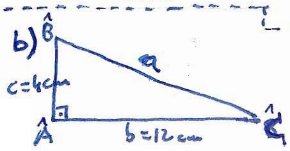
---

3) a) $\text{ctg}\,\alpha = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{\text{tg}\,\alpha = \dfrac{1}{\text{ctg}\,\alpha} = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.25/ ; $1+\text{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\text{sen}^2\alpha} \Rightarrow 1+\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{1}{\text{sen}^2\alpha}$; $1+\dfrac{12}{9} = \dfrac{1}{\text{sen}^2\alpha}$;

$\dfrac{21}{9} = \dfrac{1}{\text{sen}^2\alpha} \Rightarrow \dfrac{9}{21} = \text{sen}^2\alpha \Rightarrow \boxed{\text{sen}\,\alpha = \sqrt{\dfrac{9}{21}} = \dfrac{3}{\sqrt{21}} = \dfrac{3\sqrt{21}}{21} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}}$ 0.25/ ; $\text{ctg}\,\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{21}}{7} = \dfrac{2\sqrt{3^2 \cdot 7}}{3 \cdot 7} = \dfrac{2 \cdot \cancel{3} \cdot \sqrt{7}}{\cancel{3} \cdot 7} = \dfrac{2\sqrt{7}}{7}}$ 0.25/

$\boxed{\alpha = \text{arctg}\,\sqrt{3}/2 \simeq 40^\circ 53' 36''}$ 0.25/

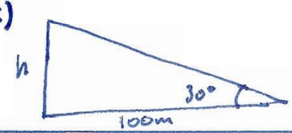
b)



$\text{tg}\,\hat{C} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \boxed{\hat{C} = \text{arctg}\,1/3 \simeq 18^\circ 26' 6''} \Rightarrow \boxed{\hat{B} = 90 - \hat{C} \simeq 71^\circ 33' 54''}$ 0.25/

$\text{sen}\,\hat{C} = \dfrac{4}{a} \Rightarrow \boxed{a = \dfrac{4}{\text{sen}\,18^\circ 26' 6''} \simeq 12{,}65\text{ cm}}$ 0.25/ ; $\boxed{S_{ABC} = \dfrac{1}{2}bc = \dfrac{1}{2}12 \cdot 4 = 24\text{ cm}^2}$ 0.25/

c)



$\text{tg}\,30^\circ = \dfrac{h}{100} \Rightarrow \boxed{h = 100\ \text{tg}\,30^\circ \simeq 57{,}74\text{ m}}$ 0.25/

---

4) a) $E = \{(1,1),(1,2),\ldots,(1,8),(2,1),\ldots,(2,8),(3,1)\ldots(3,8),(4,1)\ldots(4,8),(5,1)\ldots(5,8),(6,1)\ldots(6,8),(7,1)\ldots(7,8),(8,1)\ldots(8,8)\}$

$\Rightarrow$ 64 casos posibles 0.25/

b) A = "puntuación = 14" $= \{(6,8),(7,7),(8,6)\} \rightarrow P(A) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \boxed{\dfrac{3}{64}}$ 0.25/

c) B = "puntuación > 14" $= \{(7,8),(8,7),(8,8)\} \rightarrow P(B) = \boxed{\dfrac{3}{64}}$ 0.25/

d) C = "puntuación = 2" $= \{(1,1)\} \Rightarrow P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \dfrac{1}{64} = \boxed{\dfrac{63}{64}}$ 0.25/

e) $P(A \cup C) = P(A) + P(C) = \dfrac{3}{64} + \dfrac{1}{64} = \dfrac{4}{64} = \boxed{\dfrac{1}{16}}$ 0.5/

A y C incompatibles

F) sacar un 9 es la puntuación con más casos favorables: (1,8), (2,7), (3,6), (4,5), (5,4), (6,3), (7,2), (8,1)

sacar un 2 o un 16 son las que tienen menos casos favorables: (1,1) o (8,8) 0.5/

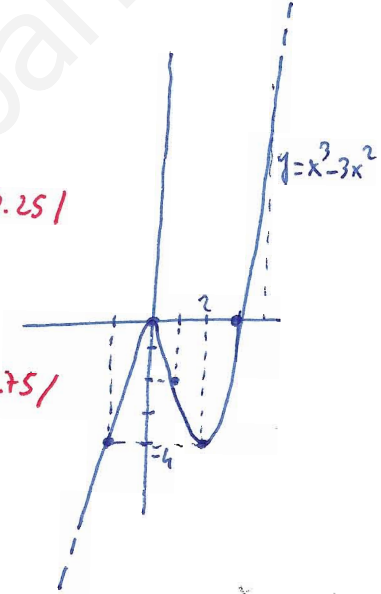
⑤ $f(x) = x^3 - 3x^2$

i) $Dom(f) = \mathbb{R}$ puesto que todo x tiene imagen 0.125/

ii) CORTE EJE X: $y=0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 = 0$; $x^2(x-3)=0$ $\nearrow x=0 \to (0,0)$ $\searrow x=3 \to (3,0)$ 0.25/

iii)

x	$-\infty \ldots -3$	-2	-1	0	1	2	3	4	$5 \ldots \infty$
$y=x^3-3x^2$	$-\infty \ldots -54$	-20	-4	0	-2	-4	0	16	$50 \ldots \infty$



0.75/

iv) $f(x)$ continua $\forall \mathbb{R}$ 0.125/

v) $Im(f) = \mathbb{R}$ 0.125/

vi) $\left.\begin{array}{l} f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty) \\ f(x) \searrow \forall x \in (0,2) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} M(0,0) \\ m(2,-4) \end{array}$ 0.25/

vii) no es simétrica 0.125/

viii) no tiene asíntotas 0.125/

ix) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$ 0.125/

I.E.S. "Fernando de Mena"	**RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN** **MATEMÁTICAS B**	**4º E.S.O. C** **CURSO 2006-2007**	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. **a)** Operar y simplificar: $\frac{3x}{x^2-1}-\frac{x+1}{x-1}+\frac{1}{x^2-1}$ **b)** Resolver: $\frac{4x}{x+1}+\frac{x}{2x-1}=2$ *(2 puntos)*

2. Resolver (dar la solución por medio de intervalos, y representarla también en la recta real):

a) $\frac{(2x+1)(2x-1)}{6}-\frac{(x+1)^2}{9}\leq\frac{x(7x-8)-1}{18}$ **b)** $\left.\begin{array}{l}\frac{x-1}{2}+\frac{2(x+1)}{5}\geq-1\\ \frac{3x+1}{4}-\frac{x}{6}<2\end{array}\right\}$ *(2 puntos)*

3. **a)** Hallar, aplicando identidades trigonométricas, sen α, cos α y tg α de un ángulo agudo α tal que $\sec\alpha=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (resultados racionalizados; no vale utilizar decimales). Hallar también de qué α se trata.

b) Resolver un triángulo rectángulo en A de datos c=7 m, B=43º 52' 13''. Hallar su área.

c) Una escalera está apoyada en una pared, formando un ángulo de 60º con la horizontal. Si la base de la escalera dista 4 m de la pared, hallar la longitud de la escalera. *(2 puntos)*

4. Considerar el experimento aleatorio consistente en extraer una carta de una baraja española.

a) Describir su espacio muestral E. ¿Cuántos sucesos elementales lo componen?

b) Sea el suceso A="extraer un oro". Definirlo y hallar su probabilidad.

c) Ídem para el suceso B="extraer una figura".

d) Utilizando el resultado anterior y la fórmula adecuada (¡no mediante la regla de Laplace!), calcular la probabilidad de no extraer una figura.

e) Definir el suceso "extraer una figura y que sea además oro"; hallar su probabilidad. ¿Cómo es este suceso respecto a A y B?

f) Sea el suceso "extraer figura u oro". Utilizando la fórmula adecuada y lo obtenido en los apartados anteriores (¡no mediante la regla de Laplace!), calcular la probabilidad de dicho suceso, razonando el procedimiento utilizado. *(2 puntos)*

5. Dada $f(x)=-x^3+12x$ se pide: **i)** Razonar cuál es su Dom(f) **ii)** Cortes con los ejes. **iii)** Tabla de valores apropiada y representación gráfica. **iv)** Estudiar su continuidad **v)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **vi)** Intervalos de crecimiento. M y m **vii)** Caso de ser simétrica, indicar de qué tipo se trata. **viii)** Ecuación de las posibles asíntotas. **ix)** $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ y $\lim_{x\to\infty}f(x)$ *(2 puntos)*

NOTA: Se podrá valorar la ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

1. Resolver la inecuación $\frac{(x+2)(x-2)}{4}-\frac{(x-3)^2}{3}\geq\frac{x(11-x)}{6}$

2. Resolver el sistema de inecuaciones $\left.\begin{array}{l} 5x+\frac{4x}{3}+2>\frac{10x}{3}+5 \\ 2-\frac{x-3}{4}\leq 1-\frac{x}{2}\end{array}\right\}$

3. Resolver la inecuación $\frac{2x+3}{x-1}\geq 1$

4. Dado un ángulo α tal que $\operatorname{cosec}\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, se pide:

a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas, sen α, cos α y tg α

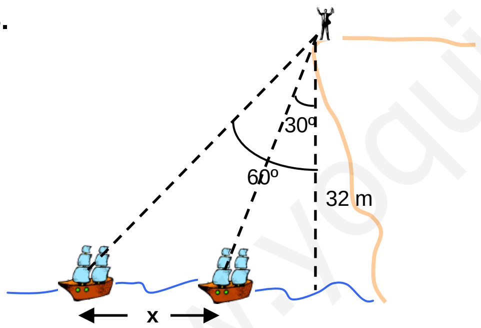
b) ¿De qué α se trata?

5. Dado el triángulo rectángulo en A de datos: a=15 cm, b=12 cm se pide:

a) Resolverlo.

b) Hallar su área.

6.



Sobre un acantilado de 32 m de altura un observador divisa dos embarcaciones, bajo ángulos de 30º y 60º respecto a la vertical. Hallar la distancia que las separa.

7. En el experimento aleatorio consistente en lanzar una moneda 4 veces, se pide:

a) Formar el espacio muestral E (se recomienda utilizar un árbol)

b) Hallar la probabilidad de obtener exactamente una cara. Hallar también la probabilidad de obtener justo dos caras. Con los dos resultados anteriores, y utilizando la fórmula adecuada (¡no mediante la regla de Laplace!), hallar la probabilidad de obtener una o dos caras. Razonar qué fórmula se ha utilizado.

c) Hallar la probabilidad de obtener siempre cruz.

d) Hallar, utilizando la fórmula de la probabilidad del suceso contrario (¡no mediante la regla de Laplace!), la probabilidad de obtener al menos una cara.

INSTRUCCIONES: Se podrá bajar la nota por mala presentación (desorden en las respuestas, mala caligrafía, tachones, etc.) y faltas de ortografía y/o sintaxis. Todas las preguntas puntúan igual. ¡Buena suerte!

① $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} \geq \frac{x(11-x)}{6}$

$\frac{x^2-4}{4} - \frac{x^2-6x+9}{3} \geq \frac{11x-x^2}{6}$

$3(x^2-4) - 4(x^2-6x+9) \geq 2(11x-x^2)$

$3x^2-12-4x^2+24x-36 \geq 22x-2x^2$

$x^2+2x-48 \geq 0$

raíces -8 y 6

$(x+8)(x-6) \geq 0$ 0.4

	$(-\infty,-8)$	$(-8,6)$	$(6,\infty)$
signo$(x+8)$	$-$	$+$	$+$
signo$(x-6)$	$-$	$-$	$+$
signo$(x+8)(x-6)$	$+$	$-$	$+$

0.3

soluc: $\boxed{x \in (-\infty,-8] \cup [6,\infty)}$ 0.2

0.1

② $\left.\begin{array}{l} 5x+\frac{4x}{3}+2 > \frac{10x}{3}+5 \\ 2-\frac{x-3}{4} \leq 1-\frac{x}{2} \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} 15x+4x+6 > 10x+15 \\ 8-(x-3) \leq 4-2x \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} 15x+4x-10x > 15-6 \\ 8-x+3 \leq 4-2x \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} 9x > 9 \\ x \leq -7 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x > 1 \\ x \leq -7 \end{array}\right\}$ $\boxed{\nexists \text{ soluc.}}$

0.5 0.5

③ $\frac{2x+3}{x-1} \geq 1$; $\frac{2x+3}{x-1} - 1 \geq 0$; $\frac{2x+3}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} \geq 0$; $\frac{2x+3-x+1}{x-1} \geq 0$; $\frac{x+4}{x-1} \geq 0$ 0.4

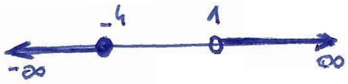
raíz -4

raíz 1

	$(-\infty,-4)$	$(-4,1)$	$(1,\infty)$
signo$(x+4)$	$-$	$+$	$+$
signo$(x-1)$	$-$	$-$	$+$
signo $\frac{x+4}{x-1}$	$+$	$-$	$+$

0.3

$\Rightarrow$ soluc: $\boxed{x \in (-\infty,-4] \cup (1,\infty)}$ 0.2



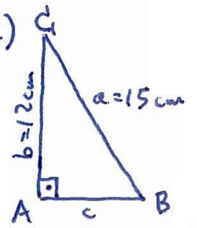
0.1

④ a) $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{2\cdot\cancel{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.2

$\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha = 1$; $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\cos^2\alpha=1$; $\frac{3}{4}+\cos^2\alpha = 1$; $\cos^2\alpha = 1-\frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}}$ 0.3

$\boxed{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}}{\frac{1}{\cancel{2}}} = \boxed{\sqrt{3}}$ 0.3 b) son los valores de $\boxed{\alpha = 60^\circ}$ 0.2

⑤ a)

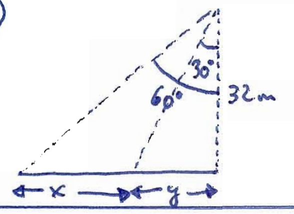


$\operatorname{sen} B = \frac{12}{15} = 0{,}8 \Rightarrow \boxed{B = \operatorname{arc\,sen} 0{,}8 \simeq 53^\circ 7' 48''} \Rightarrow \boxed{C = 90 - B \simeq 36^\circ 52' 12''}$ 0.3 0.2

$\cos B = \frac{c}{15} \Rightarrow \boxed{c = 15\cos B = 15\cos 53^\circ 7' 48'' \simeq 9\text{ cm}}$ 0.3

b) $\boxed{A = \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2}12\cdot 9 = 54\text{ cm}^2}$ 0.2

⑥



$\left.\begin{array}{l} \operatorname{tg}30^\circ = \frac{y}{32} \\ \operatorname{tg}60^\circ = \frac{x+y}{32} \end{array}\right\} \to y = 32\operatorname{tg}30^\circ \Rightarrow 32\operatorname{tg}60^\circ = x+32\operatorname{tg}30^\circ$; $\boxed{x = 32(\operatorname{tg}60^\circ-\operatorname{tg}30^\circ) \simeq 36{,}95\text{ m}}$

1

⑦ a) $E = \{cccc, cccx, ccxc, ccxx, cxcc, cxcx, cxxc, cxxx, xccc, xccx, xcxc, xcxx, xxcc, xxcx, xxxc, xxxx\} \to 16$ 0.15

b) $\boxed{P(1\text{ cara}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}}$; $\boxed{P(2\text{ caras}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}} \Rightarrow \boxed{P(1\text{ cara} \cup 2\text{ caras}) = P(1\text{ cara}) + P(2\text{ caras}) = \frac{1}{4}+\frac{3}{8} = \frac{5}{8}}$

0.15 0.15 sacar 1 cara y 2 caras son incompatibles 0.2

c) $\boxed{P(xxxx) = \frac{1}{16}}$ $\Rightarrow$ d) $\boxed{P(\text{al menos una cara}) = P(\overline{xxxx}) = 1 - P(xxxx) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}}$

0.15 0.2

I.E.S. "Fernando de Mena"	EXAMEN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS B	4º E.S.O. D CURSO 2005-2006	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

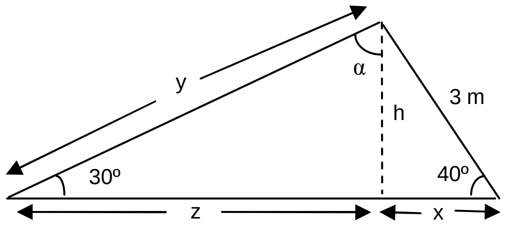
1. Resuelve la inecuación $\frac{(2x+1)(2x-1)}{6} - \frac{(x+1)^2}{9} \leq \frac{x(7x-8)-1}{18}$. Representa su solución en la recta $\mathbb{R}$.

2. Dado un ángulo α tal que $\text{ctg}\,\alpha = \sqrt{11}$, se pide:

a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas, sen α, cos α y tg α (resultados racionalizados)

b) Obtener razonadamente, mediante calculadora, de qué α se trata.

3.



Dado el triángulo de la figura se pide:

a) Hallar α, h, x, y, z

b) Calcular su área.

4. Considera el experimento aleatorio consistente en extraer una carta de una baraja española.

a) Describe su espacio muestral E. ¿Cuántos sucesos elementales lo componen?

b) Sea el suceso A="extraer una copa". Defínelo y halla su probabilidad.

c) Ídem para el suceso B="extraer una figura".

d) Utilizando el resultado anterior y la fórmula adecuada (¡no mediante la regla de Laplace!), calcula la probabilidad de no extraer una figura.

e) Define el suceso "extraer una figura y que sea además copa"; halla su probabilidad. ¿Cómo es este suceso respecto a A y B?

f) Sea el suceso "extraer figura o copa". Utilizando la fórmula adecuada y lo obtenido en los apartados anteriores (¡no mediante la regla de Laplace!), calcula la probabilidad de dicho suceso, razonando el procedimiento utilizado.

5. Dada $f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$ se pide: i) Hallar razonadamente su Dom(f) ii) Cortes con los ejes. iii) Tabla de valores apropiada y representación gráfica (en papel milimetrado). iv) ¿Es continua? v) Im(f) vi) Intervalos de crecimiento. M y m vii) Ecuación de las posibles asíntotas. viii) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \to \infty} f(x)$

6. La tarifa de una empresa de mensajería con entrega domiciliaria es de 12 € por tasa fija más 5 € por cada kg.

a) Halla la expresión analítica de la función "Precio del envío" en función de su peso en kg.

b) Represéntala gráficamente (en el folio).

c) Obtén, analíticamente, cuánto costaría enviar un paquete de 750 gr

d) Si disponemos sólo de un billete de 50 €, ¿cuál es el peso máximo que podremos enviar?

INSTRUCCIONES: Se podrá bajar la nota por mala presentación (desorden en las respuestas, mala caligrafía, tachones, etc.) y faltas de ortografía y/o sintaxis. Todas las preguntas puntúan igual. ¡Buena suerte!

① $\frac{(2x+1)(2x-1)}{6} - \frac{(x+1)^2}{9} \leq \frac{x(7x-8)-1}{18}$; $\frac{4x^2-1}{6} - \frac{x^2+2x+1}{9} \leq \frac{7x^2-8x-1}{18}$

$3(4x^2-1) - 2(x^2+2x+1) \leq 7x^2-8x-1$; $12x^2-3-2x^2-4x-2 \leq 7x^2-8x-1$; $3x^2+4x-4 \leq 0$

↳ raíces -2 y $2/3$

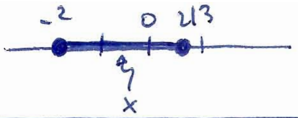
$3(x-\frac{2}{3})(x+2) \leq 0$ 0.3 /

	$(-\infty,-2)$	$(-2,2/3)$	$(2/3,\infty)$
signo$(x-2/3)$	$-$	$-$	$+$
signo$(x+2)$	$-$	$+$	$+$
signo$(x-\frac{2}{3})(x+2)$	$+$	$-$	$+$

0.3 /

0.3 /

$\Rightarrow$ soluc: $\boxed{x \in [-2, \frac{2}{3}]}$



0.1 /

---

② a) $\text{ctg}\,\alpha = \sqrt{11} \Rightarrow \boxed{\text{tg}\,\alpha = \frac{1}{\text{ctg}\,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{11}}$ 0.2 / ; $1+\text{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\text{sen}^2\alpha} \Rightarrow 1+(\sqrt{11})^2 = \frac{1}{\text{sen}^2\alpha}$; $12 = \frac{1}{\text{sen}^2\alpha} \Rightarrow$

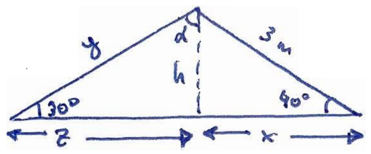
$\text{sen}^2\alpha = \frac{1}{12} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{12}}{12} = \frac{2\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}}$ 0.3 / ; $\text{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha} \Rightarrow \sqrt{11} = \frac{\cos\alpha}{\frac{\sqrt{3}}{6}} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \frac{\sqrt{33}}{6}}$

0.3 /

b) $\text{tg}\,\alpha = \frac{\sqrt{11}}{11} \Rightarrow \boxed{\alpha = \text{arc tg}\,\frac{\sqrt{11}}{11} \simeq 16^\circ 46' 43''}$ 0.2 /

---

③



a) $\boxed{\alpha = 90-30^\circ = 60^\circ}$ 0.05 / ; $\text{sen}\,40^\circ = \frac{h}{3} \Rightarrow \boxed{h = 3\,\text{sen}\,40^\circ \simeq 1{,}93\text{ m}}$ 0.2 /

$\cos 40^\circ = \frac{x}{3} \Rightarrow \boxed{x = 3\cos 40^\circ \simeq 2{,}30\text{ m}}$ 0.2 / ; $\text{sen}\,30^\circ = \frac{h}{y} = \frac{1{,}93}{y} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{y = \frac{1{,}93}{\text{sen}\,30^\circ} \simeq 3{,}86\text{ m}}$ 0.2 / ; $\text{tg}\,30^\circ = \frac{h}{z} = \frac{1{,}93}{z} \Rightarrow \boxed{z = \frac{1{,}93}{\text{tg}\,30^\circ} \simeq 3{,}34\text{ m}}$ 0.2 /

b) $\boxed{A = \frac{1}{2}(x+z)\cdot h = \frac{1}{2}\cdot 5{,}64 \cdot 1{,}93 \simeq 5{,}44\text{ m}^2}$ 0.15 /

---

④ a) E está formado por cada una de las 10 cartas de cada uno de los 4 palos, es decir, 40 cartas en total 0.05 /

b) A = "extraer copa" = {1 copas, 2 copas, ..., 7 copas, sota copas, caballo copos, rey copas} → 10

$\boxed{P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}}$ 0.15 /

c) B = "extraer figura" = {sota oros, caballo oros, rey oros, sota copas, caballo copas, rey copas, sota espadas, caballo espadas, rey espadas, sota bastos, caballo bastos, rey bastos} → 12 $\Rightarrow \boxed{P(B) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}}$ 0.15 /

d) $\overline{B}$ = "no extraer figura" $\Rightarrow \boxed{P(\overline{B}) = 1-P(B) = 1-\frac{3}{10} = \frac{7}{10}}$ 0.20 /

e) "extraer figura y copa" = $A \cap B$ = {sota copas, caballo copas, rey copas} $\Rightarrow \boxed{P(A\cap B) = \frac{3}{40}}$ 0.20 /

f) "extraer figura o copa" = $A \cup B \Rightarrow \boxed{P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B) = \frac{1}{4}+\frac{3}{10}-\frac{3}{40} = \frac{10+12-3}{40} = \frac{19}{40}}$ 0.25 /

↑ A y B son compatibles

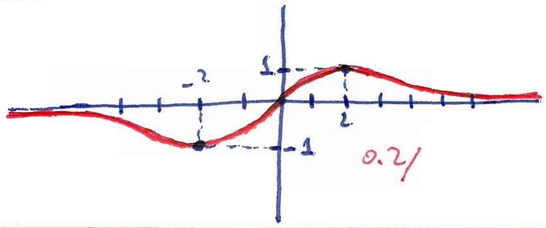
---

⑤ $f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$ i) Dom(f) = ℝ pq. $x^2+4 \neq 0\ \forall \mathbb{R}$ 0.1 / ii) corte eje x: $y=0 \Rightarrow 0 = \frac{4x}{x^2+4} \Rightarrow 4x=0 \Rightarrow x=0 \rightarrow (0,0)$ 0.1 /

⇓ nos ahorramos el corte con el eje y

iii)

x	$-\infty$ ..... -100 ...	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	... 100 ... ∞
$f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$	0^- ... $-0{,}04$ ...	$-0{,}47$	$-0{,}53$	$-0{,}6$	$-0{,}69$	$-0{,}8$	$-0{,}92$	-1	$-0{,}8$	0	$0{,}8$	1	$0{,}92$	$0{,}8$	$0{,}69$	$0{,}6$	$0{,}53$	$0{,}47$	... $0{,}04$ ... 0^+



0.2 /

iv) f(x) continua ∀ℝ pq. se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel 0.1 /

v) $\text{Im}(f) = [-1, 1]$ 0.1 /

vi) $f(x) \searrow \forall x \in (-\infty,-2) \cup (2,\infty)$, $f(x) \nearrow \forall x \in (-2,2)$ $\Rightarrow$ $m(-2,-1)$, $M(2,1)$ 0.2 /

0.1/

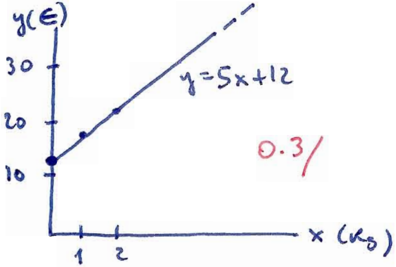
vii) $y=0$ A.H. viii) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0^-$; $\lim_{x\to\infty} f(x)=0^+$ 0.1/

---

⑥ a) $y=12+5x$ siendo y: precio del envío 0.2/
x: Kg " "

b)

x	0	2
$y=12+5x$	12	22



0.3/

c) $x=0,75$ Kg $\Rightarrow y=15,75$ € 0.2/

d) $y=50$ € $\Rightarrow 50=12+5x$; $38=5x$; $\boxed{x=7,6 \text{ Kg}}$ 0.3/

I.E.S. "Fernando de Mena"	RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS B	4º E.S.O. D CURSO 2005-2006	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. a) Resuelve: $(2x-3)^2+x^2>(3x+1)(3x-1)-6$. Representa su solución en la recta $\Re$.

b) Resuelve, representando su solución en la recta $\Re$: $\left.\begin{array}{r} \frac{x}{2}-\frac{6-x}{4}<x+1 \\ 3-\frac{5x-1}{10}\geq\frac{x-1}{5}-\frac{x-3}{2} \end{array}\right\}$

2. Dado un ángulo agudo α tal que $\sec\alpha=\frac{3\sqrt{2}}{2}$, se pide:

a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas, sen α, cos α y tg α (resultados racionalizados)

b) Obtener razonadamente, mediante calculadora, de qué α se trata.

3. a) Resolver el triángulo rectángulo ABC de catetos b=12 cm y c=5 cm

b) Hallar su área.

4. Dada $f(x)=2x^3-9x^2$ se pide: a) Hallar razonadamente su Dom(f) b) Cortes con los ejes. c) Tabla de valores apropiada y representación gráfica (en papel milimetrado). d) ¿Es continua? e) Im(f) f) Intervalos de crecimiento. M y m g) Ecuación de las posibles asíntotas. h) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$

■ Elige una de las dos siguientes preguntas:

5. Considera el experimento aleatorio consistente en extraer una bola de una urna que contiene 20 bolas numeradas del 1 al 20.

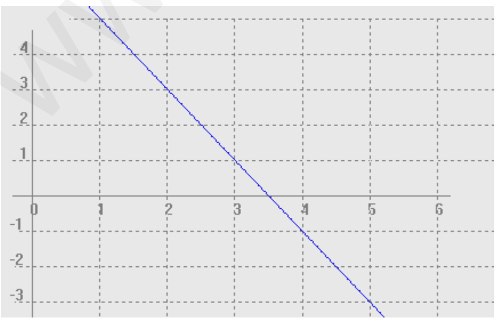
a) Indica los sucesos elementales que componen el suceso A="extraer nº impar". Halla la probabilidad de dicho suceso.

b) Ídem para el suceso B="extraer nº primo".

c) Ídem para el suceso "extraer nº impar y primo". ¿Cómo es este suceso respecto a A y B?

d) Sea el suceso "extraer nº impar o primo". Utilizando la fórmula adecuada y lo obtenido en los apartados anteriores (¡no mediante la regla de Laplace!), calcula la probabilidad de dicho suceso, razonando el porqué de la fórmula utilizada.

6.



Dada la recta de la figura, se pide:

a) Obtener **gráficamente** su pendiente.

b) Deducir, analíticamente, su ordenada en el origen. Indicar su expresión analítica.

c) Calcular dónde corta al eje x

① a) $(2x-3)^2+x^2>(3x+1)(3x-1)-6$

$4x^2-12x+9+x^2>9x^2-1-6$

$0>4x^2+12x-16$; $0>x^2+3x-4$

Raíces 1 y −4

0.3/ $(x-1)(x+4)<0$

	$(-\infty,-4)$	$(-4,1)$	$(1,\infty)$
signo(x−1)	−	−	+
signo(x+4)	−	+	+
signo(x+1)(x+4)	+	−	+

0.3/

soluc: $\boxed{x\in(-4,1)}$ 0.3/ 0.1/

---

b) $\left.\begin{array}{l}\frac{x}{2}-\frac{6-x}{4}<x+1\\ 3-\frac{5x-1}{10}\geq\frac{x-1}{5}-\frac{x-3}{2}\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}2x-(6-x)<4(x+1)\\ 30-(5x-1)\geq 2(x-1)-5(x-3)\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}2x-6+x<4x+4\\ 30-\cancel{5x}+1\geq 2x-2-\cancel{5x}+15\end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}-10<x\\ 18\geq 2x\end{array}\right\}$ 0.4/

$\left.\begin{array}{l}x>-10\\ x\leq 9\end{array}\right\}$ soluc: $\boxed{x\in(-10,9]}$ 0.4/

0.2/

---

② a) $\sec\alpha=\frac{3\sqrt2}{2}\Rightarrow\boxed{\cos\alpha=\frac{1}{\sec\alpha}=\frac{2}{3\sqrt2}=\frac{2\sqrt2}{3\cdot2}=\frac{\sqrt2}{3}}$ 0.5/

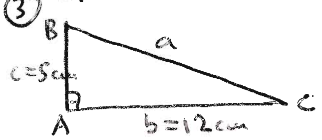
$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha+\left(\frac{\sqrt2}{3}\right)^2=1$; $\sin^2\alpha+\frac{2}{9}=1$; $\sin^2\alpha=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}\Rightarrow\boxed{\sin\alpha=\frac{\sqrt7}{3}}$ 0.5/

$\boxed{\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sqrt7/3}{\sqrt2/3}=\frac{\sqrt7\cdot\sqrt2}{2}=\frac{\sqrt{14}}{2}}$ 0.5/

b) $\cos\alpha=\frac{\sqrt2}{3}\Rightarrow\alpha=\arccos\frac{\sqrt2}{3}\simeq 61^\circ 52' 28''$ 0.5/

---

③ a)



$\operatorname{tg}C_1=\frac{5}{12}\Rightarrow\boxed{C_1=\operatorname{arctg}\frac{5}{12}\simeq 22^\circ 37' 12''}$ 0.75/ $\Rightarrow\boxed{B=90-C_1\simeq 67^\circ 22' 48''}$ 0.25/

$\sin C_1=\frac{5}{a}\Rightarrow\boxed{a=\frac{5}{\sin 22^\circ 37' 12''}\simeq 13\text{ cm}}$ 0.75/

b) $\boxed{A=\frac{1}{2}bc=\frac{1}{2}12\cdot5=30\text{ cm}^2}$ 0.25/

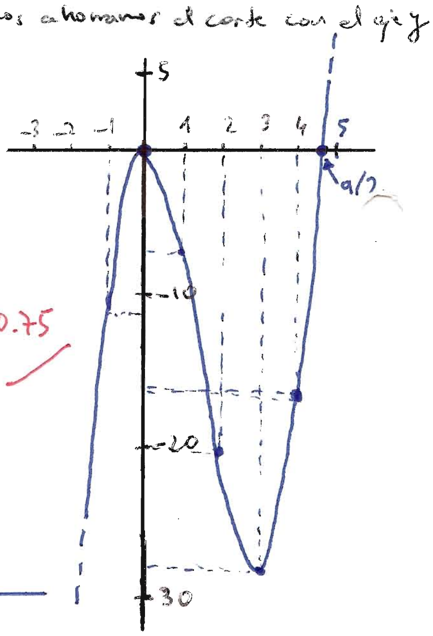
---

④ a) Dom(f) = ℝ pq. es polinómica 0.125/

b) cortes eje x: $2x^3-9x^2=0$; $x^2(2x-9)=0$ → $x=0\rightarrow\boxed{(0,0)}$ ⟹ nos ahorramos el corte con el eje y; → $x=9/2\rightarrow\boxed{\left(\frac{9}{2},0\right)}$ 0.25/

c)

x	−∞ …	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6 … ∞
$y=2x^3-9x^2$	−∞	−135	−52	−11	0	−7	−20	−27	−16	25	108 … ∞



0.75

d) f(x) continua $\forall x\in\mathbb{R}$ 0.125/

e) Im(f) = ℝ 0.125/

f) $\left.\begin{array}{l}f(x)\nearrow\forall x\in(-\infty,0)\cup(3,\infty)\\ f(x)\searrow\forall x\in(0,3)\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{array}{l}M(0,0)\\ m(3,-27)\end{array}$ 0.25/

g) no tiene asíntotas, por ser polinómica 0.125/

h) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$; $\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty$ 0.25/

---

⑤ a) $A=\{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19\}\rightarrow P(A)=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$ 0.5/

b) $B=\{1,2,3,5,7,11,13,17,19\}\rightarrow P(B)=\frac{9}{20}$ 0.5/

c) $A\cap B=\{1,3,5,7,11,13,17,19\}\rightarrow P(A\cap B)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$ 0.5/

d) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{9}{20}-\frac{8}{20}=\frac{10+9-8}{20}=\frac{11}{20}$ 0.5/

Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha	**EXAMEN PARCIAL 3ª EVALUACIÓN** **MATEMÁTICAS B**	**4º ESO B** **CURSO 2004-05**	I.E.S. "Fernando de Mena"

1. **a)** Resolver: $\frac{x}{18}-\frac{2x+1}{12}\geq\frac{2-4x}{24}$, representando la solución en las tres formas habituales (con desigualdades, con intervalos, y en la recta real)

b) Razonar si x=2 puede ser una posible solución.

2. **a)** Resolver: $(2x+2)(2x-2)\leq(x+1)^2+2(x+1)(x-1)$, representando la solución en las tres formas habituales (con desigualdades, con intervalos, y en la recta real)

b) Razonar si x=-2 puede ser una posible solución.

3. **a)** Dado un ángulo α tal que $\operatorname{ctg}\alpha=\sqrt{3}$, obtener, mediante fórmulas trigonométricas, sen α, cos α y tg α

b) Razonar, <u>sin utilizar calculadora</u>, de qué ángulo α se trata.

4. Desde un barco se ve la cima de un acantilado bajo un ángulo de 70º respecto a la horizontal. Al alejarse 100 m de la costa, el ángulo disminuye a 30º. Hallar la altura del acantilado.

5. **TEORÍA:**

a) Razonar cuál es la solución de la inecuación $x^2+4\geq0$

b) Razonar, sin resolverla, si x=1 puede ser solución de la inecuación $x^2+4x+3<0$

c) ¿Puede ser el seno o el coseno de un ángulo mayor que 1? ¿Y la tangente? Razonar la respuesta.

d) Utilizando un cuadrado de lado 1, demostrar que $\operatorname{sen}45º=\cos45º=\frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\operatorname{tg}45º=1$

<u>NOTA:</u> Se bajará la nota por mala presentación (tachones, desorden en el planteamiento, etc.), faltas de ortografía y/o sintaxis. ¡Buena suerte!

1) a) $\dfrac{x}{18} - \dfrac{2x+1}{12} \geq \dfrac{2-4x}{24}$; $mcm = 72 \Rightarrow 4x - 6(2x+1) \geq 3(2-4x)$

$4x - 12x - 6 \geq 6 - 12x$

$4x - \cancel{12x} + \cancel{12x} \geq 6 + 6$

$4x \geq 12 \Rightarrow \boxed{x \geq 3}$ 1/

0.25/ $\boxed{x \in [3, \infty)}$ 0.25/

b) $x = 2$ no puede ser solución pq no pertenece al intervalo $[3,\infty)$, y además al sustituir $x=2$ en la inecuación del enunciado se obtiene una desigualdad falsa:

0.5/ $\dfrac{2}{18} - \dfrac{5}{12} \overset{?}{\geq} \dfrac{-6}{24}$; $\dfrac{1}{9} - \dfrac{5}{12} \overset{?}{\geq} -\dfrac{1}{4}$; $\dfrac{4}{36} - \dfrac{15}{36} \overset{?}{\geq} -\dfrac{1}{4}$; $-\dfrac{11}{36} \overset{?}{\geq} -\dfrac{1}{4}$; $\dfrac{11}{36} \overset{?}{\leq} \dfrac{1}{4}$; $44 \leq 36$ ¡FALSO!

---

2) a) $(2x+2)(2x-2) \leq (x+1)^2 + 2(x+1)(x-1)$

$4x^2 - 4 \leq x^2 + 2x + 1 + 2(x^2-1)$

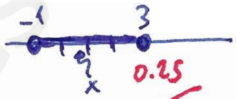
$4x^2 - 4 \leq x^2 + 2x + 1 + 2x^2 - 2 \rightarrow 4x^2 - 4 - x^2 - 2x - 1 - 2x^2 + 2 \leq 0$; $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ 0.5/

raíces -1 y 3

	$(-\infty,-1)$	$(-1,3)$	$(3,\infty)$
signo(x^2-2x-3)	+	−	+
		soluc	

0.25/

$\Rightarrow$ soluc: $\boxed{x \in [-1,3]}$ 0.25/, es decir, $\boxed{-1 \leq x \leq 3}$ 0.25/, es decir:



0.25/

b) $x=-2$ no puede ser solución pq. no pertenece al intervalo solución, es decir, $[-1,3]$. Además, si sustituimos $x=-2$ en la inecuación del enunciado, vemos que no la verifica: 0.5/

$-2\cdot(-6) \overset{?}{\leq} (-1)^2 + 2\cdot(-1)(-3)$; $12 \overset{?}{\leq} 1+6$ ¡FALSO!

---

3) a) $\text{ctg}\,\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{\text{tg}\,\alpha = \dfrac{1}{\text{ctg}\,\alpha} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ 0.5/ ; $1 + \text{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $1 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $1 + \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$;

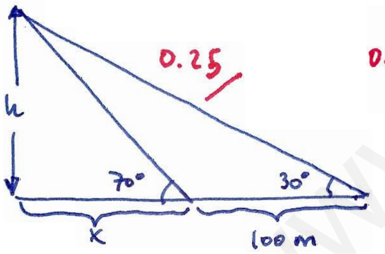
$1 + \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $\dfrac{4}{3} = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \dfrac{3}{4} = \cos^2\alpha \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.5/

$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$; $\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\,\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}}$ 0.5/

b) Vemos que esos valores del seno, coseno y tangente son los del conocido $\boxed{\alpha = 30°}$ 0.5/

---

4)



0.25/

0.25/

$\text{tg}\,70° = \dfrac{h}{x} \longrightarrow h = x\,\text{tg}\,70°$ (*)

$\text{tg}\,30° = \dfrac{h}{x+100} \longrightarrow h = (x+100)\,\text{tg}\,30°$

$x\,\text{tg}\,70° = x\,\text{tg}\,30° + 100\,\text{tg}\,30°$

$x\,\text{tg}\,70° - x\,\text{tg}\,30° = 100\,\text{tg}\,30°$

$x(\text{tg}\,70° - \text{tg}\,30°) = 100\,\text{tg}\,30°$

$x = \dfrac{100\,\text{tg}\,30°}{\text{tg}\,70° - \text{tg}\,30°} \simeq 26{,}60\,m \xrightarrow[\text{en (*)}]{\text{sustituimos}} h = x\,\text{tg}\,70° \simeq \boxed{73{,}10\,m}$ 1.5/

---

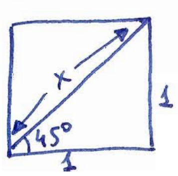
5) a) $x^2 + 4 \geq 0$ se verifica $\boxed{\forall \mathbb{R}}$ pues x^2+4 será siempre positivo, por tratarse de la suma de dos cantidades siempre positivas 0.5/

b) Si ~~sustituimos~~ $x=1$ en la inecuación $x^2+4x+3<0$ se obtiene una desigualdad falsa:

$1+4+3<0$ ¡FALSO! $\Rightarrow$ $\boxed{x=1 \text{ no es soluc.}}$ 0.5/

c) El seno y el coseno nunca pueden superar la unidad, debido a su definición; $\text{sen}\,\alpha = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$ y $\cos\alpha = \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$, y a que en un triángulo rectángulo ambos catetos son siempre menores que la hipotenusa. En cambio, la tangente puede tomar cualquier valor, ya que $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$ 0.5/

d)



Th. Pitágoras $\Rightarrow x^2 = 1^2 + 1^2$; $x^2 = 2$; $x = \sqrt{2}$

$\text{sen}\,45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \cos 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \text{tg}\,45° = \dfrac{\text{sen}\,45°}{\cos 45°} = 1$ (c.q.d.) 0.5/

I.E.S. "Fernando de Mena"	EXAMEN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS B	4º ESO B CURSO 2004-2005	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. Dada la inecuación $4x\,(x+3)+(x+2)(x-2)>(2x+3)^2+x-1$ se pide, <u>por este orden</u>:

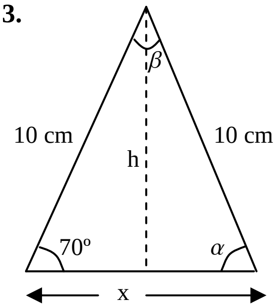
a) Razonar si $x=1$ puede ser una posible solución.

b) Resolverla, representando la solución mediante intervalos y en la recta real.

2. a) Dada $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3}/2$, obtener, mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas, sen α, cos α y ctg α (Dar los resultados simplificados y racionalizados; no se puede utilizar decimales)

b) Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo α se trata, explicando el resultado.

3.



En el triángulo isósceles de la figura, hallar razonadamente:

a) α y β

b) altura h

c) base x

d) área

4. Dada $f(x)=\dfrac{8x}{x^2+1}$ se pide: a) Razonar cuál es su Dom(f)

b) Cortes con los ejes.

c) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.

d) ¿Es continua? Razonar la respuesta

e) A la vista de la gráfica indicar su Im(f)

f) Ecuación de las posibles asíntotas.

g) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$

5. Una empresa de fotografía cobra un precio fijo de 1,5 € por el revelado de un carrete, más 50 céntimos por cada foto.

a) Representar la función "Coste del revelado" en función del nº de fotos.

b) ¿Qué tipo de función se obtiene? Razonar la respuesta.

c) Hallar su pendiente y su expresión algebraica.

d) ¿Cuánto costará revelar un carrete de 36 fotografías?

e) Si tenemos un billete de 100 €, ¿cuántas fotos podremos revelar?

<u>NOTA:</u> Se bajará la nota por mala presentación (tachones, desorden en el planteamiento, etc.), faltas de ortografía y/o sintaxis. ¡Buena suerte!

① $4x(x+3)+(x+2)(x-2) > (2x+3)^2+x-1$

a) $x=1 \rightarrow 4\cdot 4+3\cdot(-1) \overset{¿?}{>} 5^2+1-1$

$16-3>25$

$13>25$!! $\Rightarrow$ $x=1$ no puede ser solución **0.5/**

b) $\cancel{4x^2}+\cancel{12x}+x^2-4 > \cancel{4x^2}+\cancel{12x}+9+x-1$

$x^2-4-9-x+1>0$ **0.25/**

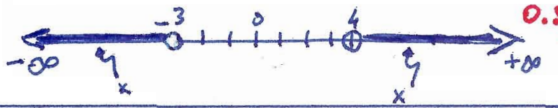
$x^2-x-12>0$

↳ raíces -3 y 4

0.25/

	$(-\infty,-3)$	$(-3,4)$	$(4,\infty)$
signo x^2-x-12	+	−	+

$\Rightarrow$ soluc: $\boxed{x\in(-\infty,-3)\cup(4,\infty)}$ **0.5/**



0.5/

② a) $tg\,\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$1+\frac{3}{4}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\frac{7}{4}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\frac{4}{7}=\cos^2\alpha \Rightarrow \boxed{\cos\alpha=\sqrt{\frac{4}{7}}=\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}}$ **0.75/**

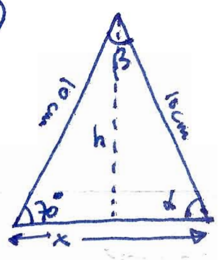
$tg\,\alpha=\frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{sen\,\alpha}{\frac{2\sqrt{7}}{7}} \Rightarrow$

$\boxed{sen\,\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2\sqrt{7}}{7}=\frac{2\sqrt{21}}{14}=\frac{\sqrt{21}}{7}}$ **0.5/**

$\boxed{ctg\,\alpha=\frac{1}{tg\,\alpha}=\frac{1}{\sqrt{3}/2}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}}$ **0.25/**

b) $tg\,\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha=arc\,tg\,\frac{\sqrt{3}}{2}=arc\,tg\,0{,}8660\ldots \simeq 40^\circ\,53'\,36''$ **0.5/**

③



a) por ser isósceles: $\boxed{\alpha=70^\circ}$; $\boxed{\beta=180^\circ-(70+70)=40^\circ}$ **0.5/**

b) $sen\,70^\circ=\frac{h}{10} \Rightarrow \boxed{h=10\,sen\,70^\circ\simeq 9{,}4\text{ cm}}$ **0.5/**

c) $\cos 70^\circ=\frac{x/2}{10} \Rightarrow \frac{x}{2}=10\cos 70^\circ$, $\boxed{x=20\cos 70^\circ\simeq 6{,}84\text{ cm}}$ **0.5/**

d) $\boxed{S=\frac{1}{2}x\cdot h=\frac{1}{2}\,6{,}8\cdot 9{,}4\simeq 32{,}14\text{ cm}^2}$ **0.5/**

④ $f(x)=\frac{8x}{x^2+1}$

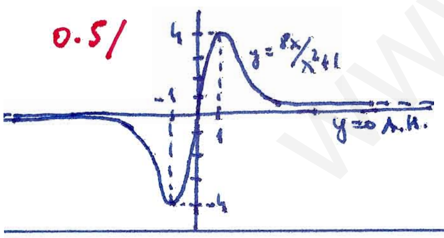
a) $Dom(f)=\mathbb{R}$ pues $x^2+1\neq 0\ \forall\mathbb{R}$ **0.25/**

b) cortes eje x: $y=0 \Rightarrow 0=\frac{8x}{x^2+1}$; $0=8x$; $\boxed{x=0}$ **0.25/**

c)

x	$-\infty$....	-1000	-100	...	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	...100	1000...∞
$f(x)=\frac{8x}{x^2+1}$	0^-	-0,008	-0,08		-1,12	-1,30	-1,54	-1,88	-2,4	-3,2	-4	0	4	3,2	2,4	1,88	1,54	1,30	1,12	0,08	0,008 ... 0^+

0.5/



d) Es continua pq. se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel **0.25/**

e) $Im(f)=[-4,4]$ **0.25/**

f) $y=0$ A.H. **0.25/**

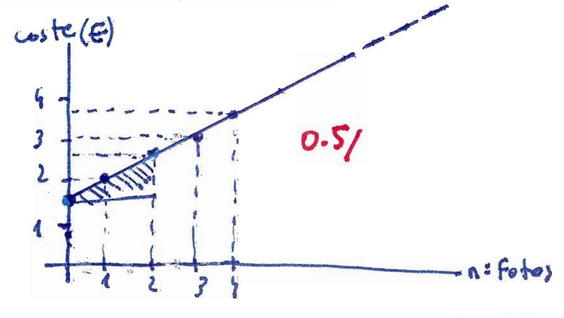
g) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0^-$ $\lim_{x\to\infty} f(x)=0^+$ **0.25/**

⑤ VAR. INDPTE: nº de fotos $\rightarrow x$

VAR. DPTE: coste $\rightarrow y$

a)

x	nº fotos	0	1	2	3	4 ...
y	coste	1,5	2	2,5	3	3,5 ...



0.5/

b) Se trata de una función afín pq. el Δy es proporcional al Δx (además, vemos que se obtiene una recta) **0.25/**

c) $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{1}{2}=0{,}5$; $n=1{,}5$ $\Bigg\}$ $\boxed{y=0{,}5x+1{,}5}$ **0.5/**

y: coste (€) ; x: nº fotos

d) $x=36 \xrightarrow{\text{fotos}} y=0{,}5\cdot 36+1{,}5=\boxed{19{,}5\text{ €}}$ **0.25/**

e) $y=100$ € $\rightarrow$ $100=0{,}5x+1{,}5$

$98{,}5=0{,}5x$

$x=\frac{98{,}5}{0{,}5}=\boxed{197\text{ fotos}}$ **0.5/**

I.E.S. "Fernando de Mena"	**RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN** **MATEMÁTICAS B**	**4º ESO B** **CURSO 2004-2005**	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. Resolver $\dfrac{(x+2)(x-2)}{12}+\dfrac{2x+1}{18}-\dfrac{6-5(x-2)}{6}\leq\dfrac{3(x-1)^2+11}{36}$, representando la solución mediante intervalos y en la recta real.

2. a) Dado $\cos\alpha=\sqrt{6}/3$, obtener, mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas, sen α y tg α, dando los resultados simplificados y racionalizados (no se puede utilizar decimales).

b) Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo α se trata, explicando el resultado.

3. a) Resolver un triángulo rectángulo en A de datos: a=13 cm, b=5 cm.

b) Hallar su área.

4. Dada $f(x)=x^3-6x^2+9x$ se pide:

a) Razonar cuál es su Dom (f)

b) Cortes con los ejes.

c) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.

d) ¿Es continua? Razonar la respuesta

e) A la vista de la gráfica indicar su Im (f)

f) Ecuación de las posibles asíntotas.

g) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$

NOTA: Todas las preguntas puntúan igual. Se bajará la nota por mala presentación (tachones, desorden en el planteamiento, etc.), faltas de ortografía y/o sintaxis. ¡Buena suerte!