6 Inecuaciones y sistemas de inecuaciones

1. Inecuaciones de 1^er grado

PIENSA Y CALCULA

Escribe todos los números enteros que verifiquen a la vez: $-5 < x \leq 6$

Solución:
$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

APLICA LA TEORÍA

1 Cambia mentalmente de signo las siguientes inecuaciones:

a) $2x \leq -7$ b) $-3x > 4$

Solución:
a) $-2x \geq 7$
b) $3x < -4$

2 Multiplica o divide mentalmente las siguientes inecuaciones por el número que se indica:

a) $-x/2 < 5$ Multiplica por -2
b) $-3x \geq -6$ Divide entre -3

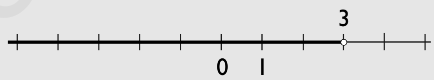
Solución:
a) $x > -10$
b) $x \leq 2$

3 Resuelve las siguientes inecuaciones y haz la interpretación gráfica:

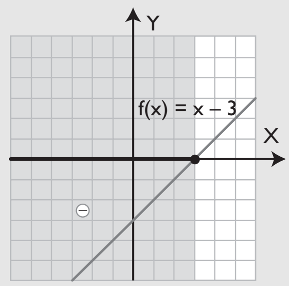
a) $3x + 3 > 5x - 3$ b) $x + 1 \geq \dfrac{x-2}{3}$

Solución:
a) $3x - 5x > -3 - 3$
$-2x > -6$
$x < 3$

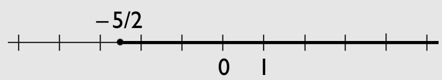
$(-\infty, 3) = \{x \in \mathbb{R}, x < 3\}$



Interpretación gráfica:
Son los valores de **x** para los que:
$f(x) = x - 3$ es negativa.



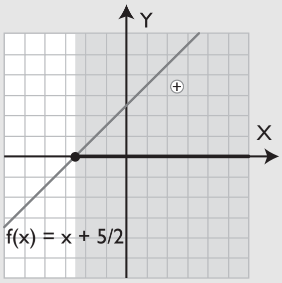
b) $3(x + 1) \geq x - 2$
$3x + 3 \geq x - 2$
$3x - x \geq -2 - 3$
$2x \geq -5$
$x \geq -5/2$
$[-5/2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \geq -5/2\}$



Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

f(x) = x + 5/2 es positiva.

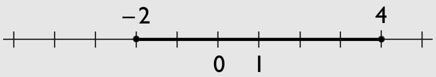


4 Resuelve la siguiente inecuación: $|x - 1| \le 3$

Solución:

Es el entorno cerrado de centro 1 y radio 3, E(1, 3), es decir, el intervalo cerrado:

$[-2, 4] = \{x \in \mathbb{R}, -2 \le x \le 4\}$



5 Resuelve la siguiente inecuación y haz la interpretación gráfica:

$$\frac{x-3}{4} \le \frac{x-5}{6} + \frac{4x-3}{20}$$

Solución:

$\frac{x-3}{4} \le \frac{x-5}{6} + \frac{4x-3}{20}$

m.c.m.(4, 6, 20) = 60

$15(x - 3) \le 10(x - 5) + 3(4x - 3)$

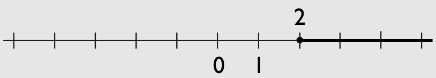
$15x - 45 \le 10x - 50 + 12x - 9$

$15x - 10x - 12x \le -50 - 9 + 45$

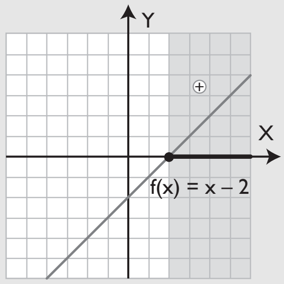
$-7x \le -14$

$x \ge 2$

$[2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \ge 2\}$



Interpretación gráfica:



Son los valores de **x** para los que:

f(x) = x – 2 es positiva o nula.

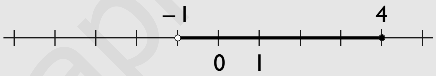
6 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x - 4 \le 0 \\ x + 1 > 0 \end{array}\right\}$$

Solución:

$x \le 4, x > -1$

$(-1, 4] = \{x \in \mathbb{R}, -1 < x \le 4\}$



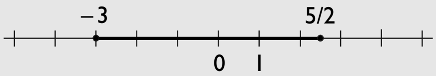
7 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x + 3 \ge 0 \\ 2x - 5 \le 0 \end{array}\right\}$$

Solución:

$x \ge -3, x \le 5/2$

$[-3, 5/2] = \{x \in \mathbb{R}, -3 \le x \le 5/2\}$

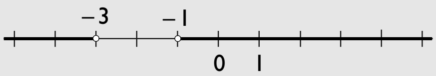


8 Resuelve la siguiente inecuación: $|x + 2| > 1$

Solución:

Es el exterior del entorno de centro –2 y radio 1, es decir, dos intervalos. No contiene a los extremos:

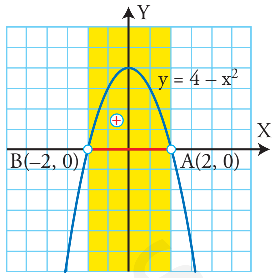
$(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$



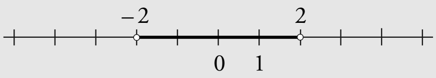
2. Inecuaciones polinómicas y racionales

PIENSA Y CALCULA

Halla el intervalo donde es positiva la función representada en el margen.



Solución:
$(-2, 2) = \{x \in \mathbb{R}, -2 < x < 2\}$

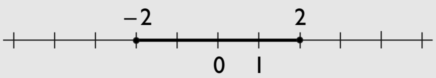


APLICA LA TEORÍA

9 Resuelve la siguiente inecuación y haz su interpretación gráfica:

$$4 - x^2 \geq 0$$

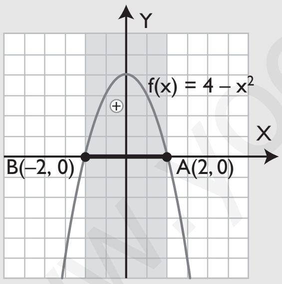
Solución:
$[-2, 2] = \{x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 2\}$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

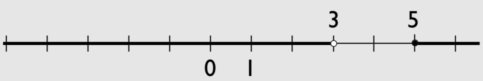
$y = 4 - x^2$ es positiva o cero.



10 Resuelve la siguiente inecuación y haz su interpretación gráfica:

$$\frac{x-5}{3-x} \leq 0$$

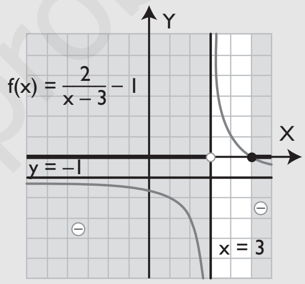
Solución:
$(-\infty, 3) \cup [5, +\infty)$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la hipérbola:

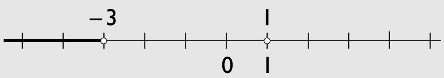
$y = \dfrac{x-5}{3-x}$ es negativa o nula.



11 Resuelve la siguiente inecuación y haz su interpretación gráfica:

$$x^2 + 2x - 3 > 0$$

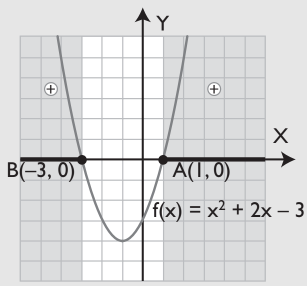
Solución:
$(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

$y = x^2 + 2x - 3$ es positiva.

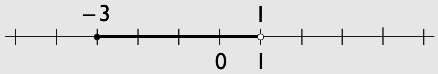


12 Resuelve la siguiente inecuación y haz su interpretación gráfica:

$$\frac{x+3}{x-1} \le 0$$

Solución:

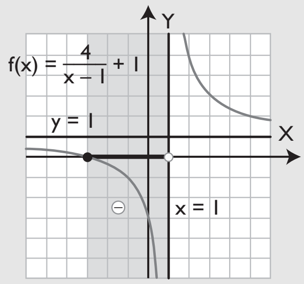
$[-3, 1) = \{x \in \mathbb{R}, -3 \le x < 1\}$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la hipérbola:

$y = \dfrac{x+3}{x-1}$ es negativa o nula.

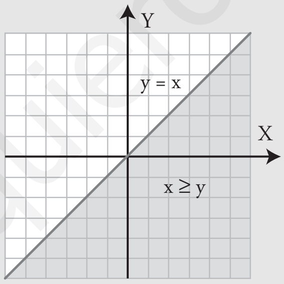


3. Inecuaciones lineales con dos variables

PIENSA Y CALCULA

Representa en unos ejes de coordenadas todos los puntos del plano en los que la abscisa, **x,** sea mayor o igual que la ordenada, **y**

Solución:

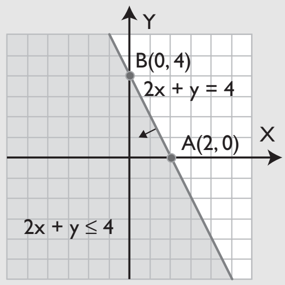


APLICA LA TEORÍA

13 Resuelve la siguiente inecuación:

$$2x + y \le 4$$

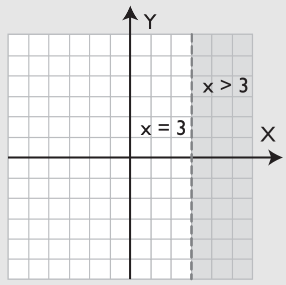
Solución:



14 Resuelve la siguiente inecuación:

$$x > 3$$

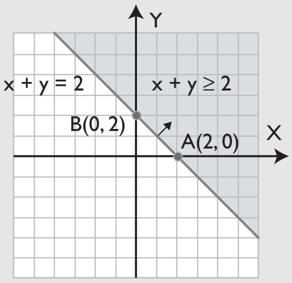
Solución:



15 Resuelve la siguiente inecuación:

$$x + y \geq 2$$

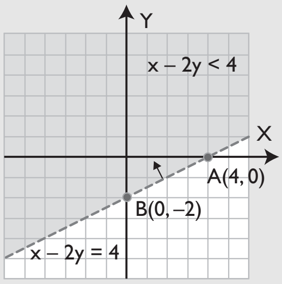
Solución:



16 Resuelve la siguiente inecuación:

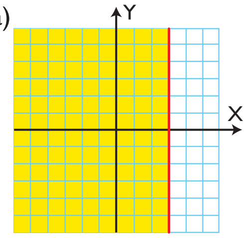
$$x - 2y < 4$$

Solución:

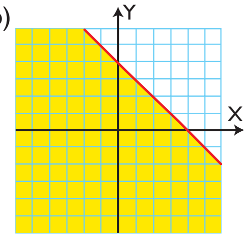


17 Escribe la inecuación correspondiente a la zona rellena de cada una de las siguientes figuras:

a)



b)



Solución:

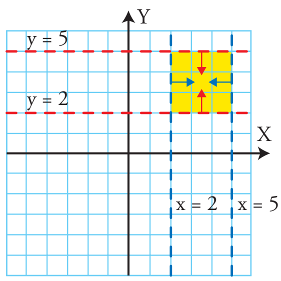
a) $x \leq 3$

b) $x + y \leq 4$

4. Sistemas de inecuaciones lineales con dos variables

PIENSA Y CALCULA

Observando la representación gráfica de la parte derecha, escribe las coordenadas enteras de todos los puntos que verifiquen al mismo tiempo que $x > 2$, $y > 2$, $x < 5$, $y < 5$



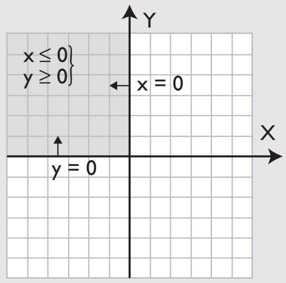
Solución:

A(3, 3); B(3, 4); C(4, 3) y D(4, 4)

18 Resuelve mentalmente el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

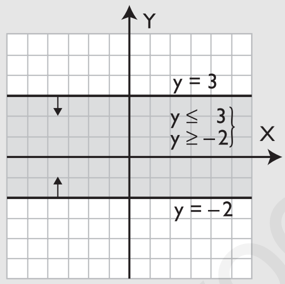
Solución:



19 Resuelve mentalmente el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} y \leq 3 \\ y \geq -2 \end{array}\right\}$$

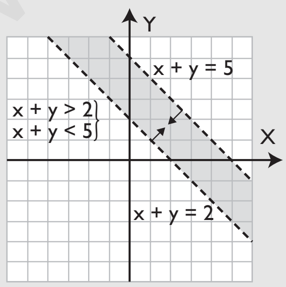
Solución:



20 Resuelve mentalmente el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x + y > 2 \\ x + y < 5 \end{array}\right\}$$

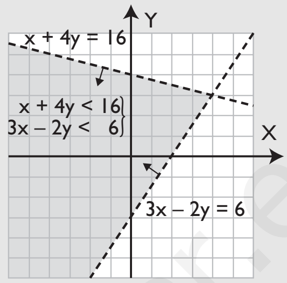
Solución:



21 Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

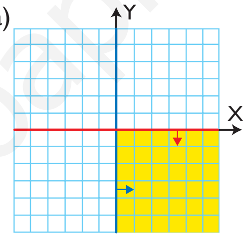
$$\left.\begin{array}{l} x + 4y < 16 \\ 3x - 2y < 6 \end{array}\right\}$$

Solución:

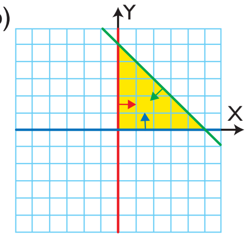


22 Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona coloreada de cada una de las siguientes figuras:

a)



b)



Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 5 \end{array}\right\}$

Ejercicios y problemas

1. Inecuaciones de 1er grado

23 Cambia mentalmente de signo las siguientes inecuaciones:

a) $-3x \leq 2$ b) $-2x > -5$

Solución:

a) $3x \geq -2$ b) $2x < 5$

24 Multiplica o divide mentalmente las siguientes inecuaciones por el número que se indica:

a) $-x/3 < 1$ Multiplica por -3

b) $-2x \geq -6$ Divide entre -2

Solución:

a) $x > -3$ b) $x \leq 3$

Resuelve las siguientes inecuaciones y haz la interpretación gráfica:

25 $3x - 3 \geq 2x - 1$

Solución:

$3x - 2x \geq -1 + 3$

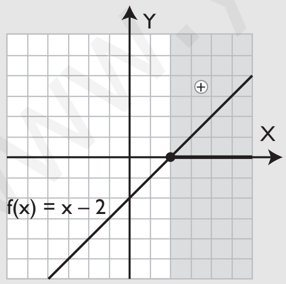
$x \geq 2$

$[2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 2\}$

Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

$f(x) = x - 2$ es positiva.



26 $5x - 4 < 3x - 1$

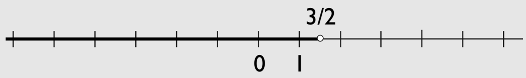
Solución:

$5x - 3x < -1 + 4$

$2x < 3$

$x < 3/2$

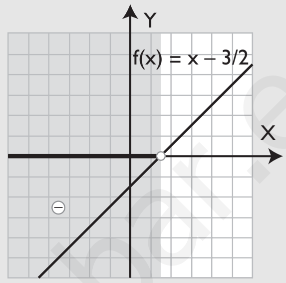
$(-\infty, 3/2) = \{x \in \mathbb{R}, x < 3/2\}$



Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

$f(x) = x - 3/2$ es negativa.



27 $2x - 3(x + 2) \leq 2(x - 1) - 1$

Solución:

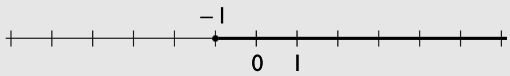
$2x - 3x - 6 \leq 2x - 2 - 1$

$2x - 3x - 2x \leq -2 - 1 + 6$

$-3x \leq 3$

$x \geq -1$

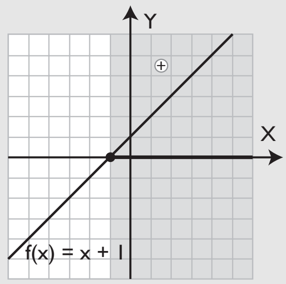
$[-1, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}$



Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

$f(x) = x + 1$ es positiva o nula.



28 $x - 2(x - 1) > 10 - 2(x + 3)$

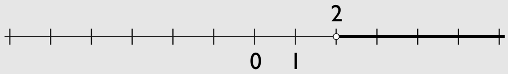
Solución:

$x - 2x + 2 > 10 - 2x - 6$

$x - 2x + 2x > 10 - 6 - 2$

$x > 2$

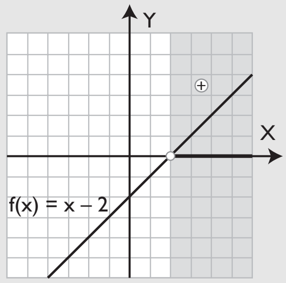
$(2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x > 2\}$



Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

$f(x) = x - 2$ es positiva.



29 $\frac{1}{5} + \frac{3x}{2} \le \frac{2x}{3}$

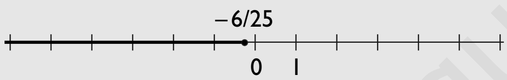
Solución:

m.c.m.(2, 3, 5) = 30

$6 + 45x \le 20x$

$45x - 20x \le -6$

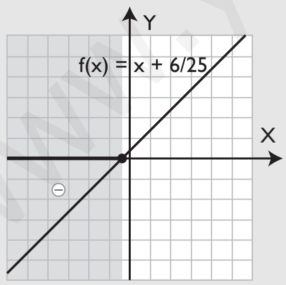
$x \le -6/25$



Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

$f(x) = x + 6/25$ es negativa o nula.



30 $x + \frac{x+2}{6} > \frac{4x}{3}$

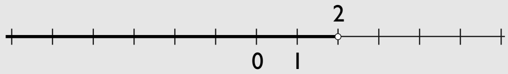
Solución

$x + \frac{x+2}{6} > \frac{4x}{3}$

m.c.m.(6, 3) = 6

$-x > -2$

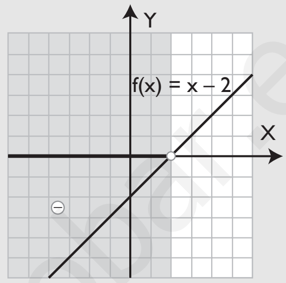
$x < 2$



Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

$f(x) = x - 2$ es negativa.



31 $\frac{2x}{3} + \frac{x+2}{6} < \frac{3x}{2} + 1$

Solución:

$\frac{2x}{3} + \frac{x+2}{6} < \frac{3x}{2} + 1$

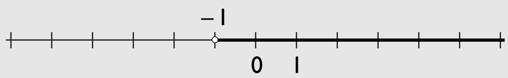
m.c.m.(3, 6, 2) = 6

$4x + x + 2 < 9x + 6$

$4x + x - 9x < 6 - 2$

$-4x < 4$

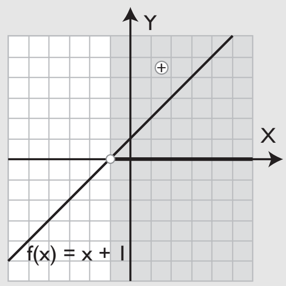
$x > -1$



Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

$f(x) = x + 1$ es positiva.



32 $\frac{4x+1}{3} - \frac{2x+1}{2} \le \frac{x}{12} + \frac{5}{6}$

Solución:

m.c.m.(3, 2, 12, 6) = 12

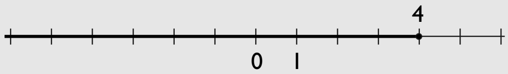
$4(4x + 1) - 6(2x + 1) \leq x + 10$

$16x + 4 - 12x - 6 \leq x + 10$

$16x - 12x - x \leq 10 - 4 + 6$

$3x \leq 12$

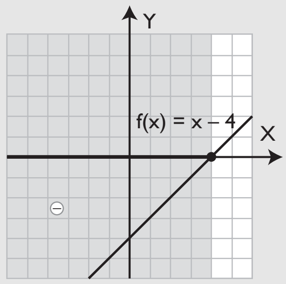
$x \leq 4$



Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

$f(x) = x - 4$ es negativa o nula.



33 $\dfrac{x-1}{2} \leq \dfrac{3x+10}{5} + \dfrac{5x+3}{15}$

Solución:

m.c.m.(2, 5, 15) = 30

$15(x - 1) \leq 6(3x + 10) + 2(5x + 3)$

$15x - 15 \leq 18x + 60 + 10x + 6$

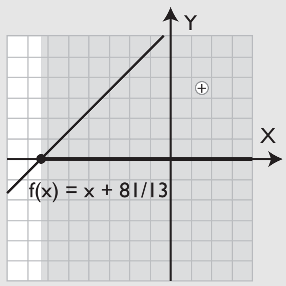
$15x - 18x - 10x \leq 60 + 6 + 15$

$-13x \leq 81 \Rightarrow x \geq -81/13$

Interpretación gráfica:

Son los valores de **x** para los que:

$f(x) = x + 81/13$ es positiva o nula.

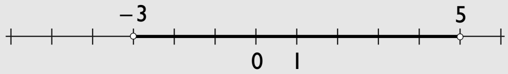


34 $|x - 1| < 4$

Solución:

Es el entorno abierto de centro 1 y radio 4, E(1, 4), es decir, el intervalo abierto:

$(-3, 5) = \{x \in \mathbb{R}, -3 < x < 5\}$

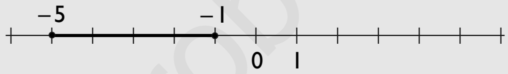


35 $|x + 3| \leq 2$

Solución:

Es el entorno cerrado de centro –3 y radio 2, E(–3, 2), es decir, el intervalo cerrado:

$[-5, -1] = \{x \in \mathbb{R}, -5 \leq x \leq -1\}$

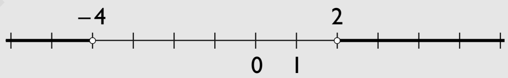


36 $|x + 1| > 3$

Solución:

Es lo que queda fuera del entorno de centro –1 y radio 3, es decir, los intervalos:

$(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$

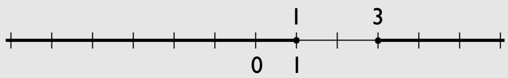


37 $|x - 2| \geq 1$

Solución:

Es lo que queda fuera del entorno de centro 2 y radio 1, es decir, los intervalos:

$(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$



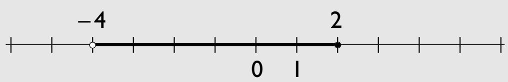
Resuelve los siguientes sistemas:

38 $\left.\begin{array}{r} x + 4 > 0 \\ 2x - 3 \leq 1 \end{array}\right\}$

Solución:

$x > -4, x \leq 2$

$(-4, 2] = \{x \in \mathbb{R}, -4 < x \leq 2\}$



39 $\left.\begin{array}{l} x - 1 \geq 0 \\ x + 2 < 0 \end{array}\right\}$

Solución:

$x \geq 1, x < -2$

No hay solución; la intersección de los dos es el conjunto vacío, $\varnothing$

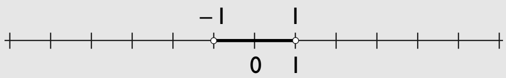
2. Inecuaciones polinómicas y racionales

Resuelve las siguientes inecuaciones y haz la interpretación gráfica:

40 $x^2 - 1 < 0$

Solución:

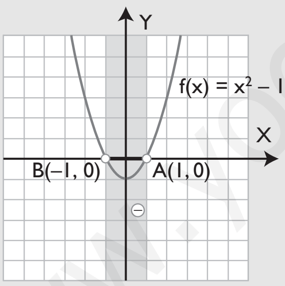
$(-1, 1) = \{x \in \mathbb{R}, -1 < x < 1\}$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

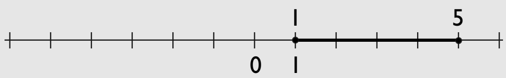
$f(x) = x^2 - 1$ es negativa.



41 $-x^2 + 6x - 5 \geq 0$

Solución:

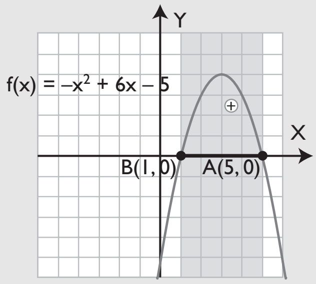
$[1, 5] = \{x \in \mathbb{R}, 1 \leq x \leq 5\}$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

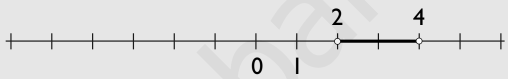
$y = -x^2 + 6x - 5$ es positiva o nula.



42 $x^2 - 6x + 8 < 0$

Solución:

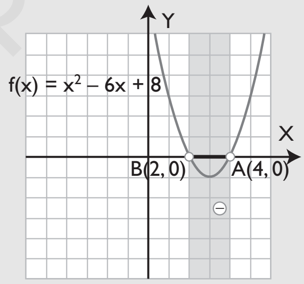
$(2, 4) = \{x \in \mathbb{R}, 2 < x < 4\}$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

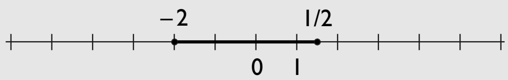
$y = x^2 - 6x + 8$ es negativa.



43 $2x^2 + 3x - 2 \leq 0$

Solución:

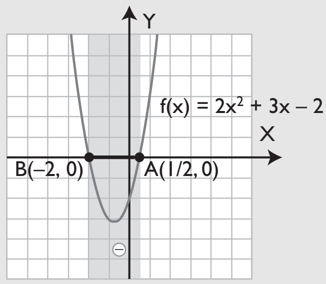
$[-2, 1/2] = \{x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 1/2\}$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

$f(x) = 2x^2 + 3x - 2$ es negativa o nula.

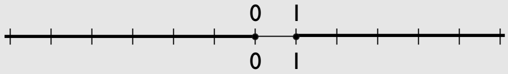


44 $x^2 \geq x$

Solución:

$x^2 - x \geq 0$

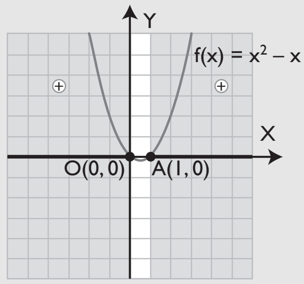
$(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

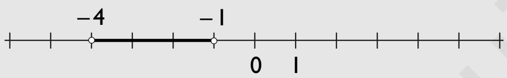
$f(x) = x^2 - x$ es positiva o nula.



45 $x^2 + 5x + 4 < 0$

Solución:

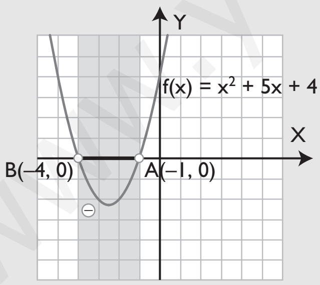
$(-4, -1) = \{x \in \mathbb{R}, -4 < x < -1\}$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

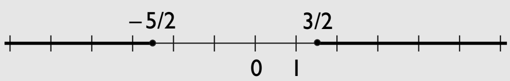
$f(x) = x^2 + 5x + 4$ es negativa o nula.



46 $x^2 + x \geq \dfrac{15}{4}$

Solución:

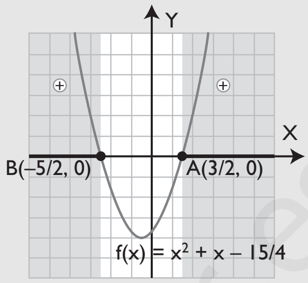
$(-\infty, -5/2] \cup [3/2, +\infty)$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

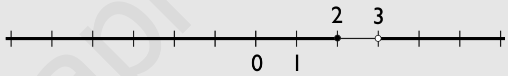
$f(x) = x^2 + x - \dfrac{15}{4}$ es positiva o nula.



47 $\dfrac{x-2}{x-3} \geq 0$

Solución:

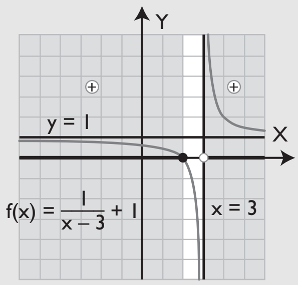
$(-\infty, 2] \cup (3, +\infty)$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la hipérbola:

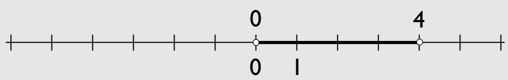
$y = \dfrac{x-2}{x-3}$ es positiva o nula.



48 $\dfrac{x-4}{x} < 0$

Solución:

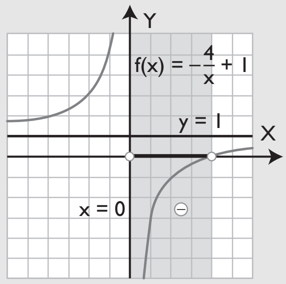
$(0, 4) = \{x \in \mathbb{R}, 0 < x < 4\}$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la hipérbola:

$y = \dfrac{x-4}{x}$ es negativa.

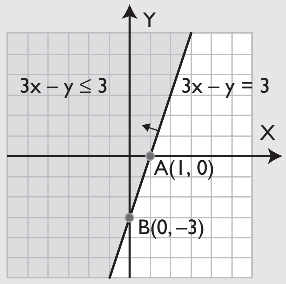


3. Inecuaciones lineales con dos variables

Resuelve las siguientes inecuaciones:

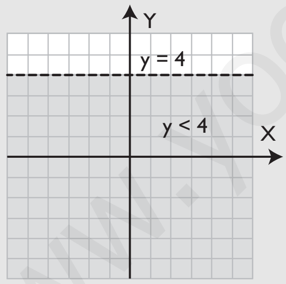
49 $3x - y \leq 3$

Solución



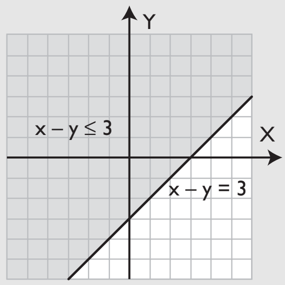
50 $y < 4$

Solución



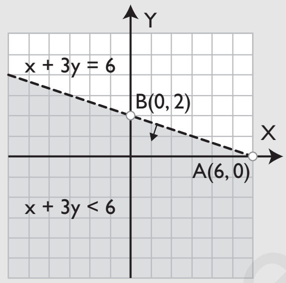
51 $x - y \leq 3$

Solución

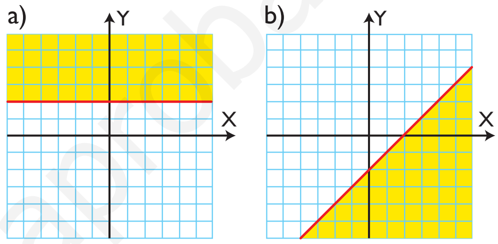


52 $x + 3y < 6$

Solución



53 Escribe la inecuación correspondiente a la zona coloreada de las siguientes figuras:



Solución:

a) $y \geq 2$

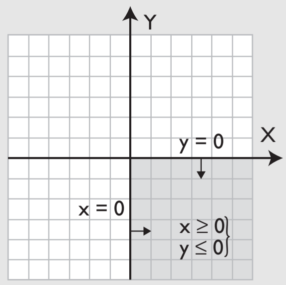
b) $x - y \geq 2$

4. Sistemas de inecuaciones lineales con dos variables

Resuelve mentalmente los siguientes sistemas de inecuaciones:

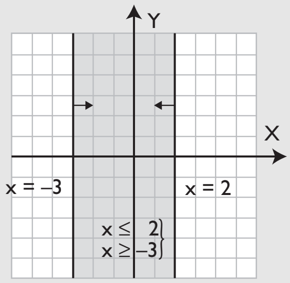
54 $\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{array}\right\}$

Solución



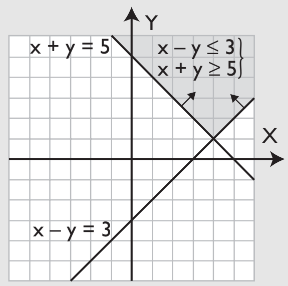
55 $\left.\begin{array}{l} x \leq 2 \\ x \geq -3 \end{array}\right\}$

Solución



56 $\left.\begin{array}{l} x - y \le 3 \\ x + y \ge 5 \end{array}\right\}$

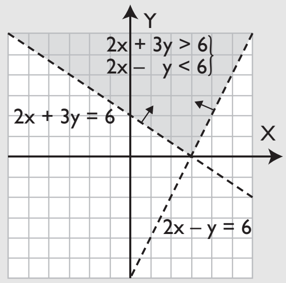
Solución



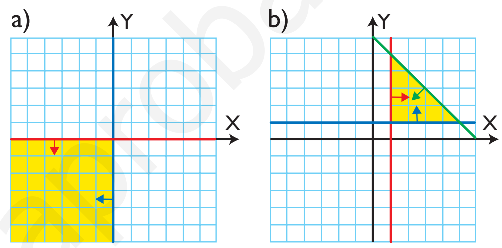
57 Resuelve mentalmente el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y > 6 \\ 2x - y < 6 \end{array}\right\}$$

Solución



58 Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona coloreada de cada una de las siguientes figuras:



Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} x \le 0 \\ y \le 0 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} x \ge 1 \\ y \ge 1 \\ x + y \le 6 \end{array}\right\}$

Para ampliar

Resuelve las siguientes inecuaciones:

59 $x - 3(x - 2) < 11 - 4x$

Solución:

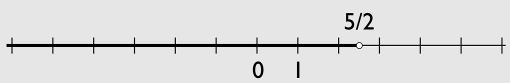
$x - 3x + 6 < 11 - 4x$

$x - 3x + 4x < 11 - 6$

$2x < 5$

$x < 5/2$

$(-\infty, 5/2) = \{x \in \mathbb{R}, x < 5/2\}$



60 $3(2x - 1) > 2x + 6x + 1$

Solución:

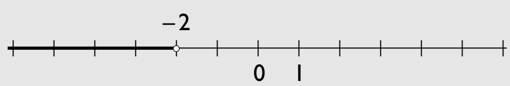
$6x - 3 > 2x + 6x + 1$

$6x - 2x - 6x > 1 + 3$

$-2x > 4$

$x < -2$

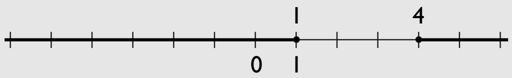
$(-\infty, -2) = \{x \in \mathbb{R}, x < -2\}$



61 $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

Solución:

$(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$



62 $x^2 + 4x + 5 < 0$

Solución:

La ecuación:

$x^2 + 4x + 5 = 0$

No tiene soluciones reales; por tanto, la solución es el conjunto vacío, $\varnothing$, o toda la recta real, $\mathbb{R}$

Si se prueba un punto, $x = 0$, quedaría:

$5 < 0$

Esto es falso, por tanto, la solución es el conjunto vacío, $\varnothing$

63 $\dfrac{3x + 3}{x + 2} \leq 0$

Solución:

Raíz del numerador: $x = -1$

Raíz del denominador: $x = -2$

Para $x = 0 \Rightarrow 3/2$ que no es ≤ 0

$(-2, -1] = \{x \in \mathbb{R}, -2 < x \leq -1\}$

64 $\dfrac{2x + 2}{x - 2} > 0$

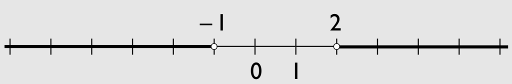
Solución:

Raíz del numerador: $x = -1$

Raíz del denominador: $x = 2$

Para $x = 0 \Rightarrow -1$ que no es > 0

$(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$



Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

65 $\left.\begin{array}{l} 2x + 3 > 1 \\ 4x + 5 \leq 9 + 3x \end{array}\right\}$

Solución:

Primera ecuación:

$2x + 3 > 1$

$2x > -2$

$x > -1$

Segunda ecuación:

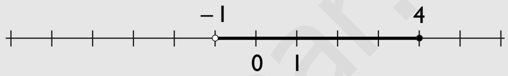
$4x + 5 \leq 9 + 3x$

$4x - 3x \leq 9 - 5$

$x \leq 4$

La solución es el intervalo:

$(-1, 4] = \{x \in \mathbb{R}, -1 < x \leq 4\}$



66 $\left.\begin{array}{l} -13x + 21 \leq 2 - 3(5x - 7) \\ x + 2(3x - 5) > 6x - 7 \end{array}\right\}$

Solución:

Primera ecuación:

$-13x + 21 \leq 2 - 3(5x - 7)$

$-13x + 21 \leq 2 - 15x + 21$

$-13x + 15x \leq 2 + 21 - 21$

$2x \leq 2$

$x \leq 1$

Segunda ecuación:

$x + 2(3x - 5) > 6x - 7$

$x + 6x - 10 > 6x - 7$

$x + 6x - 6x > -7 + 10$

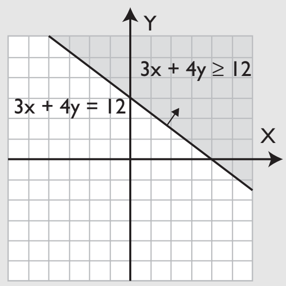
$x > 3$

La solución es el conjunto vacío, $\varnothing$, ya que no hay puntos comunes a las soluciones de las dos ecuaciones que forman el sistema.

Resuelve gráficamente la inecuación:

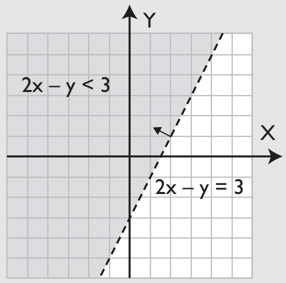
67 $3x + 4y \geq 12$

Solución:



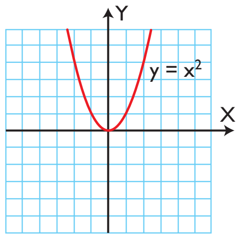
68 $2x - y < 3$

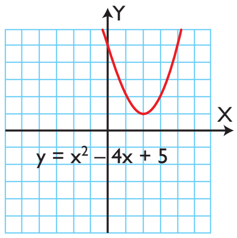
Solución:



69 Observando las siguientes representaciones gráficas, escribe directamente las soluciones de las inecuaciones correspondientes:

a) $x^2 \geq 0$ b) $x^2 - 4x + 5 \leq 0$





Solución:

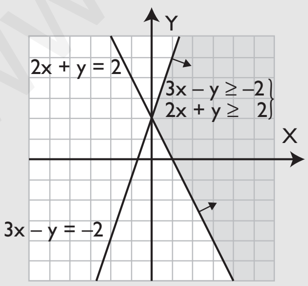
a) Es toda la recta real, $\mathbb{R}$

b) Es el conjunto vacío, $\varnothing$

Resuelve gráficamente el sistema de inecuaciones:

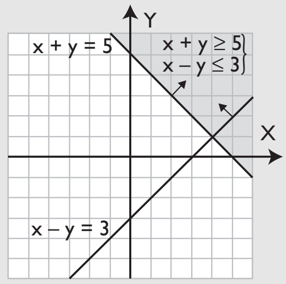
70 $\left.\begin{array}{l} 3x - y \geq -2 \\ 2x + y \geq 2 \end{array}\right\}$

Solución:



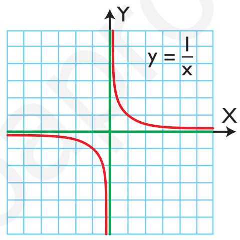
71 $\left.\begin{array}{l} x + y \geq 5 \\ x - y \leq 3 \end{array}\right\}$

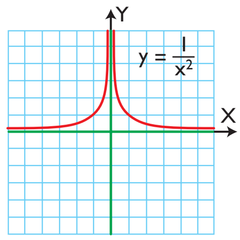
Solución:



72 Observando las siguientes representaciones gráficas, escribe directamente las soluciones de las inecuaciones correspondientes:

a) $\dfrac{1}{x} \leq 0$ b) $\dfrac{1}{x^2} \geq 0$





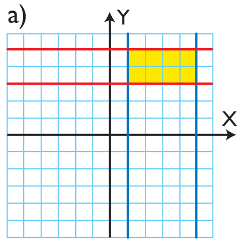
Solución:

a) $(-\infty, 0) = \{x \in \mathbb{R}, x < 0\}$

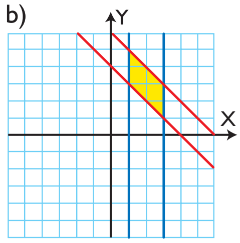
b) $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

73 Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona rellena de cada una de las siguientes figuras:

a)



b)



Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \leq 5 \\ y \geq 3 \\ y \leq 5 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \leq 3 \\ x + y \geq 4 \\ x + y \leq 6 \end{array}\right\}$

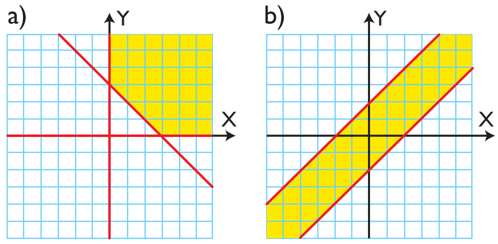
74 El perímetro de un triángulo equilátero es menor o igual que 18 m. Calcula cuánto puede medir el lado.

Solución:

$3x \le 18$

$x \le 6$ m

75 Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona rellena de cada una de las siguientes figuras:



Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ x + y \ge 3 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} x - y \le 2 \\ x - y \ge -2 \end{array}\right\}$

Problemas

76 Dada la función $f(x) = 2x - 6$, halla:

a) cuándo vale cero.

b) cuándo es positiva.

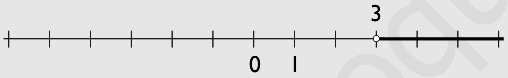
c) cuándo es negativa.

d) Represéntala para comprobarlo.

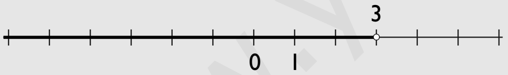
Solución:

a) $2x - 6 = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

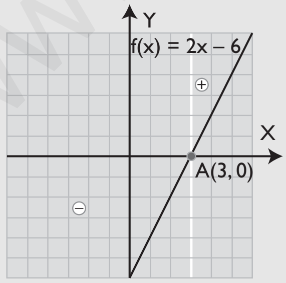
b) $2x - 6 > 0 \Rightarrow x > 3$



c) $2x - 6 < 0 \Rightarrow x < 3$



d) Representación:



77 Dada la función $f(x) = 1 - x^2$, halla:

a) cuándo vale cero.

b) cuándo es positiva.

c) cuándo es negativa.

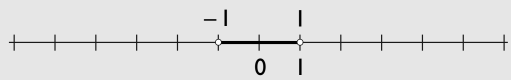
d) Represéntala para comprobarlo.

Solución:

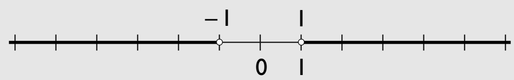
a) $1 - x^2 = 0 \Rightarrow -x^2 = -1$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

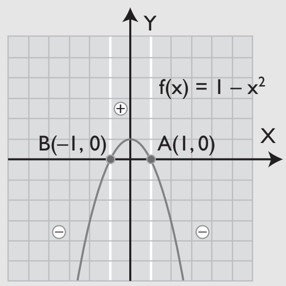
b) $(-1, 1) = \{x \in \mathbb{R}, -1 < x < 1\}$



c) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$



d) Representación:



78 Dada la función $f(x) = \dfrac{2}{x}$, halla:

a) cuándo vale cero.

b) cuándo es positiva.

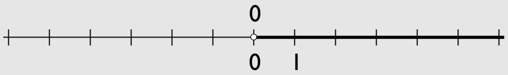
c) cuándo es negativa.

d) Represéntala para comprobarlo.

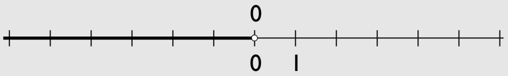
Solución:

a) Nunca vale cero.

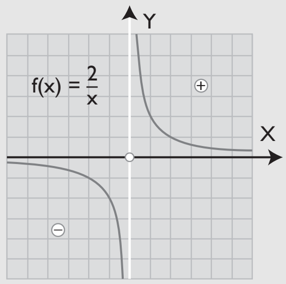
b) $(0, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$



c) $(-\infty, 0) = \{x \in \mathbb{R}, x < 0\}$



d) Representación:



79 El perímetro de un cuadrado es menor o igual que 20 m. Calcula cuánto puede medir el lado.

Solución:

$4x \leq 20$

$x \leq 5$

80 Un comerciante desea comprar frigoríficos y lavadoras, que cuestan 500 € y 400 €, respectivamente. Si solo dispone de sitio para almacenar 50 electrodomésticos, y de 22 000 € para invertir, representa en el plano el recinto de todas las posibles soluciones de la cantidad de frigoríficos y lavadoras que puede comprar.

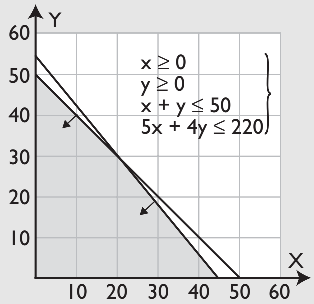
Solución:

Frigoríficos: x

Lavadoras: y

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 50 \\ 500x + 400y \leq 22\,000 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 50 \\ 5x + 4y \leq 220 \end{array}\right\}$$



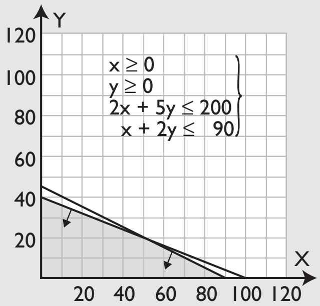
81 Un fabricante vende sillas y mesas. Para su fabricación, necesita 2 h y 5 h, respectivamente, de trabajo manual y 1 h y 2 h para pintarlas. Si el fabricante no puede sobrepasar las 200 horas de trabajo manual y 90 horas de pintura, representa en el plano el recinto de las posibles soluciones.

Solución:

Sillas: x

Mesas: y

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 5y \leq 200 \\ x + 2y \leq 90 \end{array}\right\}$$

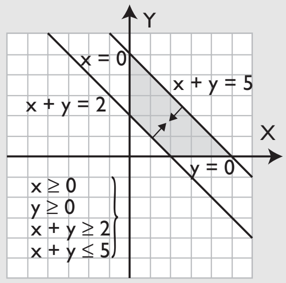


Para profundizar

Resuelve gráficamente los sistemas de inecuaciones:

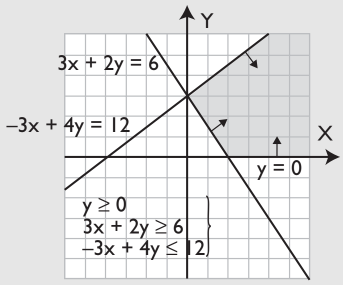
82 $\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 5 \end{array}\right\}$

Solución:



83 $\left.\begin{array}{l} y \geq 0 \\ 3x + 2y \geq 6 \\ -3x + 4y \leq 12 \end{array}\right\}$

Solución:



84 Dada la función $f(x) = |x|$, halla:

a) cuándo vale cero.

b) cuándo es positiva.

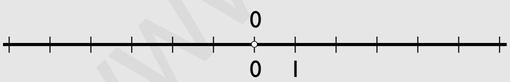
c) cuándo es negativa.

d) Represéntala para comprobarlo.

Solución:

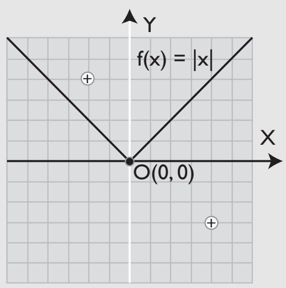
a) $|x| = 0 \Rightarrow x = 0$

b) $|x| > 0$ siempre que $x \neq 0$



c) $|x| < 0$ nunca, es decir, es el conjunto vacío, $\varnothing$

d) Representación:



85 Dada la función $f(x) = -x^2 + 2x - 1$, halla:

a) cuándo vale cero.

b) cuándo es positiva.

c) cuándo es negativa.

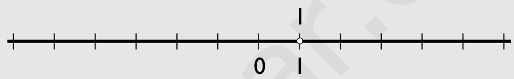
d) Represéntala para comprobarlo.

Solución:

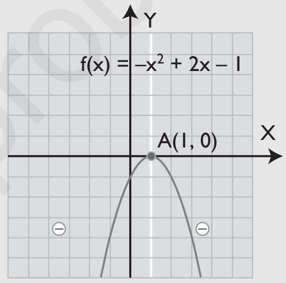
a) $-x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$, raíz doble.

b) Nunca es positiva, es decir, es el conjunto vacío, $\varnothing$

c) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \neq 1\}$



d) Representación:

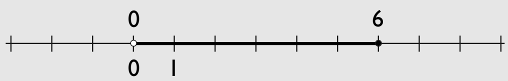


86 El área de un cuadrado es menor o igual que 36 m². Calcula cuánto puede medir el lado.

Solución:

$\left.\begin{array}{l} x > 0 \\ x^2 \leq 36 \end{array}\right\}$

$(0, 6] = \{x \in \mathbb{R}, 0 < x \leq 6\}$



87 Un agricultor puede sembrar en sus tierras, como máximo, 4 hectáreas de trigo y 6 hectáreas de centeno. La producción de trigo, por cada hectárea sembrada, es de 4 toneladas, mientras que la producción de centeno, también por hectárea sembrada, es de 2 toneladas, pudiendo producir un máximo de 20 toneladas entre los dos cereales. Representa en el plano el recinto de las posibles soluciones.

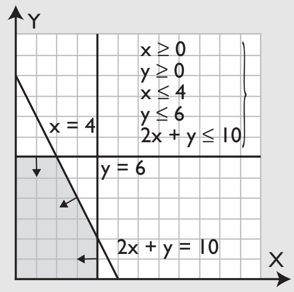
Solución:

Hectáreas de trigo: x

Hectáreas de centeno: y

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 4 \\ y \leq 6 \\ 4x + 2y \leq 20 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 4 \\ y \leq 6 \\ 2x + y \leq 10 \end{array}\right\}$$



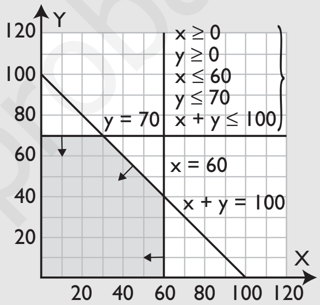
88 El número de unidades de dos productos (A y B) que un comercio puede vender es, como máximo, igual a 100. Dispone de 60 unidades de producto de tipo A y de 70 unidades de tipo B. Representa en el plano el recinto de las posibles soluciones.

Solución:

Unidades producto A: x

Unidades producto B: y

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 60 \\ y \leq 70 \\ x + y \leq 100 \end{array}\right\}$$



Aplica tus competencias

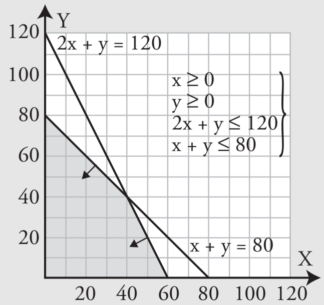
89 Una fábrica monta ordenadores e impresoras. Un ordenador necesita 2 h para su montaje, y una impresora, 1 h. Diariamente dispone de 120 h de trabajo y de una capacidad de almacenaje de 80 unidades. Si el ordenador y la impresora tienen las mismas dimensiones y, por lo tanto, ocupan el mismo espacio en el almacén, ¿cuántos ordenadores e impresoras se pueden montar cada día?

Solución:

Número de ordenadores: x

Número de impresoras: y

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 120 \\ x + y \leq 80 \end{array}\right\}$$



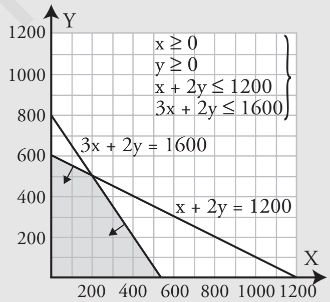
90 Los alumnos de un centro educativo pretenden vender dos tipos de lotes, A y B, para sufragar los gastos del viaje de estudios. Cada lote de tipo A consta de una caja de mantecadas y tres participaciones de lotería; cada lote del tipo B consta de dos cajas de mantecadas y dos participaciones de lotería. Por razones de almacenamiento, pueden disponer a lo sumo de 1 200 cajas de mantecadas. Los alumnos solo cuentan con 1 600 participaciones de lotería, y desean maximizar sus beneficios. ¿Cuántos lotes pueden hacer de cada tipo?

Solución:

Unidades de lote A: x

Unidades de lote B: y

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 1\,200 \\ 3x + 2y \leq 1\,600 \end{array}\right\}$$



Comprueba lo que sabes

1 Define qué es una inecuación racional y pon un ejemplo; no es necesario que la resuelvas.

Solución:

Una **inecuación racional** es una expresión de la forma:

$\dfrac{P(x)}{Q(x)} < 0$ P(x) y Q(x) son polinomios

donde el operador < puede ser: ≤, > o ≥

Ejemplo

$\dfrac{x+1}{x-2} \geq 0$

2 Resuelve la siguiente inecuación:

$2x + 7 \leq 3(4x - 1)$

Solución:

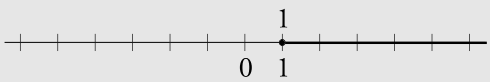
$2x + 7 \leq 12x - 3$

$2x - 12x \leq -3 - 7$

$-10x \leq -10$

$x \geq 1$

$[1, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 1\}$

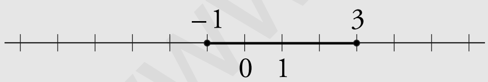


3 Resuelve la siguiente inecuación:

$-x^2 + 2x + 3 \geq 0$

Solución:

$[-1, 3] = \{x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 3\}$

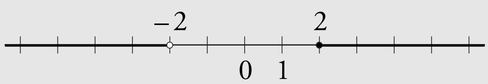


4 Resuelve la siguiente inecuación:

$\dfrac{x-2}{x+2} \geq 0$

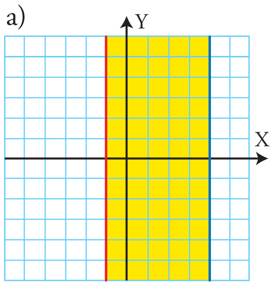
Solución:

$(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

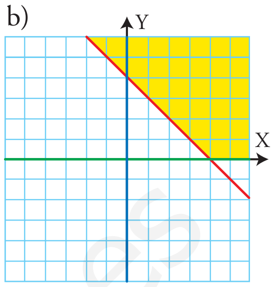


5 Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona coloreada de cada una de las figuras del margen:

a)



b)



Solución:

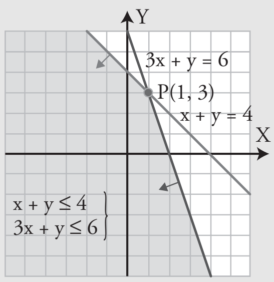
a) $\left.\begin{array}{l} x \geq -1 \\ x \leq 4 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \end{array}\right\}$

6 Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$\left.\begin{array}{r} x + y \leq 4 \\ 3x + y \leq 6 \end{array}\right\}$

Solución:



7 Dada la función: $f(x) = 4 - x^2$, halla:

a) cuándo vale cero.

b) cuándo es positiva.

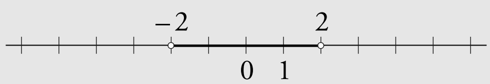
c) cuándo es negativa.

d) Represéntala para comprobarlo.

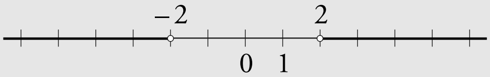
a) $4 - x^2 = 0 \Rightarrow -x^2 = -4$

$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

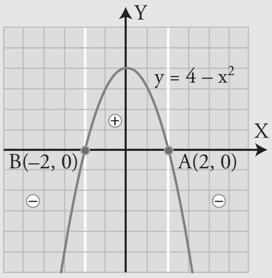
b) $(-2, 2) = \{x \in \mathbb{R}, -2 < x < 2\}$



c) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$



d) Representación:

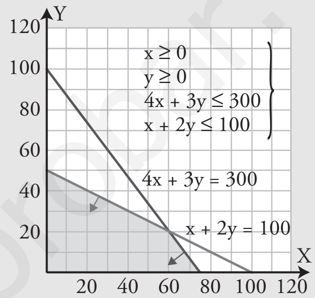


8 Un pastelero produce dos tipos de bollos. El tipo A lleva 400 g de harina y 100 g de azúcar, mientras que los del tipo B llevan 300 g de harina y 200 g de azúcar. Si el pastelero tiene para cada día 30 kg de harina y 10 kg de azúcar, ¿cuántos bollos puede producir de cada tipo?

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 0{,}4x + 0{,}3y \leq 30 \\ 0{,}1x + 0{,}2y \leq 10 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + 3y \leq 300 \\ x + 2y \leq 100 \end{array}\right\}$$



Paso a paso

91 Resuelve el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x - 3 \le 0 \\ x + 2 > 0 \end{array}\right\}$$

Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

92 Resuelve la siguiente inecuación y haz la representación gráfica correspondiente:

$$x^2 - 2x - 3 \ge 0$$

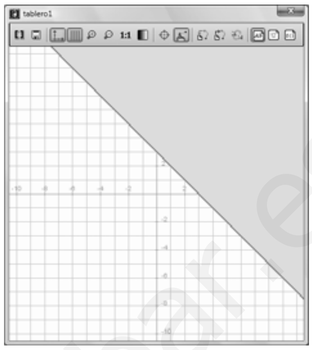
Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

93 Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y \ge 4 \\ 2x + y \ge 5 \end{array}\right\}$$

Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

94 Halla mediante *ensayo-acierto* la inecuación correspondiente a la zona coloreada de la siguiente figura:



Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

95 **Internet.** Abre: **www.editorial-bruno.es** y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

Practica

96 Resuelve la siguiente inecuación:

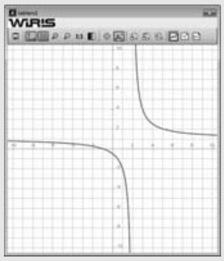
$$x + 7 \le 3x + 4$$

Solución:
$x \ge 3/2$
Es el intervalo: $[3/2, +\infty)$

97 Resuelve la siguiente inecuación y haz la representación gráfica correspondiente:

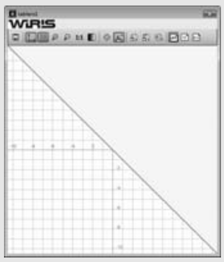
$$\frac{x+1}{x-2} \ge 0$$

Solución:
$x \le -1 / x > 2$
Son los intervalos:
$(-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$



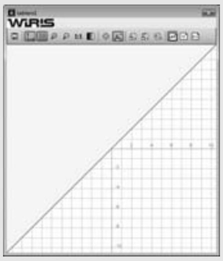
98 Resuelve la siguiente inecuación: $x + y \ge 0$

Solución:



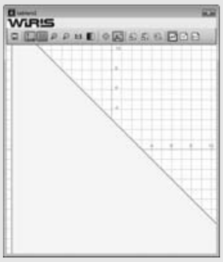
99 Resuelve la siguiente inecuación: $x - y \leq 0$

Solución:



100 Resuelve la siguiente inecuación: $x + y \leq 3$

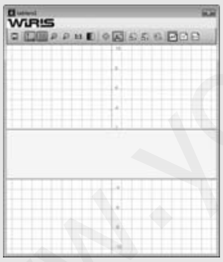
Solución:



101 Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} y \leq 2 \\ y \geq -3 \end{array}\right\}$$

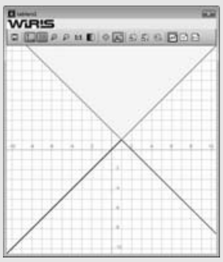
Solución:



102 Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x + y \geq 2 \\ x - y \leq 0 \end{array}\right\}$$

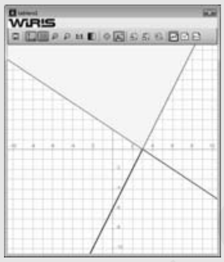
Solución:



103 Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

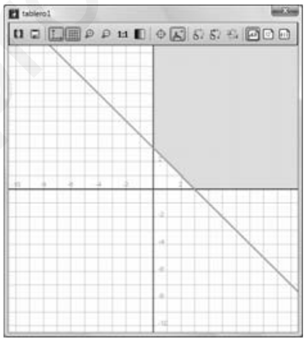
$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y > 6 \\ 2x - \ \ y < 6 \end{array}\right\}$$

Solución:



Halla mediante *ensayo-acierto* cada uno de los sistemas de inecuaciones correspondientes a la zona coloreada de cada una de las siguientes figuras:

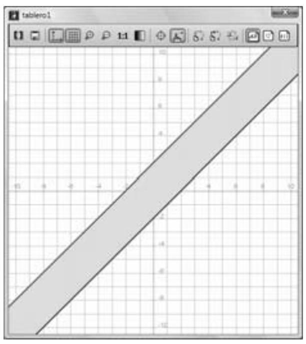
104



Solución:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 3 \end{array}\right\}$$

105



Solución:

$$\left.\begin{array}{l} x - y \leq -2 \\ x - y \geq 2 \end{array}\right\}$$