

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(2x-3)^2 - (3x+1)(2x-3) - 3x^2 = (2x+1)(2x-1) - x$ **(1 punto)**

b) $\frac{4x^2-7}{9} - \frac{(x^2+2)^2}{6} = \frac{(x+2)(x-2)}{18} - 5 \Rightarrow$ **(1,5 puntos)**

c) $\sqrt{2x+6} - 2x = -x - 1$ **(1,5 puntos)**

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que consideres más oportuno:

a)
$$\left. \begin{aligned} \frac{2x-y}{3} - \frac{x-4y}{2} &= \frac{x}{4} + y + 1 \\ 2(x-y) - \frac{y-x}{2} &= \frac{y+3}{5} + 4 \end{aligned} \right\} \text{ (1,5 puntos)}$$

b)
$$\left. \begin{aligned} 2y-1 &= \frac{x-4}{2} \\ \frac{3x-2y}{4} &= x+1 \end{aligned} \right\} \text{ (1,5 puntos)}$$

3. Se han consumido las $\frac{7}{8}$ partes de un bidón de aceite. Reponiendo 38 litros ha quedado lleno hasta sus $\frac{3}{5}$ partes. Calcular la capacidad del bidón. **(1,5 puntos)**

4. Tenemos dos clases de vino: A y B. Mezclados en cantidades iguales resulta un precio de 13,50 euros el litro, mientras que si mezclamos 3 litros de A con 9 litros de B, resulta un precio para la mezcla de 14,25 euros el litro. Calcular los precios de un litro del vino A y de un litro del vino B. **(1,5 puntos)**

(Es obligatorio contemplar los siguientes apartados para hacer los problemas: presentación de las incógnitas, planteamiento, resolución y expresión de las soluciones)

Nota: $\sqrt{484} = 22$; $\sqrt{841} = 29$

Soluciones:

$$\begin{aligned}
1. \text{ a) } (2x-3)^2 - (3x+1)(2x-3) - 3x^2 &= (2x+1)(2x-1) - x \Rightarrow \\
&\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 - (6x^2 - 9x + 2x - 3) - 3x^2 = 4x^2 - 1 - x \Rightarrow \\
&\Rightarrow -5x^2 - 5x + 12 = 4x^2 - 1 - x \Rightarrow 9x^2 + 4x - 13 = 0;
\end{aligned}$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-13) = 484 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 22}{18} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{-26}{18} = \frac{-13}{9} \end{cases}$$

$$b) \frac{4x^2 - 7}{9} - \frac{(x^2 + 2)^2}{6} = \frac{(x+2)(x-2)}{18} - 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4x^2 - 7}{9} - \frac{x^4 + 4x^2 + 4}{6} = \frac{x^2 - 4}{18} - 5 \Rightarrow 8x^2 - 14 - 3x^4 - 12x^2 - 12 = x^2 - 4 - 90 \Rightarrow$$

$\Rightarrow -3x^4 - 4x^2 - 26 = x^2 - 94 \Rightarrow 3x^4 + 5x^2 - 68 = 0$. Esta ecuación es bicuadrada. Haciendo el cambio $x^2 = z$ tenemos la ecuación $3z^2 + 5z - 68 = 0$, ecuación de segundo grado cuyo discriminante es:

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-68) = 25 + 816 = 841. \text{ Entonces:}$$

$$z = \frac{-5 \pm 29}{6} = \begin{cases} z_1 = \frac{24}{6} = 4 \\ z_2 = \frac{-34}{6} = \frac{-17}{3} \end{cases}$$

a. Si $z_1 = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm \sqrt{4} = \pm 2$.

b. Si $z_2 = \frac{-17}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{-17}{3}$, que no tiene solución.

$$c) \sqrt{2x+6} - 2x = -x - 1 \Rightarrow \sqrt{2x+6} = x - 1 \Rightarrow (\sqrt{2x+6})^2 = (x-1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x + 6 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{10}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

- $x = 5$ sí es solución pues $\sqrt{2 \cdot 5 + 6} - 2 \cdot 5 = \sqrt{16} - 4 = 4 - 10 = -6 = -5 - 1$

- $x = -1$ no es solución pues

$$\sqrt{2 \cdot (-1) + 6} - 2 \cdot (-1) = \sqrt{4} + 2 = 2 + 2 = 4 \neq -(-1) - 1 = 0$$

$$2. \text{ a) } \left. \begin{aligned} \frac{2x-y}{3} - \frac{x-4y}{2} &= \frac{x}{4} + y + 1 \\ 2(x-y) - \frac{y-x}{2} &= \frac{y+3}{5} + 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 8x - 4y - 6x + 24y = 3x + 12y + 12 \\ 20x - 20y - 10y + 10x = 2y + 6 + 40 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x + 8y = 12 \\ 30x - 32y = 46 \end{cases} \Rightarrow \text{(por reducción, multiplicando la primera ecuación por 4)} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -4x + 32y = 48 \\ 30x - 32y = 46 \end{cases} \Rightarrow 26x = 94 \Rightarrow x = \frac{94}{26} \Rightarrow x = 4. \text{ Sustituyendo en } -x + 8y = 12 :$$

$$-4 + 8y = 12 \Rightarrow 8y = 16 \Rightarrow y = 2.$$

$$b) \begin{cases} 2y - 1 = \frac{x-4}{2} \\ \frac{3x-2y}{4} = x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y - 2 = x - 4 \\ 3x - 2y = 4x + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 4y = -2 \\ -x - 2y = 4 \end{cases} . \text{ Por reducción, restando ambas ecuaciones:}$$

$$6y = -6 \Rightarrow y = -1. \text{ Sustituyendo en } -x + 4y = -2 \text{ se tiene:}$$

$$-x + 4(-1) = -2 \Rightarrow -x - 4 = -2 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2.$$

3. Llamemos x a la capacidad del bidón. Como se ha consumido las $\frac{7}{8}$ partes, queda $\frac{1}{8}$ parte de aceite en el bidón.

$$\text{Entonces: } \frac{1}{8}x + 38 = \frac{3}{5}x. \text{ Resolviendo la ecuación:}$$

$$5x + 1520 = 24x \Rightarrow -19x = -1520 \Rightarrow x = \frac{-1520}{-19} \Rightarrow x = 80$$

Por tanto la capacidad del bidón es de 80 litros.

4. Supongamos que el precio de vino A es x euros el litro y que el precio del vino B es y euros el litro. Si mezclamos un litro de vino A con un litro de vino B (cantidades iguales) obtenemos dos litros de mezcla, que valen $2 \cdot 13,50 = 27$ euros. Si mezclamos 3 litros de vino A con 9 litros de vino B obtenemos 12 litros de mezcla, que valen $12 \cdot 14,25 = 171$ euros. Por tanto el planteamiento es el siguiente:

$$\begin{cases} x + y = 27 \\ 3x + 9y = 171 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por reducción:

$$\begin{cases} -3x + -3y = -81 \\ 3x + 9y = 171 \end{cases} \Rightarrow 6y = 90 \Rightarrow y = 15.$$

$$\text{Sustituyendo en } x + y = 27 \Rightarrow x + 15 = 27 \Rightarrow x = 12.$$

Por tanto el precio del vino A es de 12 euros el litro, y el precio del vino B es de 15 euros el litro.