

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $(4+x)^2 - (2x+5)(3x+4) = x^2 - 1 + (2x+5)(1-x)$  **(1 punto)**

b)  $\frac{(x^2-2)^2}{4} - \frac{3x^2-4}{2} = \frac{(x+1)(x-1)}{3} - 4$  **(1,5 puntos)**

c)  $x + \sqrt{5x+10} = 8$  **(1,5 puntos)**

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que consideres más oportuno:

a) 
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{2} = 1 \\ 3x - \frac{2y}{3} = 13 \end{array} \right\} \text{ (1,5 puntos)}$$

b) 
$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{x}{4} \\ \frac{3x}{2} = \frac{7+10y}{4} \end{array} \right\} \text{ (1,5 puntos)}$$

3. La edad de Juan es doble que la de José. Si Juan tuviera 10 años menos y José 5 años más, los dos tendrían la misma edad. ¿Qué edad tienen? **(1,5 puntos)**

4. Salí de viaje con el depósito de gasolina lleno. El primer día consumí la tercera parte del depósito. El segundo día me quedé en una ciudad y sólo gasté 12 litros. El tercer día consumí los  $\frac{5}{6}$  de la gasolina que quedaba, y entonces, finalmente, me quedó el depósito con 6 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito? **(1,5 puntos)**

**(Es obligatorio contemplar los siguientes apartados para hacer los problemas: presentación de las incógnitas, planteamiento, resolución y expresión de las soluciones)**

**Soluciones:**

$$\begin{aligned}
 1. \text{ a) } & (4+x)^2 - (2x+5)(3x+4) = x^2 - 1 + (2x+5)(1-x) \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 16 + 8x + x^2 - (6x^2 + 8x + 15x + 20) = x^2 - 1 + 2x - 2x^2 + 5 - 5x \Rightarrow \\
 & \Rightarrow -5x^2 - 15x - 4 = -x^2 - 3x + 4 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-2}{2} = -1 \\ x_2 = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \frac{(x^2-2)^2}{4} - \frac{3x^2-4}{2} = \frac{(x+1)(x-1)}{3} - 4 \Rightarrow \frac{x^4-4x^2+4}{4} - \frac{3x^2-4}{2} = \frac{x^2-1}{3} - 4 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 3x^4 - 12x^2 + 12 - 18x^2 + 24 = 4x^2 - 4 - 48 \Rightarrow 3x^4 - 30x^2 + 36 = 4x^2 - 52 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 3x^4 - 34x^2 + 88 = 0. \text{ Ecuación bicuadrada. Haciendo el cambio } x^2 = z, \text{ tenemos la ecuación} \\
 & 3z^2 - 34z + 88 = 0, \text{ ecuación de segundo grado cuyo discriminante es:} \\
 & \Delta = (-34)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 88 = 1156 - 1056 = 100. \text{ Entonces:}
 \end{aligned}$$

$$z = \frac{34 \pm 10}{6} = \begin{cases} z_1 = \frac{44}{6} = \frac{22}{3} \\ z_2 = \frac{24}{6} = 4 \end{cases}$$

$$\text{a. Si } z_1 = \frac{22}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{22}{3} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{22}{3}}$$

$$\text{b. Si } z_2 = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm \sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & x + \sqrt{5x+10} = 8 \Rightarrow \sqrt{5x+10} = 8-x \Rightarrow (\sqrt{5x+10})^2 = (8-x)^2 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 5x+10 = 64 - 16x + x^2 \Rightarrow x^2 - 21x + 54 = 0
 \end{aligned}$$

$$\Delta = (-21)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 54 = 441 - 216 = 225 \Rightarrow x = \frac{21 \pm 15}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{36}{2} = 18 \\ x_2 = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

- $x = 18$  no es solución pues  $18 + \sqrt{5 \cdot 18 + 10} = 18 + \sqrt{100} = 18 + 10 = 28 \neq 8$

- $x = 3$  sí es solución pues  $3 + \sqrt{5 \cdot 3 + 10} = 3 + \sqrt{25} = 3 + 5 = 8$

$$2. \text{ a) } \left. \begin{aligned} \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{2} &= 1 \\ 3x - \frac{2y}{3} &= 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x+y-2x+2y &= 4 \\ 9x-2y &= 39 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} -x+3y &= 4 \\ 9x-2y &= 39 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

(por reducción, multiplicando la primera ecuación por 9)  $\Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} -9x+27y &= 36 \\ 9x-2y &= 39 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 25y = 75 \Rightarrow y = \frac{75}{25} \Rightarrow y = 3. \text{ Sustituyendo en } -x+3y=4:$$

$$-x+3 \cdot 3 = 4 \Rightarrow -x+9 = 4 \Rightarrow -x = 4-9 \Rightarrow -x = -5 \Rightarrow x = 5.$$

b) 
$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{x}{4} \\ \frac{3x}{2} = \frac{7+10y}{4} \end{array} \right\} \text{ De la primera ecuación se obtiene } x = 4y . \text{ Sustituyendo en la segunda:}$$

$$\frac{12y}{2} = \frac{7+10y}{4} \Rightarrow 24y = 7+10y \Rightarrow 14y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{14} \Rightarrow y = \frac{1}{2} .$$

Sustituyendo ahora este valor en  $x = 4y$  obtenemos:  $x = 4 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2 .$

3. Llamemos  $x$  a la edad de Juan e  $y$  a la edad de José. Entonces:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2y \\ x - 10 = y + 5 \end{array} \right\} . \text{ Resolviendo por sustitución: } 2y - 10 = y + 5 \Rightarrow y = 15 . \text{ Sustituyendo}$$

en  $x = 2y \Rightarrow x = 2 \cdot 15 \Rightarrow x = 30 .$

Por tanto Juan tiene 30 años y José 15 años.

4. Llamemos  $x$  al contenido del depósito y anotemos los datos en una tabla:

	Consumo	Quedan
Primer día	$\frac{x}{3}$	$x - \frac{x}{3} = \frac{3x}{3} - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$
Segundo día	12	$\frac{2x}{3} - 12 = \frac{2x-36}{3}$
Tercer día	$\frac{5}{6} \left( \frac{2x-36}{3} \right) = \frac{10x-180}{18}$	$\frac{2x-36}{3} - \frac{10x-180}{18} =$ $= \frac{12x-216}{18} - \frac{10x-180}{18} = \frac{2x-36}{18}$

Entonces, como finalmente quedaron 6 litros en el depósito:  $\frac{2x-36}{18} = 6 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x - 36 = 108 \Rightarrow 2x = 144 \Rightarrow x = 72$$

Es decir, el depósito tiene una capacidad de 72 litros.