

1. Resuelve las siguientes ecuaciones. **(4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado)**

a) $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$

b) $(x+1)^2 - (x-2)^2 = (x+3)^2 + x^2 - 20$

c) $\sqrt{x-2} = 3 - \sqrt{x+1}$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno **(1,5 puntos)**

$$\left. \begin{array}{l} (x+y)(x-y) = 7 \\ 3x - 4y = 0 \end{array} \right\}$$

3. Un empresario reparte cierta cantidad de dinero entre sus empleados. Si fueran 4 empleados más le correspondería a cada uno 500 euros, pero si fueran 8 menos le tocarían a cada uno 1000 euros. ¿Cuántos empleados tiene? ¿Cuánto le toca a cada uno? **(1,5 puntos)**

4. Realiza la siguiente división utilizando la regla de Ruffini:

$$(3x^5 - 2x^3 + x^4 - 2x + 1) : (x + 2)$$

Escribe quién es el cociente C(x) y el resto R. **(0,5 puntos)**

5. Hallar el valor de m para que al dividir el polinomio $kx^3 + (k+1)x^2 - kx - 5$ entre $x - 2$ el resto sea 7. **(1 punto)**

6. Factorizar el polinomio: $x^6 - 9x^5 + 24x^4 - 20x^3$. **(1 punto)**

$$\textcircled{1} \text{ a) } \frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1 \Rightarrow \frac{8(x-6)}{(x+6)(x-6)} + \frac{(12-x)(x+6)}{(x+6)(x-6)} = \frac{(x+6)(x-6)}{(x+6)(x-6)}$$

$$\Rightarrow 8x - 48 + 12x + 72 - x^2 - 6x = x^2 - 36 \Rightarrow -x^2 + 14x + 24 = x^2 - 36$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 14x - 60 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x - 30 = 0$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30) = 169; \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{7 \pm 13}{2} = \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } (x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 4x + 4) = x^2 + 6x + 9 + x^2 - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x - 3 = 2x^2 + 6x - 11 \Rightarrow -2x^2 + 8 = 0 \Rightarrow -2x^2 = -8$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \underline{x = \pm 2}$$

$$\text{c) } (\sqrt{x-2})^2 = (3-\sqrt{x+1})^2 \Rightarrow x-2 = 9 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{x+1} + x+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-2 = x+10 - 6\sqrt{x+1} \Rightarrow 6\sqrt{x+1} = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (6\sqrt{x+1})^2 = 12^2 \Rightarrow 36(x+1) = 144 \Rightarrow 36x + 36 = 144$$

$$\Rightarrow 36x = 108 \Rightarrow \underline{x = 3}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases} \rightarrow 3x = 4y \Rightarrow x = \frac{4y}{3} \quad \text{Sustituyendo en la 1}^\circ:$$

$$\left(\frac{4y}{3}\right)^2 - y^2 = 7 \Rightarrow \frac{16y^2}{9} - y^2 = 7 \Rightarrow 16y^2 - 9y^2 = 63$$

$$7y^2 = 63 \Rightarrow y^2 = \frac{63}{7} = 9 \Rightarrow \underline{y_1 = 3}, \underline{y_2 = -3}$$

$$* \text{ Si } y = 3 \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 3}{3} \Rightarrow \underline{x_1 = 4}$$

$$* \text{ Si } y = -3 \Rightarrow x = \frac{4 \cdot (-3)}{3} \Rightarrow \underline{x_2 = -4}$$

$\textcircled{3}$ Llamemos x al número de empleados. Entonces:

$$(x+4) \cdot 500 = (x-8) \cdot 1000; \quad 500x + 2000 = 1000x - 8000;$$

$$-500x = -10000 \Rightarrow \underline{x = 20}$$

* El empresario tiene pues 20 empleados.

Por una regla de 3 simple inversa:

$$\begin{array}{l} 24 \text{ empleados} - 500 \text{ €} \\ 20 \text{ empleados} - x \end{array} \left\{ \Rightarrow x = \frac{24 \cdot 500}{20} \approx 600 \text{ €} \right.$$

* Por tanto cada empleado toca a 600 €

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 4) & 3 & 1 & -2 & 0 & -2 & 1 \\ & -2 & & -6 & 10 & -16 & 32 & -60 \\ \hline & 3 & -5 & 8 & -16 & 30 & -59 \end{array}$$

Cociente: $C(x) = 3x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 16x + 30$

Resto: $R = -59$

5) Por el teorema del resto $P(2) = 7$. Entonces:

$$k \cdot 2^3 + (k+1)2^2 - k \cdot 2 - 5 = 7 \Rightarrow 8k + 4(k+1) - 2k - 5 = 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8k + 4k + 4 - 2k - 5 = 7 \Rightarrow 10k = 8 \Rightarrow k = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

6) Sacamos x^3 factor común:

$$x^6 - 9x^5 + 24x^4 - 20x^3 = x^3(x^3 - 9x^2 + 24x - 20).$$

Ahora factorizamos el polinomio $x^3 - 9x^2 + 24x - 20$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -9 & 24 & -20 \\ 2 & & 2 & -14 & 20 \\ \hline & 1 & -7 & 10 & 0 \\ 2 & & 2 & -10 & \\ \hline & 1 & -5 & 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 9x^2 + 24x - 20 = (x-2)(x^2 - 7x + 10) \\ x^2 - 7x + 10 = (x-2)(x-5) \end{array}$$

Por tanto la factorización es:

$$x^6 - 9x^5 + 24x^4 - 20x^3 = x^3(x-2)(x-2)(x-5) = \underline{\underline{x^3(x-2)^2(x-5)}}$$