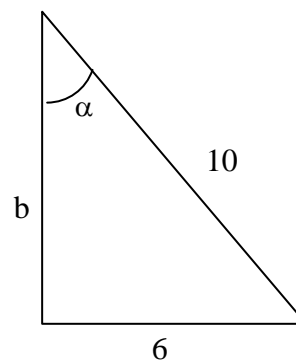


1. Resuelve la siguiente ecuación: **(1 punto)**

$$\frac{2}{x-3} + \frac{5}{x} = 2$$

2. Dado el siguiente triángulo rectángulo:

- a) Calcula, utilizando el teorema de Pitágoras, lo que mide el cateto b. **(0,5 puntos)**
- b) Calcula las razones trigonométricas del ángulo α . **(1 punto)**



3. Supongamos que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$. Hallar, utilizando las fórmulas fundamentales de la trigonometría, el resto de razones trigonométricas del ángulo α . **(1 punto)**

4. Dados los puntos $A(1, 2)$; $B(-2, 3)$ y $C(-3, -1)$:

- a) Calcula las coordenadas x e y de un punto $D(x, y)$ para que los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{CD} sean equivalentes **(1 punto)**
- b) Halla el módulo de esos dos vectores. **(1 punto)**

5. Dados los puntos $A(1, -4)$; $B(2, 2)$; $C(5, -2)$ y $D(4, -1)$, realiza las siguientes operaciones en coordenadas:

a) $\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD}$ (0,5 puntos)

b) $\overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{AB}$ (0,5 puntos)

c) $4(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD})$ (0,5 puntos)

6. Sean los puntos $A(2, -3)$ y $B(-4, 5)$. Hallar:

a) $d(A, B)$ (0,5 puntos)

b) Las coordenadas del punto medio de A y B (1 punto)

c) Las coordenadas x e y de un punto $C(x, y)$ tal que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BC}$ (1 punto)

d) Las coordenadas de un vector \vec{u} que sea paralelo al vector \overrightarrow{AB} (0,5 puntos)

1. Resuelve la siguiente ecuación: (1 punto)

$$\frac{2}{x-3} + \frac{5}{x} = 2 \quad \text{m.c.m.}(x-3, x) = x(x-3). \text{ Multiplicando}$$

todos los términos por $x(x-3)$:

$$2x + 5(x-3) = 2x(x-3) \Rightarrow 2x + 5x - 15 = 2x^2 - 6x$$

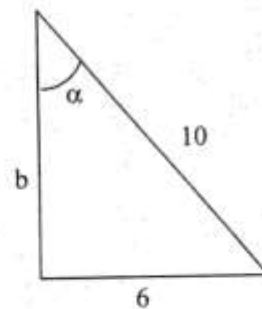
$$\Rightarrow 2x^2 - 13x + 15 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 15}}{2 \cdot 2} = \frac{13 \pm \sqrt{49}}{4} =$$

$$= \frac{13 \pm 7}{4} = \begin{cases} \underline{\underline{5}} \\ \underline{\underline{\frac{6}{4} = \frac{3}{2}}} \end{cases}$$

2. Dado el siguiente triángulo rectángulo:

- a) Calcula, utilizando el teorema de Pitágoras, lo que mide el cateto b. (0,5 puntos)
- b) Calcula las razones trigonométricas del ángulo α . (1 punto)



a) $10^2 = b^2 + 6^2 \Rightarrow 100 = b^2 + 36$
 $\Rightarrow b^2 = 100 - 36 \Rightarrow b^2 = 64$
 $\Rightarrow \underline{\underline{b = \sqrt{64} = 8}}$

b) $\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{6}{10} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{8}{10} = \underline{\underline{\frac{4}{5}}}$

$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{6}{8} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

3. Supongamos que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$. Hallar, utilizando las fórmulas fundamentales de la trigonometría, el resto de razones trigonométricas del ángulo α . (1 punto)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} \Rightarrow \underline{\operatorname{cos} \alpha = 2 \operatorname{sen} \alpha}$$

Sustituyendo en $\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$:

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + (2 \operatorname{sen} \alpha)^2 = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2 \alpha + 4 \operatorname{sen}^2 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow 5 \operatorname{sen}^2 \alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}}}$$

$$\operatorname{cos} \alpha = 2 \operatorname{sen} \alpha \Rightarrow \underline{\underline{\operatorname{cos} \alpha = 2 \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}}}$$

4. Dados los puntos $A(1, 2)$; $B(-2, 3)$ y $C(-3, -1)$:

- a) Calcula las coordenadas x e y de un punto $D(x, y)$ para que los vectores \overline{AB} y \overline{CD} sean equivalentes (1 punto)

- b) Halla el módulo de esos dos vectores. (1 punto)

$$a) \overrightarrow{AB} = (-3, 1) ; \overrightarrow{CD} = (x+3, y+1)$$

Para que \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{CD} sean equivalentes: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow$

$$\Rightarrow (-3, 1) = (x+3, y+1) \Rightarrow -3 = x+3 ;$$

$$1 = y+1 \Rightarrow x = -6, y = 0$$

Por tanto el punto D es $\underline{\underline{D(-6, 0)}}$

$$b) |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{10} \text{ (puesto que } \overrightarrow{AB} \text{ y } \overrightarrow{CD} \text{ son vectores equivalentes)}$$

5. Dados los puntos A(1, -4); B(2, 2); C(5, -2) y D(4, -1), realiza las siguientes operaciones en coordenadas:

a) $\overline{AB} + 3\overline{CD}$ (0,5 puntos)

b) $\overline{CD} - 2\overline{AB}$ (0,5 puntos)

c) $4(\overline{AB} - \overline{CD})$ (0,5 puntos)

$$\overrightarrow{AB} = (1, 6); \quad \overrightarrow{CD} = (-1, 1)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD} &= (1, 6) + 3(-1, 1) = (1, 6) + (-3, 3) = \\ &= \underline{\underline{(-2, 9)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{AB} &= (-1, 1) - 2(1, 6) = (-1, 1) - (2, 12) = \\ &= \underline{\underline{(-3, -11)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 4(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) &= 4[(1, 6) - (-1, 1)] = \\ &= 4(2, 5) = \underline{\underline{(8, 20)}} \end{aligned}$$

6. Sean los puntos A(2, -3) y B(-4, 5). Hallar:

a) $d(A, B)$ (0,5 puntos)

b) Las coordenadas del punto medio de A y B (1 punto)

c) Las coordenadas x e y de un punto C(x, y) tal que $\overline{AC} = 2\overline{BC}$ (1 punto)

d) Las coordenadas de un vector \vec{u} que sea paralelo al vector \overline{AB} (0,5 puntos)

$$\begin{aligned} \text{a) } d(A, B) &= |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \\ &= \underline{\underline{\sqrt{100} = 10}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } M = \left(\frac{2 + (-4)}{2}, \frac{(-3) + 5}{2} \right) = \underline{\underline{(-1, 1)}}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \overrightarrow{AC} &= (x-2, y+3); \quad \overrightarrow{BC} = (x+4, y-5). \text{ Como} \\ \overrightarrow{AC} &= 2\overrightarrow{BC} \Rightarrow (x-2, y+3) = 2(x+4, y-5) \Rightarrow \\ \Rightarrow (x-2, y+3) &= (2x+8, 2y-10) \Rightarrow \\ \Rightarrow x-2 &= 2x+8; \quad y+3 = 2y-10 \Rightarrow \\ \Rightarrow \underline{\underline{x = -10}}; \quad \underline{\underline{y = 13}}. \text{ Así el punto C es } \underline{\underline{C(-10, 13)}} \end{aligned}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{AB} = (-6, 8). \text{ Un vector paralelo a } \overrightarrow{AB} \text{ puede ser, por ejemplo, } (-12, 16), (3, -4), \text{ etc.}$$