1. Dados los polinomios $P(x) = x^2 - x + 1$; $Q(x) = 3x - 1$ y $R(x) = -2x^3 + 3x - 2$, realiza la siguiente operación: **(1 punto)**

$P(x) \cdot [Q(x) - R(x)] =$

2. Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente C(x) y el resto R de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $-2x^5 + 15x^3 - 8x^2 + x - 5$ dividido por $x + 3$

b) $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x + 1$ dividido por $x - 4$

3. Factoriza el siguiente polinomio: $-2x^3 + 4x^2 + 10x - 12$ **(1,5 puntos)**

4. Resuelve la siguiente ecuación: $x^3 - 13x + 12 = 0$ **(1,5 puntos)**

5. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\frac{3x}{x+2} - \frac{5x}{x-2} - \frac{6x^2}{x^2-4} =$$

6. ***Utiliza el Teorema del Resto*** para responder a las siguientes cuestiones:

a) ¿Cuál es el resto de la división del polinomio $3x^3 + 4x^2 - 3x + 23$ entre el polinomio $x + 3$? **(1 punto)**

b) El resto de dividir el polinomio $3x^3 - kx^2 + 2x - k$ entre $x - 2$ es igual a 3. Hallar el valor de k. **(1 punto)**

c) Halla el valor de m para que al dividir el polinomio $(m + 2)x^3 - 2x^2 - 2mx + 1$ entre $x + 1$ el resto sea 4. **(1 punto)**

1. Dados los polinomios $P(x) = x^2 - x + 1$; $Q(x) = 3x - 1$ y $R(x) = -2x^3 + 3x - 2$, realiza la siguiente operación: **(1 punto)**

$P(x) \cdot [Q(x) - R(x)] = (x^2 - x + 1) \cdot \left[(3x - 1) - (-2x^3 + 3x - 2) \right] =$

$= (x^2 - x + 1)(3x - 1 + 2x^3 - 3x + 2) = (x^2 - x + 1)(2x^3 + 1) =$

$= 2x^5 + x^2 - 2x^4 - x + 2x^3 + 1 = \underline{\underline{2x^5 - 2x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 1}}$

2. Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente C(x) y el resto R de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $-2x^5 + 15x^3 - 8x^2 + x - 5$ dividido por $x + 3$

$$\begin{array}{r|rrrrr|r} & -2 & 0 & 15 & -8 & 1 & -5 \\ -3 & & 6 & -18 & 9 & -3 & 6 \\ \hline & -2 & 6 & -3 & 1 & -2 & \boxed{1} \end{array}$$

Cociente : $C(x) = -2x^4 + 6x^3 - 3x^2 + x - 2$

Resto : $R = 1$

b) $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + 1$ dividido por $x - 4$

$$\begin{array}{r|rrrr} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & 1 \\ 4 & & 1 & 2 & 5 \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{5}{4} & \boxed{6} \end{array}$$

Cociente : $C(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

Resto : $R = 6$

34274

3. Factoriza el siguiente polinomio: $-2x^3+4x^2+10x-12$ **(1,5 puntos)**

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & -2 & 4 & 10 & -12 \\
1 & & -2 & 2 & 12 \\
\hline
 & -2 & 2 & 12 & \boxed{0} \\
-2 & & 4 & -12 & \\
\hline
 & -2 & 6 & \boxed{0} & \\
3 & & -6 & & \\
\hline
 & -2 & \boxed{0} & &
\end{array}$$

$$\underline{\underline{-2x^3+4x^2+10x-12=-2(x-1)(x+2)(x-3)}}$$

4. Resuelve la siguiente ecuación: $x^3-13x+12=0$ **(1,5 puntos)**

Factoricemos el polinomio $x^3-13x+12=0$:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 0 & -13 & 12 \\
1 & & 1 & 1 & -12 \\
\hline
 & 1 & 1 & -12 & \boxed{0} \\
3 & & 3 & 12 & \\
\hline
 & 1 & 4 & \boxed{0} & \\
-4 & & -4 & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{0} & &
\end{array}$$

Por tanto la ecuación $x^3-13x+12=0$ es equivalente a $(x-1)(x-3)(x+4)=0$

Si un producto de factores es cero, es porque alguno de los factores es cero:

$$\left.\begin{array}{l}
x-1=0 \Rightarrow x=1 \\
x-3=0 \Rightarrow x=3 \\
x+4=0 \Rightarrow x=-4
\end{array}\right\} \underline{\text{SOLUCIONES}}$$

(observa cómo las soluciones coinciden con las raíces del polinomio)

5. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\frac{3x}{x+2}-\frac{5x}{x-2}-\frac{6x^2}{x^2-4}=\frac{3x}{x+2}-\frac{5x}{x-2}-\frac{6x^2}{(x+2)(x-2)}=$$

$$=\frac{3x(x-2)}{(x+2)(x-2)}-\frac{5x(x+2)}{(x+2)(x-2)}-\frac{6x^2}{(x+2)(x-2)}=$$

$$=\frac{3x(x-2)-5x(x+2)-6x^2}{(x+2)(x-2)}=\frac{3x^2-6x-5x^2-10x-6x^2}{(x+2)(x-2)}=$$

$$=\frac{-8x^2-16x}{(x+2)(x-2)}=\frac{-8x(x+2)}{(x+2)(x-2)}=\underline{\underline{\frac{-8x}{x-2}}}$$

6. ***Utiliza el Teorema del Resto*** para responder a las siguientes cuestiones:

a) ¿Cuál es el resto de la división del polinomio $3x^3 + 4x^2 - 3x + 23$ entre el polinomio $x + 3$? **(1 punto)**

Según el teorema del resto, el resto de dividir $3x^3+4x^2-3x+23$ entre $x+3$ coincide con el valor numérico para $x=-3$. Por tanto:

$R = 3\cdot(-3)^3 + 4\cdot(-3)^2 - 3\cdot(-3) + 23 = -81 + 36 + 9 + 23$

$\Rightarrow \underline{\underline{R = -13}}$

b) El resto de dividir el polinomio $3x^3 - kx^2 + 2x - k$ entre $x - 2$ es igual a 3. Hallar el valor de k. **(1 punto)**

Como el resto es 3, el valor numérico de $3x^3 - kx^2 + 2x - k$ para $x=2$ será igual a 3:

$3\cdot 2^3 - k\cdot 2^2 + 2\cdot 2 - k = 3 \Rightarrow 24 - 4k + 4 - k = 3$

$\Rightarrow -5k + 28 = 3 \Rightarrow -5k = -25 \Rightarrow k = \frac{-25}{-5}$

$\Rightarrow \underline{\underline{k = 5}}$

c) Halla el valor de m para que al dividir el polinomio $(m + 2)x^3 - 2x^2 - 2mx + 1$ entre $x + 1$ el resto sea 4. **(1 punto)**

De manera similar al ejercicio anterior:

$(m+2)(-1)^3 - 2(-1)^2 - 2m(-1) + 1 = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow (m+2)(-1) - 2\cdot 1 + 2m + 1 = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow -m - 2 - 2 + 2m + 1 = 4 \Rightarrow m - 3 = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{m = 7}}$