

- Realiza las siguientes operaciones con polinomios y simplifica los resultados. [2 puntos; 1 punto por apartado]
  - $(2x-1)^2(3x-4) - (-x+1)(3x^2-4x+2)$
  - $(3x^3-1)(2x-4) - (2x-3)(2-x)(x-1)$
- Realiza la siguiente división:  $(-6x^2+4x^3-3x^4-5):(x^2-2x+4)$ . Indica el cociente y el resto de la misma. [1 punto]
- Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones. **Es obligatorio escribir, después de aplicar la regla, el cociente  $C(x)$  y el resto  $R$  de la división.** Si esto último no se hace, no se dará por correcto el ejercicio. [1 punto; 0,5 puntos por apartado]
  - $(7x^4-x^6+12x^2+2x^5+24):(x-4)$
  - $(2x^8-17x^4-16x^6-11x^2+9):(x+3)$
- Utiliza las identidades notables** para desarrollar las siguientes expresiones. Simplifica finalmente el resultado. [1 punto; 0,5 puntos por apartado]
  - $(\sqrt{a}-2a)^2$
  - $\left(\sqrt{3}-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(\sqrt{3}+\frac{5}{3}\right)$
- Calcula el resto de las siguientes divisiones **sin efectuar la división y sin utilizar la regla de Ruffini.** [1 punto; 0,5 puntos por apartado]
  - $(-2x^4-4x^3-x^2+5x+70):(x+3)$
  - $(-2x^6+6x^4+2x^3-x^2+3x-1):(x-2)$
- Calcula el valor de  $m$  para que el resto de la división  $(-2x^4+mx^2-mx+2):(x+2)$  sea igual a 6. [1 punto]
- Utiliza la regla de Ruffini para **hallar las raíces enteras y posteriormente factorizar** los siguientes polinomios. [3 puntos; 1,5 puntos por apartado]
  - $x^5-5x^4+3x^3+17x^2-28x+12$
  - $x^4-x^3-5x^2-3x$

SOLUCIONES

1. Realiza las siguientes operaciones con polinomios y simplifica los resultados. [2 puntos; 1 punto por apartado]

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & (2x-1)^2(3x-4) - (-x+1)(3x^2-4x+2) = \\
 & = (4x^2 - 4x + 1)(3x-4) - (-x+1)(3x^2-4x+2) = \\
 & = (12x^3 - 16x^2 - 12x^2 + 16x + 3x - 4) - (-3x^3 + 4x^2 - 2x + 3x^2 - 4x + 2) = \\
 & = 12x^3 - 16x^2 - 12x^2 + 16x + 3x - 4 + 3x^3 - 4x^2 + 2x - 3x^2 + 4x - 2 = \\
 & = \underline{\underline{15x^3 - 35x^2 + 25x - 6}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & (3x^3-1)(2x-4) - (2x-3)(2-x)(x-1) = \\
 & = (6x^4 - 12x^3 - 2x + 4) - (4x - 2x^2 - 6 + 3x)(x-1) = \\
 & = (6x^4 - 12x^3 - 2x + 4) - (-2x^2 + 7x - 6)(x-1) = \\
 & = (6x^4 - 12x^3 - 2x + 4) - (-2x^3 + 2x^2 + 7x^2 - 7x - 6x + 6) = \\
 & = 6x^4 - 12x^3 - 2x + 4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x^2 + 7x + 6x - 6 = \\
 & = \underline{\underline{6x^4 - 10x^3 - 9x^2 + 11x - 2}}
 \end{aligned}$$

2. Realiza la siguiente división:  $(-6x^2 + 4x^3 - 3x^4 - 5) : (x^2 - 2x + 4)$ . Indica el cociente y el resto de la misma.

[1 punto]

$$\begin{array}{r}
 -3x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 0x - 5 \\
 + 3x^4 - 6x^3 + 12x^2 \\
 \hline
 -2x^3 + 6x^2 + 0x - 5 \\
 + 2x^3 - 4x^2 + 8x \\
 \hline
 2x^2 + 8x - 5 \\
 - 2x^2 + 4x - 8 \\
 \hline
 12x - 13
 \end{array}$$

Cociente:  $-3x^2 - 2x + 2$

Resto:  $12x - 13$

3. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones. Es obligatorio escribir, después de aplicar la regla, el cociente  $C(x)$  y el resto  $R$  de la división. Si esto último no se hace, no se dará por correcto el ejercicio.

[1 punto; 0,5 puntos por apartado]

a)  $(7x^4 - x^6 + 12x^2 + 2x^5 + 24):(x-4)$

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr} & -1 & 2 & 7 & 0 & 12 & 0 & 24 & \\ 4 & & -4 & -8 & -4 & -16 & -16 & -64 & \\ \hline & -1 & -2 & -1 & -4 & -4 & -16 & \boxed{-40} & \end{array}$$

Cociente:  $-x^5 - 2x^4 - x^3 - 4x^2 - 4x - 16$

Resto:  $-40$

b)  $(2x^8 - 17x^4 - 16x^6 - 11x^2 + 9):(x+3)$

$$\begin{array}{r|rrrrrrrrrr} & 2 & 0 & -16 & 0 & -17 & 0 & -11 & 0 & 9 & \\ -3 & & -6 & 18 & -6 & 18 & -3 & 9 & 6 & -18 & \\ \hline & 2 & -6 & 2 & -6 & 1 & -3 & -2 & 6 & \boxed{-9} & \end{array}$$

Cociente:  $2x^7 - 6x^6 + 2x^5 - 6x^4 + x^3 - 3x^2 - 2x + 6$

Resto:  $-9$

4. Utiliza las identidades notables para desarrollar las siguientes expresiones. Simplifica finalmente el resultado.

[1 punto; 0,5 puntos por apartado]

a)  $(\sqrt{a} - 2a)^2 = (\sqrt{a})^2 - 2 \cdot \sqrt{a} \cdot 2a + (2a)^2 =$   
 $= \underline{\underline{a - 4a\sqrt{a} + 4a^2}}$

b)  $(\sqrt{3} - \frac{5}{3}) \cdot (\sqrt{3} + \frac{5}{3}) = (\sqrt{3})^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 3 - \frac{25}{9} =$   
 $= \frac{27}{9} - \frac{25}{9} = \underline{\underline{\frac{2}{9}}}$

5. Calcula el resto de las siguientes divisiones sin efectuar la división y sin utilizar la regla de Ruffini. [1 punto; 0,5 puntos por apartado]

a)  $(-2x^4 - 4x^3 - x^2 + 5x + 70):(x+3)$   $R = P(-3)$ . Entonces:

$$\begin{aligned} P(-3) &= -2 \cdot (-3)^4 - 4 \cdot (-3)^3 - (-3)^2 + 5 \cdot (-3) + 70 = \\ &= -2 \cdot 81 - 4 \cdot (-27) - 9 - 15 + 70 = \\ &= -162 + 108 - 9 - 15 + 70 = -8. \end{aligned}$$

Por tanto  $R = -8$

b)  $(-2x^6 + 6x^4 + 2x^3 - x^2 + 3x - 1):(x-2)$   $R = P(2)$  Entonces:

$$\begin{aligned} P(2) &= -2 \cdot 2^6 + 6 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 - 2^2 + 3 \cdot 2 - 1 = \\ &= -2 \cdot 64 + 6 \cdot 16 + 2 \cdot 8 - 4 + 6 - 1 = \\ &= -128 + 96 + 16 - 4 + 6 - 1 = -15 \end{aligned}$$

Por tanto  $R = -15$

6. Calcula el valor de  $k$  para que el resto de la división  $(-2x^4 + mx^2 - mx + 2):(x+2)$  sea igual a 6. [1 punto]

Por el teorema del resto  $P(-2) = 6$ .

$$\begin{aligned} P(-2) &= -2 \cdot (-2)^4 + m(-2)^2 - m(-2) + 2 = \\ &= -2 \cdot 16 + m \cdot 4 + m \cdot 2 + 2 = \\ &= -32 + 4m + 2m + 2 = 6m - 30 \end{aligned}$$

Entonces:  $6m - 30 = 6$  ;

$$6m = 6 + 30 ;$$

$$6m = 36 ;$$

$$m = \frac{36}{6} ;$$

$m = 6$

7. Utiliza la regla de Ruffini para hallar las raíces enteras y posteriormente factorizar los siguientes polinomios.  
 [3 puntos; 1,5 puntos por apartado]

a)  $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 17x^2 - 28x + 12$

	1	-5	3	17	-28	12
1		1	-4	-1	16	-12
	1	-4	-1	16	-12	0
1		1	-3	-4	12	
	1	-3	-4	12	0	
2		2	-2	-12		
	1	-1	-6	0		
-2		-2	6			
	1	-3	0			
3		3				
	1	0				

- { 1 es raíz doble
- { x-1 es factor doble
- { 2 es raíz
- { x-2 es factor
- { -2 es raíz
- { x+2 es factor
- { 3 es raíz
- { x-3 es factor

Factorización:

$$x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 17x^2 - 28x + 12 = \underline{\underline{(x-1)^2(x-2)(x+2)(x-3)}}$$

b)  $x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x$

Primero se extrae factor común:

$$x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x = x \cdot (x^3 - x^2 - 5x - 3)$$

Ahora se factoriza  $x^3 - x^2 - 5x - 3$ :

	1	-1	-5	-3
-1		-1	2	3
	1	-2	-3	0
-1		-1	3	
	1	-3	0	
3		3		
	1	0		

- { -1 es raíz doble
- { x+1 es factor doble
- { 3 es raíz
- { x-3 es factor

Factorización:

$$x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x = x(x+1)^2(x-3)$$