1. Realiza las siguientes operaciones con polinomios y simplifica los resultados. **[2 puntos; 1 punto por apartado]**

   a) $\left(x^2-x+3\right)\left(3x-5\right)-\left(2x-3\right)\left(x+3\right)^2$

   b) $-\left(x+1\right)\left(x-2\right)\left(3x-1\right)+\left(2x^2-3\right)\left(4x-5\right)$

2. Realiza la siguiente división: $\left(4x-3x^2-2x^4+1\right):\left(x^2+x-2\right)$. <u>Indica el cociente y el resto de la misma</u>. **[1 punto]**

3. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones. **<u>Es obligatorio escribir, después de aplicar la regla, el cociente</u>** $C(x)$ **<u>y el resto</u>** R **<u>de la división</u>**. Si esto último no se hace, no se dará por correcto el ejercicio. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\left(-14x^3-2x^4-21x+x^5-1\right):\left(x-5\right)$

   b) $\left(-4x^8+8x^3-32x^5+20x+8\right):\left(x+2\right)$

4. **<u>Utiliza las identidades notables</u>** para desarrollar las siguientes expresiones. Simplifica finalmente el resultado. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\left(2\sqrt{x}-3\right)^2$

   b) $\left(\frac{9}{2}+2\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{9}{2}-2\sqrt{5}\right)$

5. Calcula el resto de las siguientes divisiones **<u>sin efectuar la división y sin utilizar la regla de Ruffini</u>**. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\left(-2x^3-5x^4+6x^2-x+40\right):\left(x+2\right)$

   b) $\left(-x^5+2x^4+3x^3-3x^2+10x-1\right):\left(x-3\right)$

6. Calcula el valor de k para que el resto de la división $\left(x^4-kx^3+kx^2+5x-10\right):\left(x+2\right)$ sea igual a 8. **[1 punto]**

7. Utiliza la regla de Ruffini para **<u>hallar las raíces enteras y posteriormente factorizar</u>** los siguientes polinomios. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]**

   a) $x^5+x^4-9x^3-5x^2+16x+12$

   b) $2x^4-3x^3-11x^2+6x$

1. Realiza las siguientes operaciones con polinomios y simplifica los resultados. **[2 puntos; 1 punto por apartado]**

a) $\left(x^2-x+3\right)\left(3x-5\right)-\left(2x-3\right)\left(x+3\right)^2 = (x^2-x+3)(3x-5)-(2x-3)(x^2+6x+9)=$

$= (3x^3-5x^2-3x^2+5x+9x-15)-(2x^3+12x^2+18x-3x^2-18x-27)=$

$= 3x^3-8x^2+14x-15-2x^3-9x^2+27 =$

$= \underline{\underline{x^3-17x^2+14x+12}}$

b) $-\left(x+1\right)\left(x-2\right)\left(3x-1\right)+\left(2x^2-3\right)\left(4x-5\right) =$

$-(x^2-2x+x-2)(3x-1)+(8x^3-10x^2-12x+15) =$

$= -(x^2-x-2)(3x-1)+8x^3-10x^2-12x+15 =$

$= -(3x^3-x^2-3x^2+x-6x+2)+8x^3-10x^2-12x+15 =$

$= -3x^3+x^2+3x^2-x+6x-2+8x^3-10x^2-12x+15 =$

$= \underline{\underline{5x^3-6x^2-7x+13}}$

2. Realiza la siguiente división: $\left(4x-3x^2-2x^4+1\right):\left(x^2+x-2\right)$. <u>Indica el cociente y el resto de la misma</u>. **[1 punto]**

$-2x^4+0x^3-3x^2+4x+1 \quad | \; x^2+x-2$

$+2x^4+2x^3-4x^2 \qquad -2x^2+2x-9$

$2x^3-7x^2+4x+1$

$-2x^3-2x^2+4x$

$-9x^2+8x+1$

$+9x^2+9x-18$

$17x-17$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Cociente: } -2x^2+2x-9 \\ \text{Resto: } 17x-17\end{array}}$$

3. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones. **<u>Es obligatorio escribir, después de aplicar la regla, el cociente</u>** $C(x)$ **<u>y el resto</u>** R **<u>de la división</u>**. Si esto último no se hace, no se dará por correcto el ejercicio. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

a) $\left(-14x^3-2x^4-21x+x^5-1\right):(x-5)$

	1	−2	−14	0	−21	−1
5		5	15	5	25	20
	1	3	1	5	4	19

$$\boxed{\begin{array}{l} C(x) = x^4+3x^3+x^2+5x+4 \\ R = 19 \end{array}}$$

b) $\left(-4x^8+8x^3-32x^5+20x+8\right):(x+2)$

	−4	0	0	−32	0	8	0	20	8
−2		8	−16	32	0	0	−16	32	−104
	−4	8	−16	0	0	8	−16	52	−96

$$\boxed{\begin{array}{l} C(x) = -4x^7+8x^6-16x^5+8x^2-16x+52 \\ R = -96 \end{array}}$$

4. **<u>Utiliza las identidades notables</u>** para desarrollar las siguientes expresiones. Simplifica finalmente el resultado. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

a) $\left(2\sqrt{x}-3\right)^2 = (2\sqrt{x})^2 - 2\cdot 2\sqrt{x}\cdot 3 + 3^2 =$

$= 4\sqrt{x^2} - 12\sqrt{x} + 9 =$

$= \underline{\underline{4x - 12\sqrt{x} + 9}}$

b) $\left(\frac{9}{2}+2\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{9}{2}-2\sqrt{5}\right) = \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(2\sqrt{5}\right)^2 = \frac{81}{4} - 4\cdot\sqrt{5^2} =$

$= \frac{81}{4} - 4\cdot 5 = \frac{81}{4} - 20 = \frac{81}{4} - \frac{80}{4} =$

$= \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

5. Calcula el resto de las siguientes divisiones **sin efectuar la división y sin utilizar la regla de Ruffini**. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

a) $\left(-2x^3-5x^4+6x^2-x+40\right):(x+2)$

$$R = P(-2) = -2(-2)^3 - 5(-2)^4 + 6(-2)^2 - (-2) + 40 =$$
$$= -2\cdot(-8) - 5\cdot 16 + 6\cdot 4 + 2 + 40 =$$
$$= 16 - 80 + 24 + 2 + 40 =$$
$$= \underline{\underline{2}}$$

b) $\left(-x^5+2x^4+3x^3-3x^2+10x-1\right):(x-3)$

$$R = P(3) = -3^5 + 2\cdot 3^4 + 3\cdot 3^3 - 3\cdot 3^2 + 10\cdot 3 - 1 =$$
$$= -243 + 162 + 81 - 27 + 30 - 1 =$$
$$= \underline{\underline{2}}$$

6. Calcula el valor de k para que el resto de la división $\left(x^4-kx^3+kx^2+5x-10\right):(x+2)$ sea igual a 8. **[1 punto]**

Utilizamos el teorema del resto: $R = P(-2)$

$$P(-2) = (-2)^4 - k(-2)^3 + k(-2)^2 + 5\cdot(-2) - 10 =$$
$$= 16 + 8k + 4k - 10 - 10 =$$
$$= 12k - 4.$$

Entonces, como el resto es 8, tenemos:

$$12k - 4 = 8 \Rightarrow 12k = 12 \Rightarrow \underline{\underline{k=1}}$$

7. Utiliza la regla de Ruffini para **hallar las raíces enteras y posteriormente factorizar** los siguientes polinomios. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]**

a) $x^5+x^4-9x^3-5x^2+16x+12$ $\quad Div(12)=\{\pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm6, \pm12\}$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -9 & -5 & 16 & 12 \\
-1 & & -1 & 0 & 9 & -4 & -12 \\
\hline
 & 1 & 0 & -9 & 4 & 12 & \boxed{0} \\
-1 & & -1 & 1 & 8 & -12 & \\
\hline
 & 1 & -1 & -8 & 12 & \boxed{0} & \\
2 & & 2 & 2 & -12 & & \\
\hline
 & 1 & 1 & -6 & \boxed{0} & & \\
2 & & 2 & 6 & & & \\
\hline
 & 1 & 3 & \boxed{0} & & & \\
-3 & & -3 & & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{0} & & & &
\end{array}$$

$\begin{cases} -1 \text{ es raíz doble} \\ x+1 \text{ es factor doble} \end{cases}$

$\begin{cases} 2 \text{ es raíz doble} \\ x-2 \text{ es factor doble} \end{cases}$

$\begin{cases} -3 \text{ es raíz} \\ x+3 \text{ es factor} \end{cases}$

Factorización: $x^5+x^4-9x^3-5x^2+16x+12 =$

$= (x+1)^2\cdot(x-2)^2\cdot(x+3)$

b) $2x^4-3x^3-11x^2+6x$

Primero sacamos factor común:

$2x^4-3x^3-11x^2+6x = x(2x^3-3x^2-11x+6)$

Ahora factorizamos el 2° polinomio:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 2 & -3 & -11 & 6 \\
-2 & & -4 & 14 & -6 \\
\hline
 & 2 & -7 & 3 & \boxed{0} \\
3 & & 6 & -3 & \\
\hline
 & 2 & -1 & \boxed{0} &
\end{array}$$

$\begin{cases} -2 \text{ es raíz} \\ x+2 \text{ es factor} \end{cases}$

$\begin{cases} 3 \text{ es raíz} \\ x-3 \text{ es factor} \end{cases}$

Factorización: $2x^4-3x^3-11x^2+6x = x(2x^3-3x^2-11x+6)$

$= x(x+2)(x-3)(2x-1)$