

EXAMEN POLINOMIOS Y SISTEMAS

1.- Simplifica las siguientes fracciones, factorizando previamente numerador y denominador: (2 puntos)

a) $\frac{x^4 - 1}{x^3 + x}$

b) $\frac{x^2 + x}{x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x}$

2.- Factoriza los siguientes polinomios y halla su MCD y mcm: (1,5 puntos)

$$x^5 - 15x^3 + 42x^2 - 40x$$

$$x^3 - 25x$$

3.- Antonio tiene tantas hermanas como hermanos, pero su hermana tiene la mitad de hermanas que de hermanos. ¿Cuántos hermanos y hermanas son? (1,5 puntos)

4.- En un bar se venden bocadillos de jamón a 4 euros y de tortilla a 2,50 euros. Por la mañana se han vendido 60 bocadillos por un precio total de 186 euros. ¿Cuántos bocadillos se han vendido de cada clase? (1,5 puntos)

5.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones analíticamente (emplea dos métodos distintos) y gráficamente: (3,5 puntos)

a)
$$\left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ -x + 2y = x - 10 \end{array} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} x + \frac{3+y}{2} = \frac{2-x}{2} \\ y - x = \frac{4+y}{2} \end{array} \right\}$$

SOLUCIONES

$$1.- a) \frac{x^4 - 1}{x^3 + x} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{x(x^2 + 1)} = \frac{(x+1)(x-1)(x^2 + 1)}{x(x^2 + 1)} = \frac{(x+1)(x-1)}{x} = \frac{x^2 - 1}{x}$$

$$b) \frac{x^2 + x}{x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x} = \frac{x(x+1)}{x(x^3 - x^2 - 5x - 3)} = \frac{x+1}{x^3 - x^2 - 5x - 3} = (*)$$

$$-1 \left| \begin{array}{cccc} 1 & -1 & -5 & -3 \\ & -1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & -2 & -3 & 0 \end{array} \right. \quad x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

$$(*) = \frac{x+1}{(x+1)^2(x-3)} = \frac{1}{(x+1)(x-3)}$$

2.- Factoriza los siguientes polinomios y halla su MCD y mcm:

$$x^5 - 15x^3 + 42x^2 - 40x = x(x^4 - 15x^2 + 42x - 40)$$

Div (40) = 1, -1, 2, -1, 4, -4, 5, -5,.....

Para x=2 se anula, luego, por el teorema del resto, es divisible por (x-2):

$$2 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -15 & 42 & -40 \\ & 2 & 4 & -22 & 40 \\ \hline 1 & 2 & -11 & 20 & 0 \end{array} \right. \rightarrow x^3 + 2x^2 - 11x + 20, \text{ se anula para } x = -5$$

$$-5 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 2 & -11 & 20 & 0 \\ & -5 & 15 & -20 & \\ \hline 1 & -3 & 4 & 0 & \end{array} \right. \rightarrow x^2 - 3x + 4, \text{ que es primo, no se puede factorizar}$$

$$-5 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 2 & -11 & 20 & 0 \\ & -5 & 15 & -20 & \\ \hline 1 & -3 & 4 & 0 & \end{array} \right. \rightarrow x^2 - 3x + 4, \text{ que es primo, no se puede factorizar}$$

$$x^3 - 25x = x(x^2 - 25) = x(x-5)(x+5)$$

$$x^5 - 15x^3 + 42x^2 - 40x = x(x-2)(x+5)(x^2 - 3x + 4)$$

$$\text{MCD} = x(x+5)$$

$$\text{mcm} = x(x-2)(x-5)(x+5)(x^2 - 3x + 4)$$

3.- Antonio tiene tantas hermanas como hermanos, pero su hermana tiene la mitad de hermanas que de hermanos. ¿Cuántos hermanos y hermanas son?

Número de hermanas x hermanas de Antonio x, hermanos de Antonio y-1

Número de hermanos y hermanas de su hermana x-1, hermanos de ella y

$$\left. \begin{array}{l} x = y - 1 \\ x - 1 = \frac{y}{2} \end{array} \right\} \text{por sustitución: } \begin{array}{l} y - 1 - 1 = \frac{y}{2} \rightarrow 2y - 4 = y \rightarrow y = 4 \\ x = y - 1 = 4 - 1 = 3 \end{array}$$

Solución: son 3 hermanas y 4 hermanos

4.- En un bar se venden bocadillos de jamón a 4 euros y de tortilla a 2,50 euros.

Por la mañana se han vendido 60 bocadillos por un precio total de 186 euros.

¿Cuántos bocadillos se han vendido de cada clase?

Bocadillos de jamón vendidos x

Bocadillos de tortilla vendidos y

$$\left. \begin{array}{l} x+y=60 \\ 4x+2,5y=186 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x=60-y \\ 4(60-y)+2,5y=186 \end{array} \right\} \rightarrow 240-4y+2,5y=186 \rightarrow$$

$$-1,5y = -54 \rightarrow y = 36 \rightarrow x = 60 - 36 = 24$$

Solución: se han vendido 24 bocadillos de jamón y 36 de tortilla

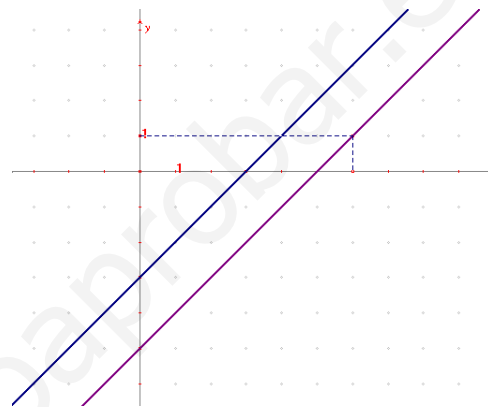
5.- a) $\left. \begin{array}{l} x-y=3 \\ -x+2y=x-10 \end{array} \right\}$ analíticamente: $\left. \begin{array}{l} x-y=3 \\ -2x+2y=-10 \end{array} \right\}$ lo hacemos por reducción:

multiplicamos la primera ecuación por 2 y tenemos: $\left. \begin{array}{l} 2x-2y=6 \\ -2x+2y=-10 \end{array} \right\} \rightarrow 0x = -4$

imposible, el sistema no tiene solución, es incompatible:

Gráficamente:

$y = x - 3$	x	0	3
	y	-3	0
$y = \frac{2x-10}{2}$	x	0	5
	y	-5	0



Rectas paralelas

b) Analíticamente:

$$\left. \begin{array}{l} x + \frac{3+y}{2} = \frac{2-x}{2} \\ y-x = \frac{4+y}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x+3+y=2-x \\ 2y-2x=4+y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x+y=-1 \\ -2x+y=4 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x+y=-1 \\ 2x-y=-4 \end{array} \right\} \text{reducción:}$$

$$5x = -5 \Rightarrow x = -1 \rightarrow -3 + y = -1 \Rightarrow y = 2 \quad \text{Solución: } x = -1, y = 2$$

Gráficamente:

$y = -1 - 3x$	x	0	2
	y	-1	-7
$y = 2x + 4$	x	0	-2
	y	4	0

