

EXAM 3\_3 (Probability - Functions)

Name: \_\_\_\_\_

1. Solve by substitution and graphically the simultaneous equations: 
$$\left. \begin{array}{l} y + x = 4 \\ y = \frac{1}{x-2} \end{array} \right\} (1.5 \text{ p})$$

2. Sketch the graph of the compound function:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & x \leq 0 \\ -x + 4 & 0 < x < 2 \\ -\sqrt{x-2} & x \geq 2 \end{cases} \quad (2 \text{ points})$$

- Domain and range
- Continuity
- Increasing and decreasing intervals.

3. In the following equations, find x: (1.5 points)

a)  $\log_x \frac{1}{25} = -2$

b)  $\log_3(x^2 - 5x + 7) = 0$

d)  $3^{2x-1} = 27$

d)  $\log_x 27 = -3$

4. Tenemos una baraja española de 40 cartas.

Si elegimos dos al azar, calcula:

- a) Probabilidad de que sean dos oros.
- b) Probabilidad de que una de ellas sea el as de oros
- c) Probabilidad de que ninguna sea de oros.
- d) Probabilidad de que alguna de las cartas sea de oros. (1.5 p)

5. Tenemos dos urnas, en la primera hay 5 bolas rojas, 4 blancas y 3 verdes. En la segunda hay 5 bolas rojas, 5 blancas y 7 verdes. Extraemos una bola de cada urna.

- a) ¿cuál es la probabilidad de que sean del mismo color?
- b) ¿y de que sean de distinto color? (1.5 p)

6. Al estudiar una muestra de 1000 personas vemos que entre ellas hay 92 fumadores que son asmáticos y 480 fumadores que no son asmáticos. Entre los no fumadores 26 son asmáticos. Elegida una persona al azar de esta muestra:

- a) ¿cuál es la probabilidad de que sea fumadora?
- b) ¿cuál es la probabilidad de que sea asmática?
- c) ¿cuál es la probabilidad de que sea no fumadora y asmática?
- d) Supuesta fumadora, ¿cuál es la probabilidad de que sea asmática?
- e) Supuesta no fumadora, ¿cuál es la probabilidad de que no sea asmática? (2 p)

**SOLUCIÓN**

1. Solve by substitution and graphically the simultaneous equations:

$$\left. \begin{array}{l} y + x = 4 \\ y = \frac{1}{x-2} \end{array} \right\}$$

$$y = 4 - x \rightarrow 4 - x = \frac{1}{x-2} \rightarrow 4x - 8 - x^2 + 2x = 1 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow x = 3$$

$$x = 3 \rightarrow y = 1 \rightarrow \text{Interception point } (3,1)$$

 Straight line  $y = 4 - x$ 

 Hyperbole  $y = \frac{1}{x-2}$ 

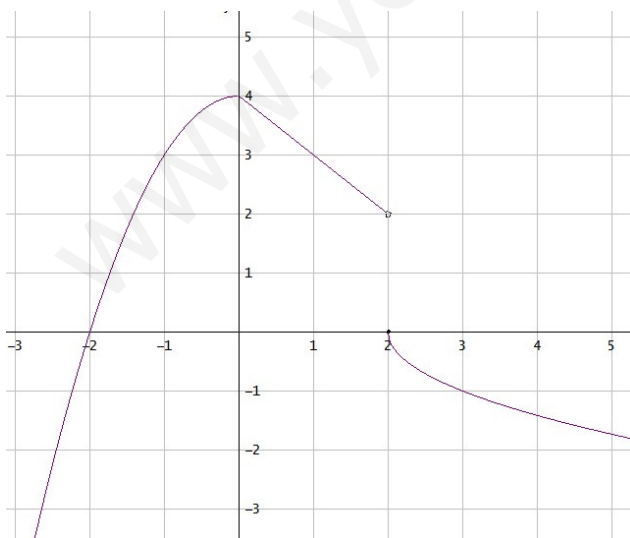

2. Sketch the graph of the compound function:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & x \leq 0 \\ -x + 4 & 0 < x < 2 \\ -\sqrt{x-2} & x \geq 2 \end{cases}$$

$$y = -x^2 + 4 \rightarrow \text{parabole, vertex } (0,4), \text{ x-interceptions: } 2, -2$$

$$y = -x + 4 \rightarrow \text{straight line, slope } -1, \text{ y-intercept } +4$$

$$y = -\sqrt{x-2} \rightarrow \text{Radical, domain } (2, +\infty), \text{ negative}$$



a) Domain and range

$$\text{Dom} = \mathbb{R}, \quad \text{R} = (-\infty, 4]$$

b) Continuity

 Jump discontinuity in  $x = 2$ 

c) Increasing and decreasing intervals.

 Increasing  $(-\infty, 0)$ 

 Decreasing  $(0, 2) \cup (2, +\infty)$

3. In the following equations, find x:

$$a) \log_x \frac{1}{25} = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{5^2} \Rightarrow x = 5$$

$$b) \log_3(x^2 - 5x + 7) = 0 \Rightarrow 3^0 = x^2 - 5x + 7 \Rightarrow x^2 - 5x + 7 = 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \\ 3 \end{cases}$$

$$c) 3^{2x-1} = 27 \Rightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Rightarrow 2x - 1 = 3 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$d) \log_x 27 = -3 \Rightarrow x^{-3} = 27 \Rightarrow x^3 = \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

4. Tenemos una baraja española de 40 cartas.

Si elegimos dos al azar, calcula:

a) Probabilidad de que sean dos oros.

$$P(\text{oro y oro}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52}$$

b) Probabilidad de que una de ellas sea el as de oros

$$P(\text{AsOro y otra}) + P(\text{otra y AsOro}) = \frac{1}{40} \cdot \frac{39}{39} + \frac{39}{40} \cdot \frac{1}{39} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}$$

c) Probabilidad de que ninguna sea de oros.

$$P(\text{no oros y no oros}) = \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} = \frac{29}{52}$$

d) Probabilidad de que alguna de las cartas sea de oros.

$$P(\text{alguna de oros}) = 1 - P(\text{ninguna de oros}) = 1 - \frac{29}{52} = \frac{23}{52}$$

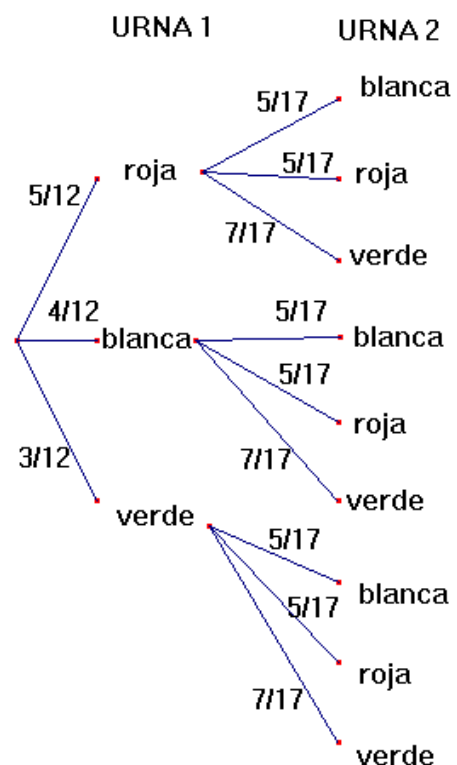
5. Tenemos dos urnas, en la primera hay 5 bolas rojas, 4 blancas y 3 verdes. En la segunda hay 5 bolas rojas, 5 blancas y 7 verdes. Extraemos una bola de cada urna.

a) ¿cuál es la probabilidad de que sean del mismo color?

mismo color  $P(\text{mismo color}) = P(\text{roja y roja}) + P(\text{blanca y blanca}) + P(\text{verde y verde})$

$$P(\text{mismo color}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{17} + \frac{4}{12} \cdot \frac{5}{17} + \frac{3}{12} \cdot \frac{7}{17} = \frac{11}{34}$$

b) ¿y de que sean de distinto color?



$$P(\text{distinto color}) = 1 - P(\text{mismo color}) = 1 - \frac{11}{34} = \frac{23}{34}$$

6. Al estudiar una muestra de 1000 personas vemos que entre ellas hay 92 fumadores que son asmáticos y 480 fumadores que no son asmáticos. Entre los no fumadores 26 son asmáticos. Elegida una persona al azar de esta muestra:

- ¿cuál es la probabilidad de que sea fumadora?
- ¿cuál es la probabilidad de que sea asmática?
- ¿cuál es la probabilidad de que sea no fumadora y asmática?
- Supuesta fumadora, ¿cuál es la probabilidad de que sea asmática?
- Supuesta no fumadora, ¿cuál es la probabilidad de que no sea asmática?

	Fumadores	No fuma.	
Asma	92	26	118
No asma	480	402	882
	572	428	1000

$$a) P(\text{Fumador}) = \frac{572}{1000} = \frac{143}{250}$$

$$b) P(\text{asma}) = \frac{118}{1000} = \frac{59}{500}$$

$$c) P(\text{NF y asma}) = \frac{26}{1000} = \frac{13}{500}$$

$$d) P(\text{asma/fuma}) = \frac{92}{572} = \frac{23}{143}$$

$$e) P(\text{no asma/no fuma}) = \frac{402}{428} = \frac{201}{214}$$