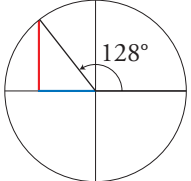
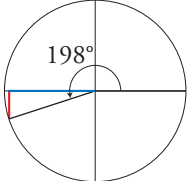
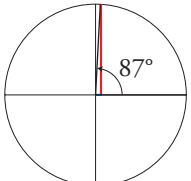
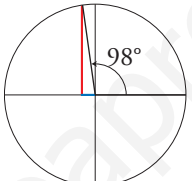
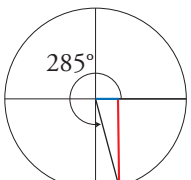
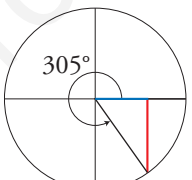


Razones trigonométricas de ángulos cualesquiera

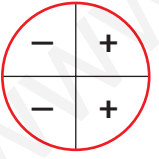
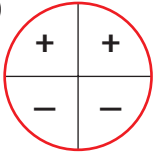
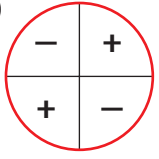
14 Sitúa en la circunferencia goniométrica los siguientes ángulos e indica el signo de sus razones trigonométricas.

- a) 128° b) 198° c) 87° d) 98° e) 285° f) 305°

Compruébalo con la calculadora.

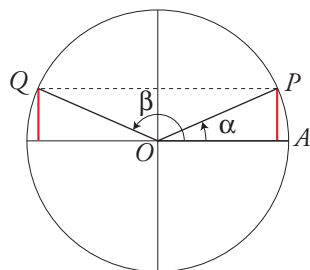
<p>a)</p> 	<table border="1" style="background-color: #e0f0e0;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">128°</th></tr> <tr><td>sen</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr><td>cos</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr><td>tg</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> </table>	128°		sen	+	cos	-	tg	-	<p>b)</p> 	<table border="1" style="background-color: #e0f0e0;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">198°</th></tr> <tr><td>sen</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr><td>cos</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr><td>tg</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> </table>	198°		sen	-	cos	-	tg	+
128°																			
sen	+																		
cos	-																		
tg	-																		
198°																			
sen	-																		
cos	-																		
tg	+																		
<p>c)</p> 	<table border="1" style="background-color: #e0f0e0;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">87°</th></tr> <tr><td>sen</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr><td>cos</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr><td>tg</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> </table>	87°		sen	+	cos	+	tg	+	<p>d)</p> 	<table border="1" style="background-color: #e0f0e0;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">98°</th></tr> <tr><td>sen</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr><td>cos</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr><td>tg</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> </table>	98°		sen	+	cos	-	tg	-
87°																			
sen	+																		
cos	+																		
tg	+																		
98°																			
sen	+																		
cos	-																		
tg	-																		
<p>e)</p> 	<table border="1" style="background-color: #e0f0e0;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">285°</th></tr> <tr><td>sen</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr><td>cos</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr><td>tg</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> </table>	285°		sen	-	cos	+	tg	-	<p>f)</p> 	<table border="1" style="background-color: #e0f0e0;"> <tr><th colspan="2" style="text-align: center;">305°</th></tr> <tr><td>sen</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr><td>cos</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr><td>tg</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> </table>	305°		sen	-	cos	+	tg	-
285°																			
sen	-																		
cos	+																		
tg	-																		
305°																			
sen	-																		
cos	+																		
tg	-																		

15 En cada uno de estos círculos está indicado el signo de las razones trigonométricas de α , según el cuadrante en el que esté α . ¿Cuál corresponde a $\text{sen } \alpha$? ¿Cuál a $\text{cos } \alpha$? ¿Y cuál a $\text{tg } \alpha$?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 	<p>c)</p> 	<p>a) $\text{cos } \alpha$ b) $\text{sen } \alpha$ c) $\text{tg } \alpha$</p>
---	---	---	--

16 Resuelto en el libro de texto.

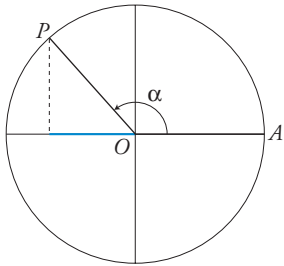
17 Dibuja dos ángulos cuyo seno sea $2/5$ y halla su coseno.



$$\text{sen } \alpha = \frac{2}{5} \rightarrow \text{cos } \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \pm \sqrt{\frac{21}{25}} = \pm \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\text{cos } \widehat{AOP} = \frac{\sqrt{21}}{5}; \text{cos } \widehat{AOQ} = -\frac{\sqrt{21}}{5}$$

- 18** $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Dibuja un ángulo menor que 180° cuyo coseno sea $-2/3$ y halla su seno y su tangente.



El ángulo \widehat{AOP} cumple las condiciones.

$$\cos \alpha = -\frac{2}{3} \rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \rightarrow \operatorname{sen} \widehat{AOP} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\operatorname{tg} \widehat{AOP} = \frac{\sqrt{5}/3}{-2/3} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

- 19** $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = -2$ y $\alpha < 180^\circ$, halla $\operatorname{sen} \alpha$ y $\cos \alpha$.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = -2 \\ (\operatorname{sen} \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} s = -2c \\ 4c^2 + c^2 = 1 \rightarrow 5c^2 = 1 \rightarrow c = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{5} \end{array}$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}; \operatorname{sen} \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

■ Aplica lo aprendido

- 20** $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Halla la medida de los lados y los ángulos desconocidos en los siguientes triángulos rectángulos ($\widehat{A} = 90^\circ$):

- a) $b = 7$ cm $c = 18$ cm b) $a = 25$ cm $b = 7$ cm
 c) $b = 18$ cm $\widehat{B} = 40^\circ$ d) $c = 12,7$ cm $\widehat{B} = 65^\circ$
 e) $a = 35$ cm $\widehat{C} = 36^\circ$

a) $a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{7^2 + 18^2} \approx 19,31$ cm

$$\operatorname{tg} \widehat{B} = \frac{b}{c} = \frac{7}{18} = 0,38 \rightarrow \widehat{B} \approx 21^\circ 15' 2''$$

$$\widehat{C} = 90^\circ - 21^\circ 15' 2'' = 68^\circ 44' 58''$$

b) $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$ cm

$$\operatorname{sen} \widehat{B} = \frac{b}{a} = \frac{7}{25} = 0,28 \rightarrow \widehat{B} \approx 16^\circ 15' 37''$$

$$\widehat{C} = 90^\circ - 16^\circ 15' 37'' = 73^\circ 44' 23''$$

c) $\widehat{C} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

$$\operatorname{sen} \widehat{B} = \frac{b}{a} \rightarrow \operatorname{sen} 40^\circ = \frac{18}{a} \rightarrow a \approx 28$$
 cm

$$\operatorname{tg} \widehat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow \operatorname{tg} 40^\circ = \frac{18}{c} \rightarrow c \approx 21,45$$
 cm

d) $\widehat{C} = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

$$\operatorname{tg} \widehat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow \operatorname{tg} 65^\circ = \frac{b}{12,7} \rightarrow b \approx 27,23$$
 cm

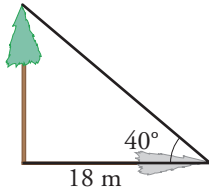
$$\cos \widehat{B} = \frac{c}{a} \rightarrow \cos 65^\circ = \frac{12,7}{a} \rightarrow a \approx 30,05$$
 cm

$$e) \hat{B} = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

$$\operatorname{sen} \hat{C} = \frac{c}{a} \rightarrow \operatorname{sen} 36^\circ = \frac{c}{35} \rightarrow c \approx 20,57 \text{ cm}$$

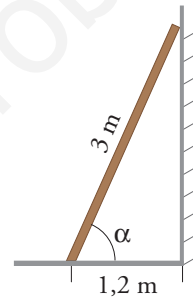
$$\operatorname{cos} \hat{C} = \frac{b}{a} \rightarrow \operatorname{cos} 36^\circ = \frac{b}{35} \rightarrow b \approx 28,32 \text{ cm}$$

- 21** ▽ ▽ ▽ Cuando los rayos del sol forman 40° con el suelo, la sombra de un árbol mide 18 m. ¿Cuál es su altura?



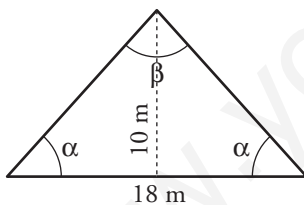
$$\operatorname{tg} 40^\circ = \frac{x}{18} \rightarrow x = 15,1 \text{ m mide el árbol.}$$

- 22** ▽ ▽ ▽ Una escalera de 3 m está apoyada en una pared. ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo si su base está a 1,2 m de la pared?



$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{1,2}{3} = 0,4 \rightarrow \alpha = 66^\circ 25' 19''$$

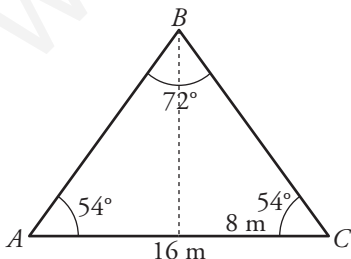
- 23** ▽ ▽ ▽ De un triángulo isósceles conocemos su lado desigual, 18 m, y su altura, 10 m. ¿Cuánto miden sus ángulos?



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{10}{9} = 1,1 \rightarrow \alpha = 48^\circ 46''$$

$$\beta = 180^\circ - 2\alpha = 83^\circ 58' 28''$$

- 24** ▽ ▽ ▽ Calcula el perímetro y el área de un triángulo isósceles en el que el ángulo desigual mide 72° y la medida del lado opuesto a ese ángulo es de 16 m.



$$\hat{A} = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = 54^\circ$$

$$\operatorname{cos} 54^\circ = \frac{8}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{BC} = \frac{8}{\operatorname{cos} 54^\circ} = 13,6 \text{ m}$$

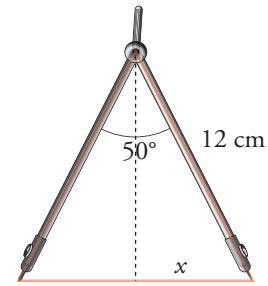
- Perímetro = $13,6 \cdot 2 + 16 = 43,2 \text{ m}$
- Altura, h : $\operatorname{tg} 54^\circ = \frac{h}{8} \rightarrow h = 8 \cdot \operatorname{tg} 54^\circ = 11,01 \text{ m}$
- Área = $\frac{16 \cdot 11,01}{2} \approx 88,1 \text{ m}^2$

Soluciones a "Ejercicios y problemas"

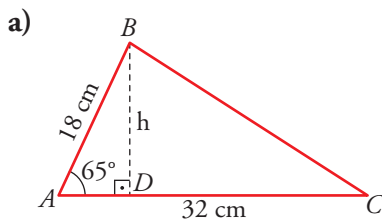
- 25** Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de 50° . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?

$$\operatorname{sen} 25^\circ = \frac{x}{12} \rightarrow x \approx 5,07 \text{ cm}$$

Radio de la circunferencia $\approx 10,14 \text{ cm}$

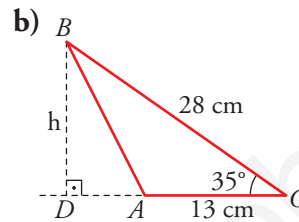


- 26** Calcula la altura, h , y el área de los siguientes triángulos:



$$\operatorname{sen} 65^\circ = \frac{h}{18} \rightarrow h \approx 16,3 \text{ cm}$$

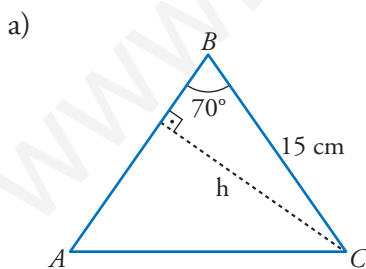
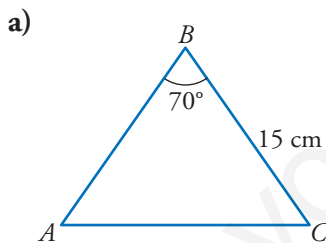
$$A = \frac{32 \cdot 16,3}{2} = 260,8 \text{ cm}^2$$



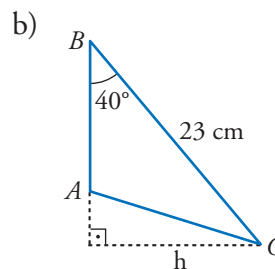
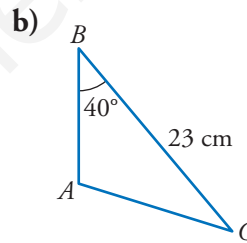
$$\operatorname{sen} 35^\circ = \frac{h}{28} \rightarrow h \approx 16,1 \text{ cm}$$

$$A = \frac{13 \cdot 16,1}{2} = 104,61 \text{ cm}^2$$

- 27** Calcula la altura sobre el lado AB en los siguientes triángulos:



$$\operatorname{sen} 70^\circ = \frac{h}{15} \rightarrow h \approx 14,1 \text{ cm}$$



$$\operatorname{sen} 40^\circ = \frac{h}{23} \rightarrow h \approx 14,8 \text{ cm}$$