4. Aplicaciones geométricas de coordenadas II

1 El baricentro, o centro de gravedad, de un triángulo, *ABC*, con $A(2, 3)$, $B(-1, 4)$ y $C(2, 5)$, es el punto *G* y verifica que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$; donde *M* es el punto medio del lado *BC*. Demuestra que $G = \frac{A + B + C}{3}$, y halla el baricentro del triángulo.

2 Halla los puntos medios, *M, N* y *P,* de los lados del triángulo, *ABC,* donde $A(1, 3)$, $B(-2, 4)$ y $C(1, -5)$, y comprueba que el baricentro del triángulo *MNP* coincide con el baricentro de *ABC*.

3 Calcula el valor de *a* para que los puntos $P(3, -4)$, $Q(2, a)$ y $R(1, 0)$ estén alineados.

4. Aplicaciones geométricas de coordenadas II

Solucionario

1 Como $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$, entonces $G - A = \frac{2}{3}(M - A)$. Por tanto:

$$G = A + \frac{2}{3}(M - A) = A + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}(B + C) - A\right) = A + \frac{2}{6}(B + C) - \frac{2}{3}A = \left(1 - \frac{2}{3}\right)A + \frac{1}{3}(B + C) = \frac{1}{3}A + \frac{1}{3}(B + C) = \frac{A + B + C}{3}$$

El baricentro del triángulo ABC es $G = \frac{(2, 3) + (-1, 4) + (2, 5)}{3} = \left(\frac{3}{3}, \frac{12}{3}\right) = (1, 4)$.

2 $M = \frac{A + B}{2} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$; $N = \frac{A + C}{2} = (1, -1)$; $P = \frac{B + C}{2} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

Baricentro de $MNP = \frac{M + N + P}{3} = \left(0, \frac{2}{3}\right)$

Baricentro de $ABC = \frac{A + B + C}{3} = \left(0, \frac{2}{3}\right)$

3 Para que los puntos P, Q y R estén alineados, se ha de cumplir que:

$$\frac{1 - 3}{2 - 3} = \frac{0 - (-4)}{a - (-4)} \Leftrightarrow -2(a + 4) = -1 \cdot 4 \Leftrightarrow -2a - 8 = -4 \Rightarrow a = -2$$