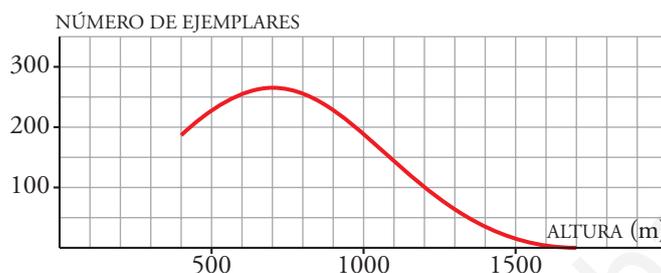


PÁGINA 84

En una comarca hay una cierta especie de vegetal que se encuentra con frecuencia. Se ha estudiado la *cantidad media de ejemplares por hectárea* que hay a distintas *alturas*. El resultado se da en la gráfica siguiente:



- 1** ¿Cuál es el número medio de ejemplares a 500 m? ¿Y a 1200 m?
¿A qué altura hay mayor número de ejemplares?

A 500 m, unos 225 ejemplares.

A 1200 m, unos 100 ejemplares.

A una altura de 700 m es donde más ejemplares encuentran.

- 2** En otra comarca de características similares hay alturas de 2000 m. ¿Cuántos ejemplares de esas plantas crees que se encontrarán en esas cotas?

En esas cotas no encontrarán ejemplares.

- 3** Haz una descripción global de la función, de modo que se diga con brevedad cómo evoluciona el *número de ejemplares por hectárea* con la *altura*.

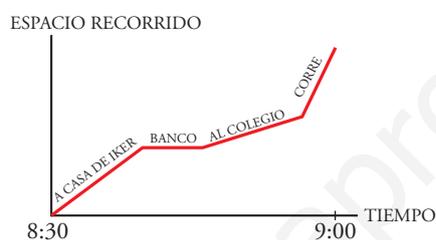
A unos 400 m encuentran, de media, algo menos de 200 ejemplares. A partir de esta altura, según ascienden, el número de ejemplares aumenta, hasta llegar al máximo de unos 260 a los 700 m. A partir de esta altura, el número de ejemplares desciende según aumenta la altura, hasta que en la cota de 1700 m no encuentran ejemplares.

PÁGINA 85

ANTES DE COMENZAR, RECUERDA

- 1** Haz una gráfica en la que se vea representado el recorrido de Alberto, desde su casa hasta el colegio, en función del tiempo:

De casa salió a las 8:30 y fue sin parar hasta casa de su amigo Íker. Lo esperó un rato sentado en el banco y luego se fueron juntos, muy despacio, hacia el colegio. Cuando ya estaban llegando, se dio cuenta de que se había dejado la cartera en el banco; volvió corriendo, la recogió y llegó al colegio a las 9 en punto.



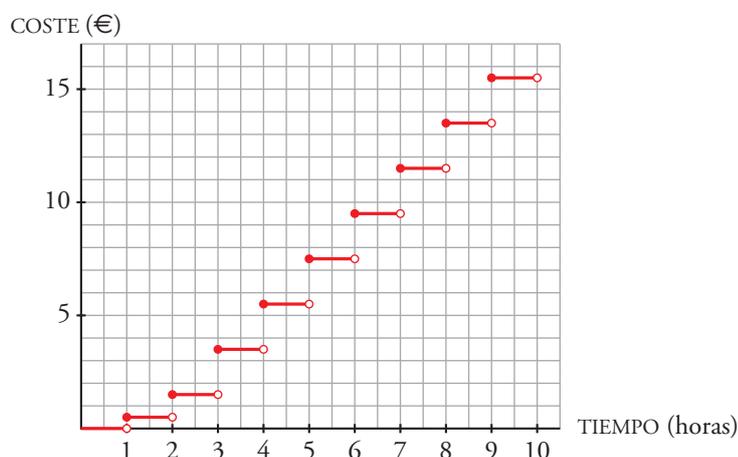
- 2** • Di cuánto cuesta dejar el coche:

TABLA DE PRECIOS: APARCAMIENTO "LA TRANQUERA"	
PRIMERA HORA:	Gratis
SEGUNDA HORA:	0,5 €
TERCERA HORA:	1 €
CUARTA HORA EN ADELANTE:	2 € más por cada hora
ESTANCIA MÁXIMA:	10 horas

- a) 0,5 horas b) 1,5 horas c) 2,5 horas d) 5,5 horas

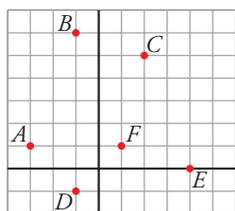
- Representa gráficamente la variación del coste en función del tiempo.

- a) 0 €
b) 0,5 €
c) 1,5 €
d) 7,5 €



4 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

3 Di el valor de la pendiente de cada uno de los siguientes segmentos:



AB, BC, CD, DF, FE

$$AB \rightarrow \frac{5}{2} \quad BC \rightarrow -\frac{1}{3} \quad CD \rightarrow 2 \quad DF \rightarrow 1 \quad FE \rightarrow -\frac{1}{3}$$

4 Calcula el valor de la pendiente de cada segmento, PQ, QR, RS, ST, TQ , conociendo las coordenadas de sus extremos:

$$P(-4, 1), Q(1, 6), R(5, 4), S(6, -2), T(-2, -2)$$

$$PQ \rightarrow \frac{6-1}{1+4} = \frac{5}{5} = 1$$

$$QR \rightarrow \frac{4-6}{5-1} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

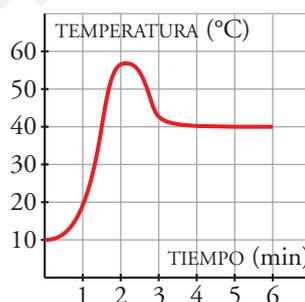
$$RS \rightarrow \frac{-2-4}{6-5} = -6$$

$$ST \rightarrow \frac{-2+2}{-2-6} = 0$$

$$TQ \rightarrow \frac{-2-6}{-2-1} = \frac{8}{3}$$

PÁGINA 86

1 La gráfica describe la temperatura a la que sale el agua de un grifo que está un rato abierto.



a) ¿Cuáles son las dos variables?

b) Explica por qué es una función.

c) ¿Cuáles son el dominio de definición y el recorrido?

a) Variable independiente \rightarrow tiempo (min)

Variable dependiente \rightarrow temperatura ($^{\circ}\text{C}$)

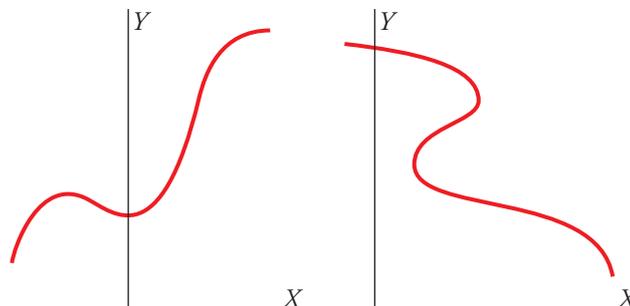
b) Para cada valor del tiempo hay un único valor de temperatura.

c) Dominio = $[0, 6]$

Recorrido = $[10, 58]$

4 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

- 2** Una de estas dos gráficas corresponde a una función, y la otra, no. Identifica cada cual, razonadamente.



La gráfica de la izquierda es una función: a cada valor de x le corresponde un único valor de y .

La gráfica de la derecha no es función: hay valores de x a los que les corresponde 2 ó 3 valores de y .

PÁGINA 87

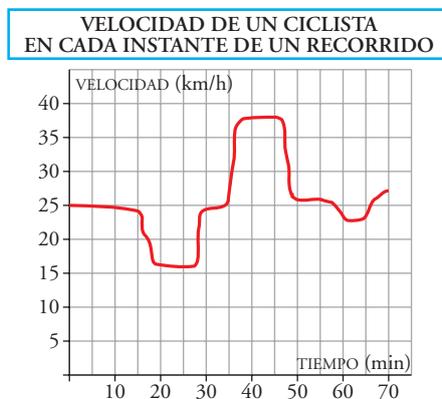
- 1** Vamos a analizar la gráfica correspondiente al índice de la bolsa:



- ¿Te parece razonable que la gráfica arranque exactamente del valor 100%?
 - El máximo anual fue del 128%. ¿En qué momento ocurrió? Contesta aproximadamente.
 - ¿Cuál fue el mínimo anual? ¿En qué momento sucedió?
 - ¿Cuál fue el valor de la bolsa a final de año?
- Sí. La gráfica marca el “porcentaje sobre el valor al comienzo del año”, y al comienzo del año debe estar al 100%.
 - En los comienzos del mes de abril.
 - El mínimo anual fue del 65%, aproximadamente. Ocurrió a finales del mes de octubre.
 - A final de año el valor era de un 90%.

4 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

2 Vamos a analizar la gráfica que describe la velocidad del ciclista:



- ¿Cuánto tiempo tarda en hacer el recorrido?
- En los primeros 15 minutos circula en llano. ¿A qué velocidad lo hace? ¿Qué distancia recorre?
- Entre los 18 y los 22 minutos va cuesta arriba. Di a qué velocidad.
- Señala un intervalo de 5 minutos en el que marcha cuesta abajo. ¿A qué velocidad lo hace?

a) 70 minutos = 1 h 10 min.

b) Aunque al final de esos 15 minutos la velocidad decae un poco, consideraremos que va, durante todo ese tiempo, a 25 km/h. En esos 15 minutos recorre:

$$\frac{25}{4} \text{ km} = 6,25 \text{ km}$$

c) Cuando empieza la subida va a 20 km/h y descende su velocidad en ese tramo de tiempo hasta llegar a, aproximadamente, unos 16 km/h.

d) Entre los minutos 35 y 40. Comienza a una velocidad de 25 km/h y acaba a 38 km/h.

PÁGINA 88

3 Halla la cuota que corresponde a cada una de las siguientes bases liquidables:

a) 2 500 €

b) 12 640 €

c) 25 000 €

d) 93 000 €

a) 15% de 2 500 € = 375 €

b) 12 640 - 4 000 = 8 640

25% de 8 640 = 8 640 · 0,25 = 2 160

2 160 + 600 = 2 760 €

c) 25 000 - 14 000 = 11 000

d) 93 000 - 46 000 = 47 000

11 000 · 0,28 = 3 080

47 000 · 0,45 = 21 150

3 080 + 3 000 = 6 080 €

21 150 + 13 760 = 34 910 €

4 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 89

- 4** En el EJEMPLO 1, calcula la distancia de frenada para velocidades de 10, 40, 80, 100, 120, 150 y 200 km/h.

¿A qué velocidad corresponde una distancia de 60 m?

$$v = 10 \text{ km/h} \rightarrow d = 0,0074 \cdot 100 + 0,21 \cdot 10 = 2,84 \text{ m}$$

$$v = 40 \text{ km/h} \rightarrow d = 0,0074 \cdot 1\,600 + 0,21 \cdot 40 = 20,24 \text{ m}$$

$$v = 80 \text{ km/h} \rightarrow d = 0,0074 \cdot 6\,400 + 0,21 \cdot 80 = 64,16 \text{ m}$$

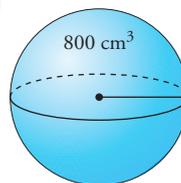
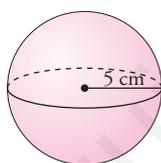
$$v = 100 \text{ km/h} \rightarrow d = 0,0074 \cdot 10\,000 + 0,21 \cdot 100 = 95 \text{ m}$$

$$v = 120 \text{ km/h} \rightarrow d = 0,0074 \cdot 14\,400 + 0,21 \cdot 120 = 131,76 \text{ m}$$

$$v = 150 \text{ km/h} \rightarrow d = 0,0074 \cdot 22\,500 + 0,21 \cdot 150 = 198 \text{ m}$$

$$v = 200 \text{ km/h} \rightarrow d = 0,0074 \cdot 40\,000 + 0,21 \cdot 200 = 338 \text{ m}$$

- 5** En el EJEMPLO 2, halla el volumen de una esfera de radio 5 cm y el radio de una esfera de volumen 800 cm³.



$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3 \approx 523,6 \text{ cm}^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{2\,400}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{600}{\pi}} \text{ cm} \approx 5,76 \text{ cm}$$

- 6** Halla (EJEMPLO 3) el periodo de un péndulo de 1 m de largo. Se dice que ese péndulo “bate segundos”. ¿Es razonable la expresión?

$$T = \sqrt{4} = 2 \text{ s}$$

La expresión “bate segundos” es razonable: en cada oscilación, la ida la hace en 1 segundo y la vuelta en otro segundo.

4 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

7 Calcula el tamaño aparente, A , de un objeto (EJEMPLO 4) para los siguientes valores de d :

0; 0,5; 1; 1,5; 1,9; 1,99.

Para $d = 4$ se obtiene $A = -1$. Eso significa que el objeto se ve del mismo tamaño, pero invertido. Interpreta los valores de A para d :

10; 5; 2,5; 2,1; 2,01.

$$d = 0 \rightarrow A = 1$$

$$d = 0,5 \rightarrow A = 4/3$$

$$d = 1 \rightarrow A = 2$$

$$d = 1,5 \rightarrow A = 4$$

$$d = 1,9 \rightarrow A = 20$$

$$d = 1,99 \rightarrow A = 200$$

$$d = 10 \rightarrow A = -1/4. \text{ El objeto se ve a } 1/4 \text{ de su tamaño, e invertido.}$$

$$d = 5 \rightarrow A = -2/3. \text{ El objeto se ve a } 2/3 \text{ de su tamaño, e invertido.}$$

$$d = 2,5 \rightarrow A = -4. \text{ El objeto se ve a } 4 \text{ veces su tamaño, e invertido.}$$

$$d = 2,1 \rightarrow A = -20. \text{ El objeto se ve a } 20 \text{ veces su tamaño, e invertido.}$$

$$d = 2,01 \rightarrow A = -200. \text{ El objeto se ve a } 200 \text{ veces su tamaño, e invertido.}$$

PÁGINA 90

1 Halla el dominio de definición de:

$$\text{a) } y = \frac{1}{x^2 + 2x - 8}$$

$$\text{b) } y = \sqrt{x - 5}$$

$$\text{c) } y = \frac{1}{\sqrt{x - 5}}$$

$$\text{a) } x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} = \begin{cases} 2 \\ -4 \end{cases}$$

$$\text{Dom } y = (-\infty, -4) \cup (-4, 2) \cup (2, +\infty)$$

$$\text{b) } x - 5 \geq 0 \rightarrow x \geq 5$$

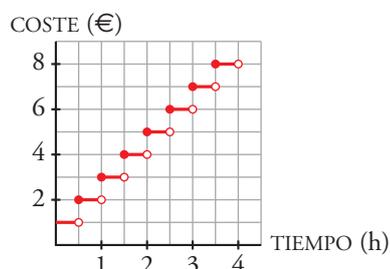
$$\text{Dom } y = [5, +\infty)$$

$$\text{c) } x - 5 > 0 \rightarrow x > 5$$

$$\text{Dom } y = (5, +\infty)$$

PÁGINA 91

- 1** Construye una función similar a la ①, pero para el caso de que se pague 1 euro cada media hora. ¿Cuál de las dos opciones de pago te parece más justa?



Esta opción de pago es más justa que la del ejemplo.

- 2** Analiza la función ③ para valores “próximos a 2”. Comprueba que cuando x vale 1,9; 1,99; 1,999; 2,01; 2,001, la y toma valores “muy grandes”.

$$x = 1,9 \rightarrow y = \frac{1}{(1,9 - 2)^2} = 100$$

$$x = 1,99 \rightarrow y = \frac{1}{(1,99 - 2)^2} = 10^4$$

$$x = 1,999 \rightarrow y = \frac{1}{(1,999 - 2)^2} = 10^6$$

$$x = 2,01 \rightarrow y = \frac{1}{(2,01 - 2)^2} = 10^4$$

$$x = 2,001 \rightarrow y = \frac{1}{(2,001 - 2)^2} = 10^6$$

PÁGINA 92

- 1** De la función de la derecha di:

a) En qué intervalos es creciente y en cuáles es decreciente.

b) Cuáles son sus máximos y sus mínimos relativos.



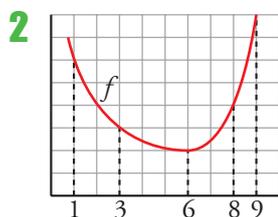
a) Crece en $(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$.

Decrece en $(-\infty, -5) \cup (-3, 5)$.

b) Máximo relativo en el punto $(-3, 5)$.

Mínimos relativos en los puntos $(-5, 3)$ y $(5, -2)$.

PÁGINA 93



Halla la tasa de variación media (T.V.M.) de la función f representada, en los intervalos $[1, 3]$, $[3, 6]$, $[6, 8]$, $[8, 9]$ y $[3, 9]$.

$$\text{T.V.M. } [1, 3] = \frac{3-6}{3-1} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{T.V.M. } [3, 6] = \frac{2-3}{6-3} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{T.V.M. } [6, 8] = \frac{4-2}{8-6} = 1$$

$$\text{T.V.M. } [8, 9] = \frac{8-4}{9-8} = 4$$

$$\text{T.V.M. } [3, 9] = \frac{8-3}{9-3} = \frac{5}{6}$$

3 Halla la T.V.M. de la función $y = x^2 - 4x + 5$ (EJERCICIO RESUELTO 2) en $[0, 2]$, $[1, 3]$ y $[1, 4]$.

$$\text{T.V.M. } [0, 2] = \frac{1-5}{2} = -2$$

$$\text{T.V.M. } [1, 3] = \frac{2-2}{3-1} = 0$$

$$\text{T.V.M. } [1, 4] = \frac{5-2}{4-1} = 1$$

4 Halla la velocidad media de la piedra del EJERCICIO RESUELTO 3 en los intervalos $[0, 1]$, $[0, 3]$, $[3, 4]$ y $[4, 8]$.

$$\text{T.V.M. } [0, 1] = \frac{35-0}{1-0} = 35$$

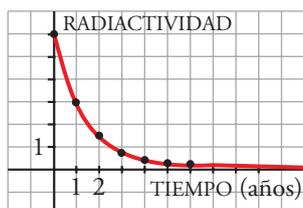
$$\text{T.V.M. } [0, 3] = \frac{75-0}{3-0} = 25$$

$$\text{T.V.M. } [3, 4] = \frac{80-75}{4-3} = 5$$

$$\text{T.V.M. } [4, 8] = \frac{0-80}{8-4} = -20$$

PÁGINA 95

1 La cantidad de radiactividad que posee una sustancia se reduce a la mitad cada año. La gráfica adjunta describe la cantidad de radiactividad que hay en una porción de esa sustancia al transcurrir el tiempo.

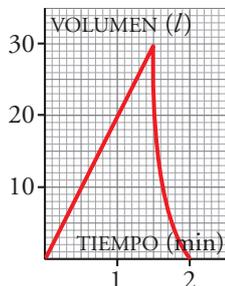


¿A cuánto *tiende* la radiactividad con el paso del tiempo?

La radiactividad, con el paso del tiempo, tiende a cero.

4 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

- 2 La cisterna de unos servicios públicos se llena y se vacía, automáticamente, cada dos minutos, siguiendo el ritmo de la gráfica adjunta.

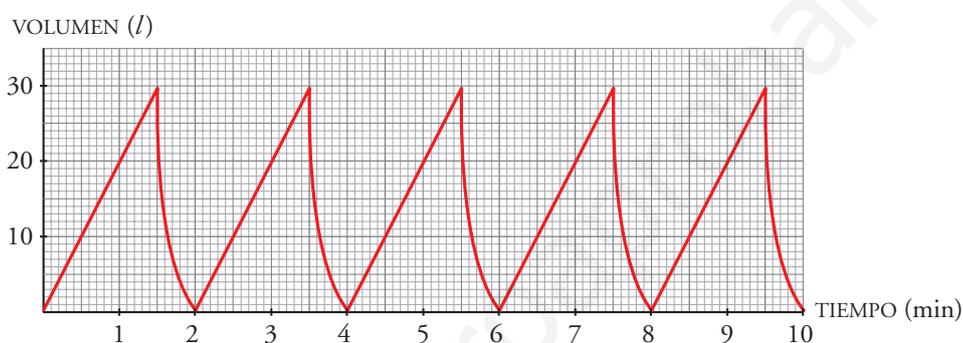


a) Dibuja la gráfica correspondiente a 10 min.

b) ¿Cuánta agua habrá en la cisterna en los siguientes instantes?

I) 17 min II) 40 min 30 s III) 1 h 9 min 30 s

a)



b) I) $f(17) = f(1) = 20$ litros

II) $f(40 \text{ min } 30 \text{ s}) = f(30 \text{ s}) = 10$ litros

III) $f(1 \text{ h } 9 \text{ min } 30 \text{ s}) = f(1 \text{ min } 30 \text{ s}) = 30$ litros