Página 95

PRACTICA

Ecuaciones de 1^er^ y 2º grados

1 **Resuelve estas ecuaciones:**

a) $\dfrac{3x+2}{5} - \dfrac{4x-1}{10} + \dfrac{5x-2}{8} = \dfrac{x+1}{4}$

b) $(3x+2)^2 + 3(1-3x)x = 2(x-11)$

c) $(2x-3)^2 + (x-2)^2 = 3(x+1) + 5x(x-1)$

a) $\dfrac{3x+2}{5} - \dfrac{4x-1}{10} + \dfrac{5x-2}{8} = \dfrac{x+1}{4}$

Multiplicamos toda la ecuación por 40:

$8(3x+2) - 4(4x-1) + 5(5x-2) = 10(x+1)$

$24x + 16 - 16x + 4 + 25x - 10 = 10x + 10 \ \rightarrow\ 23x = 0 \ \rightarrow\ x = 0$

b) $(3x+2)^2 + 3(1-3x)x = 2(x-11)$

$9x^2 + 4 + 12x + 3x - 9x^2 = 2x - 22 \ \rightarrow\ 13x + 26 = 0 \ \rightarrow\ x = -2$

c) $(2x-3)^2 + (x-2)^2 = 3(x+1) + 5x(x-1)$

$4x^2 + 9 - 12x + x^2 + 4 - 4x = 3x + 3 + 5x^2 - 5x \ \rightarrow\ 14x = 10 \ \rightarrow\ x = \dfrac{5}{7}$

2 **Las siguientes ecuaciones son de primer grado. Compruébalo y resuélvelas:**

a) $\dfrac{(x-3)^2}{4} - \dfrac{(2x-1)^2}{16} = \dfrac{35}{16}$

b) $\dfrac{x+3}{5} - \dfrac{(x-1)^2}{4} = -\dfrac{1}{4}x^2 - \left(\dfrac{x}{2} + 2\right)$

c) $\dfrac{1}{2}\left[1 - (x+2)^2\right] = -x - \dfrac{x^2-1}{2}$

Para comprobar que son ecuaciones de primer grado, simplificamos las ecuaciones al máximo antes de resolverlas:

a) $\dfrac{(x-3)^2}{4} - \dfrac{(2x-1)^2}{16} = \dfrac{35}{16}$

$4(x^2 + 9 - 6x) - (4x^2 + 1 - 4x) = 35 \ \rightarrow\ 4x^2 + 36 - 24x - 4x^2 - 1 + 4x = 35$

$-20x = 0 \ \rightarrow\ $ Ecuación de primer grado

$20x = 0 \ \rightarrow\ x = 0$

b) $\dfrac{x+3}{5} - \dfrac{(x-1)^2}{4} = \dfrac{-1}{4}x^2 - \left(\dfrac{x}{2} + 2\right)$

$4(x+3) - 5(x^2 + 1 - 2x) = -5x^2 - 10x - 40$

$4x + 12 - 5x^2 - 5 + 10x = -5x^2 - 10x - 40 \;\rightarrow\; 24x = -47 \;\rightarrow\; x = -\dfrac{47}{24}$

c) $\dfrac{1}{2}[1 - (x+2)^2] = -x - \dfrac{x^2 - 1}{2}$

$1 - (x^2 + 4 + 4x) = -2x - x^2 + 1 \;\rightarrow\; 1 - x^2 - 4 - 4x = -2x - x^2 + 1$

$-3 - 4x = -2x + 1 \;\rightarrow$ Ecuación de primer grado

$-3 - 4x = -2x + 1 \;\rightarrow\; 2x = -4 \;\rightarrow\; x = -2$

3 **Las siguientes ecuaciones son de segundo grado e incompletas. Resuélvelas sin aplicar la fórmula general:**

a) $(3x+1)(3x-1) + \dfrac{1}{2}(x-2)^2 = 1 - 2x$

b) $\dfrac{x^2+2}{3} - \dfrac{x^2+1}{4} = 1 - \dfrac{x+7}{12}$

c) $\dfrac{(2x-1)(2x+1)}{3} + \dfrac{(x-2)^2}{4} = \dfrac{3x+4}{6} + \dfrac{x^2}{3}$

a) $(3x+1)(3x-1) + \dfrac{1}{2}(x-2)^2 = 1 - 2x$

$9x^2 - 1 + \dfrac{x^2 - 4x + 4}{2} = 1 - 2x \;\rightarrow\; 18x^2 - 2 + x^2 - 4x + 4 = 2 - 4x$

$19x^2 = 0 \;\rightarrow\; x = 0$

b) $\dfrac{x^2+2}{3} - \dfrac{x^2+1}{4} = 1 - \dfrac{x+7}{12}$

$4x^2 + 8 - 3x^2 - 3 = 12 - x - 7 \;\rightarrow\; x^2 + x = 0 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; x(x+1) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

c) $\dfrac{(2x-1)(2x+1)}{3} + \dfrac{(x-2)^2}{4} = \dfrac{3x+4}{6} + \dfrac{x^2}{3}$

$\dfrac{4x^2 - 1}{3} + \dfrac{x^2 - 4x + 4}{4} = \dfrac{3x + 4 + 2x^2}{6} \;\rightarrow\; 16x^2 - 4 + 3x^2 - 12x + 12 =$

$= 6x + 8 + 4x^2 \;\rightarrow\; 15x^2 - 18x = 0 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; x(15x - 18) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \dfrac{6}{5} \end{cases}$

4 **Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:**

a) $(x+1)^2 - 3x = 3$

b) $(2x+1)^2 = 1 + (x-1)(x+1)$

c) $\frac{(x+1)(x-3)}{2} + x = \frac{x}{4}$

d) $x + \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = x^2 - 2$

a) $(x+1)^2 - 3x = 3$

$x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 = 0 \;\rightarrow\; x^2 - x - 2 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$ $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

b) $(2x+1)^2 = 1 + (x-1)(x+1)$

$4x^2 + 1 + 4x = 1 + x^2 - 1 \;\rightarrow\; 3x^2 + 4x + 1 = 0$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-12}}{6} = \frac{-4 \pm 2}{6}$ $\begin{cases} x_1 = -1/3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

c) $\frac{(x+1)(x-3)}{2} + x = \frac{x}{4}$

$\frac{x^2 - 2x - 3}{2} + x = \frac{x}{4} \;\rightarrow\; 2x^2 - 4x - 6 + 4x = x \;\rightarrow\; 2x^2 - x - 6 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4}$ $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3/2 \end{cases}$

d) $x + \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = x^2 - 2$

$6x + 9x + 3 - 2x + 4 = 6x^2 - 12 \;\rightarrow\; 6x^2 - 13x - 19 = 0$

$x = \frac{13 \pm \sqrt{169+456}}{12} = \frac{13 \pm 25}{12}$ $\begin{cases} x_1 = 19/6 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

5 **Tres de estas ecuaciones no tienen solución. Averigua cuáles son:**

a) $(5x-3)^2 - 5x(4x-5) = 5x(x-1)$

b) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$

c) $(x+3)^2 - 2(3x+6) = 0$

d) $\frac{x+1}{2} = x - \frac{2x+3}{4}$

a) $(5x-3)^2 - 5x(4x-5) = 5x(x-1)$

$25x^2 + 9 - 30x - 20x^2 + 25x = 5x^2 - 5x \;\rightarrow\; 9 = 0 \;\rightarrow$ No tiene solución.

b) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$

$x^2 - 4x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2} \rightarrow$ No tiene solución.

c) $(x + 3)^2 - 2(3x + 6) = 0$

$x^2 + 6x + 9 - 6x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{3} \begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ x_2 = -\sqrt{3} \end{cases}$

d) $\frac{x + 1}{2} = x - \frac{2x + 3}{4}$

$2x + 2 = 4x - 2x - 3 \rightarrow 2 = -3 \rightarrow$ No tiene solución.

Otras ecuaciones

6 Resuelve:

a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ **b) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$**

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ **d) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$**

a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

$x^2 = y \rightarrow x^4 = y^2$

$y^2 - 3y - 4 = 0 \rightarrow y = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} \begin{cases} y_1 = 4 \\ y_2 = -1 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x^2 = 4 \rightarrow x_1 = 2,\ x_2 = -2 \\ x^2 = -1 \rightarrow \text{no hay solución} \end{array}\right\} \rightarrow$ Soluciones: $x_1 = 2,\ x_2 = -2$

b) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

$x^2 = y \rightarrow x^4 = y^2$

$y^2 - 5y + 6 = 0 \rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = 2 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right\}$

Soluciones: $x_1 = \sqrt{3},\ x_2 = -\sqrt{3},\ x_3 = \sqrt{2},\ x_4 = -\sqrt{2}$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

$x^2 = y \rightarrow x^4 = y^2$

$y^2 - 5y + 4 = 0 \rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} y_1 = 4 \\ y_2 = 1 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \end{array}\right\} \rightarrow$ Soluciones: $x_1 = 2,\ x_2 = -2,\ x_3 = 1,\ x_4 = -1$

d) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

$x^2 = y \;\rightarrow\; x^4 = y^2$

$$36y^2 - 13y + 1 = 0 \;\rightarrow\; y = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{72} = \frac{13 \pm 5}{72} \begin{cases} y_1 = \dfrac{18}{72} = \dfrac{1}{4} \\ y_2 = \dfrac{8}{72} = \dfrac{1}{9} \end{cases}$$

$x^2 = \frac{1}{4} \;\rightarrow\; x = \pm\frac{1}{2}$

$x^2 = \frac{1}{9} \;\rightarrow\; x = \pm\frac{1}{3}$

Soluciones: $x_1 = \frac{1}{2},\ x_2 = -\frac{1}{2},\ x_3 = \frac{1}{3},\ x_4 = -\frac{1}{3}$

7 Resuelve:

a) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ **b)** $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ **c)** $25x^4 - 26x^2 + 1 = 0$

d) $x^4 - 81 = 0$ **e)** $x^4 - 9x^2 = 0$ **f)** $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$

a) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

$x^2 = y \;\rightarrow\; x^4 = y^2$

$$y^2 - 5y - 36 = 0 \;\rightarrow\; y = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{2} = \frac{5 \pm 13}{2} \begin{cases} y_1 = 9 \\ y_2 = -4 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} x^2 = 9 \;\rightarrow\; x = \pm 3 \\ x^2 = -4 \;\rightarrow\; \text{no hay solución} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Soluciones: } x_1 = 3,\ x_2 = -3$$

b) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

$x^2 = y \;\rightarrow\; x^4 = y^2$

$$y^2 - 4y + 3 = 0 \;\rightarrow\; y = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} x^2 = 3 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{3} \\ x^2 = 1 \;\rightarrow\; x = \pm 1 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Soluciones: } x_1 = \sqrt{3},\ x_2 = -\sqrt{3},\ x_3 = 1,\ x_4 = -1$$

c) $25x^4 - 26x^2 + 1 = 0$

$x^2 = y \;\rightarrow\; x^4 = y^2$

$$25y^2 - 26y + 1 = 0 \;\rightarrow\; y = \frac{26 \pm \sqrt{676 - 100}}{50} = \frac{26 \pm 24}{50} \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = \dfrac{1}{25} \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} x^2 = 1 \;\rightarrow\; x = \pm 1 \\ x^2 = \dfrac{1}{25} \;\rightarrow\; x = \pm\dfrac{1}{5} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Soluciones: } x_1 = 1,\ x_2 = -1,\ x_3 = \frac{1}{5},\ x_4 = -\frac{1}{5}$$

d) $x^4 - 81 = 0$

$x^4 = 81 \rightarrow x = \sqrt[4]{81} = \pm 3 \rightarrow$ Soluciones: $x_1 = 3,\ x_2 = -3$

e) $x^4 - 9x^2 = 0$

$x^2(x^2 - 9) = 0 \begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0,\ x_2 = 3,\ x_3 = -3$

f) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$

$x^2 = y \rightarrow x^4 = y^2$

$9y^2 - 10y + 1 = 0 \rightarrow y = \dfrac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2 \cdot 9} = \dfrac{10 \pm 8}{18} \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = \dfrac{1}{9} \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \\ x^2 = \dfrac{1}{9} \rightarrow x = \pm \dfrac{1}{3} \end{array}\right\} \rightarrow$ Soluciones: $x_1 = 1,\ x_2 = -1,\ x_3 = \dfrac{1}{3},\ x_4 = -\dfrac{1}{3}$

8 Resuelve:

a) $x - \sqrt{x} = 2$

b) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

c) $x - \sqrt{169 - x^2} = 17$

d) $x + \sqrt{5x + 10} = 8$

a) $x - \sqrt{x} = 2$

$(x - 2) = \sqrt{x} \rightarrow$ Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$x^2 - 4x + 4 = x \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$

$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \dfrac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

Comprobación: $x_1 = 4 \rightarrow 4 - \sqrt{4} = 2$

$x_2 = 1 \rightarrow 1 - \sqrt{4} = 0 \neq 2$

Solución: $x = 4$

b) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

$(x - 1) = \sqrt{25 - x^2} \rightarrow$ Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$x^2 - 2x + 1 = 25 - x^2 \rightarrow 2x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow x^2 - x - 12 = 0$

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \dfrac{1 \pm 7}{2} \begin{cases} 4 \\ -3 \end{cases}$

Comprobación: $x_1 = 4 \rightarrow 4 - \sqrt{25 - 16} = 4 - 3 = 1$

$x_2 = -3 \rightarrow -3 - \sqrt{25 - 9} = -3 - 4 = -7 \neq 1$

Solución: $x = 4$

c) $x - \sqrt{169 - x^2} = 17$

$(x - 17)^2 = \sqrt{169 - x^2} \;\to\;$ Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$x^2 + 289 - 34x = 169 - x^2 \;\to\; 2x^2 - 34x + 120 = 0 \;\to\; x^2 - 17x + 60 = 0$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 240}}{2} = \frac{17 \pm 7}{2} \begin{cases} x_1 = 12 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

Comprobación: $x_1 = 12 \;\to\; 12 - \sqrt{169 - 144} = 12 - 5 = 7 \neq 17$

$x_2 = 5 \;\to\; 5 - \sqrt{169 - 25} = 5 - 12 = -7 \neq 17$

No tiene solución.

d) $x + \sqrt{5x + 10} = 8$

$\sqrt{5x + 10} = (8 - x)^2 \;\to\;$ Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$5x + 10 = 64 + x^2 - 16x \;\to\; x^2 - 21x + 54 = 0$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 216}}{2} = \frac{21 \pm 15}{2} \begin{cases} x_1 = 18 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Comprobación: $x_1 = 18 \;\to\; 18 + \sqrt{5 \cdot 18 + 10} = 18 + 10 = 28 \neq 8$

$x_2 = 3 \;\to\; 3 + \sqrt{5 \cdot 3 + 10} = 3 + 5 = 8$

Solución: $x = 3$

9 Resuelve:

a) $\dfrac{x - 1}{x} + x = 1$

b) $\dfrac{x - 3}{x} + \dfrac{x + 3}{x^2} = \dfrac{2}{3}$

c) $\dfrac{x - 1}{x + 1} + \dfrac{1}{4} = 1$

d) $\dfrac{3x - 1}{x + 2} - 1 = \dfrac{x}{2x + 4}$

a) $\dfrac{x - 1}{x} + x = 1$ Multiplicamos los dos miembros por x:

$$x - 1 + x^2 = x \;\to\; x^2 - 1 = 0 \;\to\; x^2 = 1 \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Comprobación: $x_1 = 1 \;\to\; \dfrac{1 - 1}{1} + 1 = 0 + 1 = 1$

$x_2 = -1 \;\to\; \dfrac{-1 - 1}{-1} - 1 = 2 - 1 = 1$

Soluciones: $x_1 = 1,\; x_2 = -1$

b) $\dfrac{x - 3}{x} + \dfrac{x + 3}{x^2} = \dfrac{2}{3}$ Multiplicamos los dos miembros por $3x^2$:

$3x^2 - 9x + 3x + 9 = 2x^2 \;\to\; x^2 - 6x + 9 = 0 \;\to\; (x - 3)^2 = 0$

$x = 3 \;\to\;$ Solución doble.

Comprobación: $x = 3 \rightarrow \frac{3-3}{3} + \frac{3+3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Solución: $x = 3$

c) $\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{4} = 1$ Multiplicamos los dos miembros por $4(x+1)$:

$4(x-1) + x + 1 = 4(x+1) \rightarrow 4x - 4 + x + 1 = 4x + 4 \rightarrow x = 7$

Comprobación: $x = 7 \rightarrow \frac{7-1}{7+1} + \frac{1}{4} = \frac{6}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$

Solución: $x = 7$

d) $\frac{3x-1}{x+2} - 1 = \frac{x}{2x+4}$ Multiplicamos los dos miembros por $2(x+2)$:

$2(3x-1) - 2(x+2) = x \rightarrow 6x - 2 - 2x - 4 = x \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$

Comprobación: $x = 2 \rightarrow \frac{6-1}{2+2} - 1 = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4}; \quad \frac{2}{4+4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Solución: $x = 2$

10 Resuelve:

a) $\sqrt{3x+4} = 4 - 2x$ **b)** $2x + \sqrt{x+4} = 2$

c) $x + 1 - \sqrt{5x+1} = 0$ **d)** $x + \sqrt{7-3x} = 1$

a) $\sqrt{3x+4} = 4 - 2x$ Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$3x + 4 = (4-2x)^2 \rightarrow 3x + 4 = 16 - 16x + 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 19x + 12 = 0$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 192}}{8} = \frac{19 \pm 13}{8} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Comprobación:

$$x_1 = 4 \rightarrow \left.\begin{array}{l} \sqrt{12+4} = \sqrt{16} = 4 \\ 4 - 2 \cdot 4 = 4 - 8 = -4 \end{array}\right\} x_1 = 4 \text{ no es solución.}$$

$$x_2 = \frac{3}{4} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} \\ 4 - 2 \cdot \frac{3}{4} = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \end{array}\right\} x_2 = \frac{3}{4} \text{ sí es solución.}$$

Solución: $x = \frac{3}{4}$

b) $2x + \sqrt{x+4} = 2$

$\sqrt{x+4} = 2 - 2x$ Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$x + 4 = (2 - 2x)^2 \rightarrow x + 4 = 4 + 4x^2 - 8x \rightarrow 4x^2 - 9x = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x(4x - 9) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$

Comprobación:

$x_1 = 0 \rightarrow \sqrt{4} = 2 \rightarrow x_1 = 0$ sí es solución.

$x_2 = \dfrac{9}{4} \rightarrow 2 \cdot \dfrac{9}{4} + \sqrt{\dfrac{9}{4} + 4} = \dfrac{9}{2} + \sqrt{\dfrac{25}{4}} = \dfrac{9}{2} + \dfrac{5}{2} = \dfrac{14}{2} = 7 \neq 2 \rightarrow$

$\rightarrow x_2 = \dfrac{9}{4}$ no es solución.

Solución: $x = 0$

c) $x + 1 - \sqrt{5x+1} = 0$

$x + 1 = \sqrt{5x+1}$ Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$(x + 1)^2 = 5x + 1 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 5x + 1 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x(x - 3) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

Comprobación: $x_1 = 0 \rightarrow 1 - \sqrt{0+1} = 1 - 1 = 0 \rightarrow x_1 = 0$ sí es solución.

$x_2 = 3 \rightarrow 3 + 1 - \sqrt{15+1} = 4 - \sqrt{16} = 4 - 4 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x_2 = 3$ sí es solución.

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = 3$

d) $x + \sqrt{7-3x} = 1$

$\sqrt{7-3x} = 1 - x$ Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$7 - 3x = (1 - x)^2 \rightarrow 7 - 3x = 1 - 2x + x^2 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \dfrac{-1 \pm 5}{2} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

Comprobación:

$x_1 = 2 \rightarrow 2 + \sqrt{7-6} = 2 + 1 = 3 \neq 1 \rightarrow x_1 = 2$ no es solución.

$x_2 = -3 \rightarrow -3 + \sqrt{7+9} = -3 + 4 = 1 \rightarrow x_2 = -3$ sí es solución.

Solución: $x = -3$

11 **Resuelve:**

a) $\dfrac{1}{x+3} - \dfrac{2}{x} = \dfrac{2-5x}{x^2+3x}$ b) $\dfrac{2x+3}{2x-1} - \dfrac{1}{x} = 4$ c) $\dfrac{x+1}{x-2} + \dfrac{2x}{x+2} + 2 = 0$

a) $\dfrac{1}{x+3} - \dfrac{2}{x} = \dfrac{2-5x}{x^2+3x}$

Multiplicamos ambos miembros por $x(x+3)$ que es el m.c.m. de los denominadores:

$x - 2(x+3) = 2 - 5x \;\rightarrow\; x - 2x - 6 = 2 - 5x \;\rightarrow\; 4x = 8 \;\rightarrow\; x = 2$

Comprobación:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{2+3} - \dfrac{2}{2} = \dfrac{1}{5} - 1 = \dfrac{-4}{5} \\ \dfrac{2-10}{4+6} = \dfrac{-8}{10} = \dfrac{-4}{5} \end{array}\right\} \text{La solución es } x = 2.$$

b) $\dfrac{2x+3}{2x-1} - \dfrac{1}{x} = 4$

m.c.m. $[2x-1, x] = (2x-1) \cdot x$

Multiplicamos los dos miembros de la ecuación por la expresión anterior:

$x(2x+3) - (2x-1) = 4x(2x-1)$

$2x^2 + 3x - 2x + 1 = 8x^2 - 4x \;\rightarrow\; 6x^2 - 5x - 1 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{12} = \frac{5 \pm 7}{12} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\dfrac{1}{6} \end{cases}$$

Comprobación:

$\dfrac{2+3}{2-1} - \dfrac{1}{1} = 5 - 1 = 4 \;\rightarrow\; x_1 = 1$ es solución.

$\dfrac{-\dfrac{1}{3}+3}{-\dfrac{1}{3}-1} - \dfrac{1}{-\dfrac{1}{6}} = -\dfrac{8}{4} + 6 = -2 + 6 = 4 \;\rightarrow\; x_2 = -\dfrac{1}{6}$ es solución.

Soluciones: $x_1 = 1,\; x_2 = -\dfrac{1}{6}$

c) $\dfrac{x+1}{x-2} + \dfrac{2x}{x+2} + 2 = 0$

Multiplicamos ambos miembros de la ecuación por $(x-2)(x+2)$, que es el m.c.m. de los denominadores:

$(x+1)(x+2) + 2x(x-2) + 2(x^2-4) = 0$

$x^2 + 3x + 2 + 2x^2 - 4x + 2x^2 - 8 = 0 \;\rightarrow\; 5x^2 - x - 6 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{10} = \frac{1 \pm 11}{10} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \dfrac{6}{5} \end{cases}$$

Comprobación:

$x_1 = -1 \;\rightarrow\; 0 + \dfrac{-2}{-1 + 2} + 2 = -2 + 2 = 0 \;\rightarrow\; x_1 = -1$ es solución.

$$x_2 = \frac{6}{5} \;\rightarrow\; \frac{\dfrac{6}{5} + 1}{\dfrac{6}{5} - 2} + \frac{\dfrac{12}{5}}{\dfrac{6}{5} + 2} + 2 = \frac{11}{-4} + \frac{12}{16} + 2 = -\frac{11}{4} + \frac{3}{4} + \frac{8}{4} = 0 \;\rightarrow$$

$\rightarrow\; x_2 = \dfrac{6}{5}$ es solución.

Soluciones: $x_1 = -1,\; x_2 = \dfrac{6}{5}$

12 ¿Cuáles son las soluciones de las ecuaciones siguientes?

a) $(x + 3)(x^2 - 4) = 0$

b) $(x - 5)(x^2 + 4) = 0$

c) $x(x - 1)(2x - 3) = 0$

d) $3x^2(x + 1)^2 = 0$

a) $(x + 3)(x^2 - 4) = 0 \;\rightarrow\; \begin{cases} x + 3 = 0 \;\rightarrow\; x = -3 \\ x^2 - 4 = 0 \;\rightarrow\; x^2 = 4 \;\rightarrow\; x = \pm 2 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = -3,\; x_2 = 2,\; x_3 = -2$

b) $(x - 5)(x^2 + 4) = 0 \;\rightarrow\; \begin{cases} x - 5 = 0 \;\rightarrow\; x = 5 \text{ es la solución.} \\ x^2 + 4 > 0 \text{ siempre} \end{cases}$

c) $x(x - 1)(2x - 3) = 0 \;\rightarrow\; \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \;\rightarrow\; x = 1 \\ 2x - 3 = 0 \;\rightarrow\; x = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0,\; x_2 = 1,\; x_3 = \dfrac{3}{2}$

d) $3x^2(x + 1)^2 = 0 \;\rightarrow\; \begin{cases} x^2 = 0 \;\rightarrow\; x = 0 \\ (x + 1)^2 = 0 \;\rightarrow\; x + 1 = 0 \;\rightarrow\; x = -1 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0,\; x_2 = -1$

13 Factoriza y resuelve:

a) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$ **b)** $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

c) $2x^4 + 6x^3 = 0$ **d)** $x^4 - 6x^3 + 9x^2 = 0$

a) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

Factorizamos el polinomio $x^3 - 3x^2 + 2x = x(x^2 - 3x + 2)$ aplicando Ruffini:

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-1)(x-2)$ es el polinomio factorizado.

$$x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \;\to\; x(x-1)(x-2) = 0 \;\to\; \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \;\to\; x = 1 \\ x - 2 = 0 \;\to\; x = 2 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = 2$

b) $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

Factorizamos el polinomio $x^3 + 2x^2 - x - 2$ aplicando Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & \boxed{0} \\ -1 & & -1 & -2 & \\ \hline & 1 & 2 & \boxed{0} & \end{array}$$

Luego: $x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+1)(x+2)$

Resolver $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ equivale a resolver $(x-1)(x+1)(x+2) = 0$

$$\left.\begin{array}{l} x - 1 = 0 \;\to\; x = 1 \\ x + 1 = 0 \;\to\; x = -1 \\ x + 2 = 0 \;\to\; x = -2 \end{array}\right\} \text{Soluciones: } x_1 = 1,\ x_2 = -1,\ x_3 = -2$$

c) $2x^4 + 6x^3 = 0$

$$2x^4 + 6x^3 = 2x^3(x+3) = 0 \;\begin{cases} x^3 = 0 \;\to\; x = 0 \\ x + 3 = 0 \;\to\; x = -3 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 0,\ x_2 = -3$

d) $x^4 - 6x^3 + 9x^2 = 0$

Factorizamos: $x^4 - 6x^3 + 9x^2 = x^2(x^2 - 6x + 9) = x^2(x-3)^2$

Resolver $x^4 - 6x^3 + 9x^2 = 0$ equivale a resolver

$$x^2(x-3)^2 = 0 \;\to\; \begin{cases} x^2 = 0 \;\to\; x = 0 \\ (x-3)^2 = 0 \;\to\; x - 3 = 0 \;\to\; x = 3 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 0,\ x_2 = 3$

Página 96

Sistemas de ecuaciones

14 **Resuelve los sistemas de ecuaciones siguientes, y comprueba la solución que obtengas:**

a) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + 3y = -7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x - y = -1{,}25 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -5/3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3} + y = 1 \\ \dfrac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + 3y = -7 \end{cases}$

Por reducción, multiplicamos la 1ª ecuación por (–2) y sumamos:

$$\begin{array}{r} -4x + 2y = -8 \\ 4x + 3y = -7 \\ \hline \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 5y = -15 \;\rightarrow\; y = -3 \\ x = \dfrac{4+y}{2} \;\rightarrow\; x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Solución: } x = \frac{1}{2},\; y = -3$$

Comprobación: $\begin{cases} 2 \cdot \dfrac{1}{2} - (-3) = 1 + 3 = 4 \\ 4 \cdot \dfrac{1}{2} + 3 \cdot (-3) = 2 - 9 = -7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x - y = -1{,}25 \end{cases}$

Por reducción, multiplicamos la segunda ecuación por 2 y sumamos:

$$\begin{array}{r} x + 2y = -1 \\ 6x - 2y = -2{,}5 \\ \hline \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 7x = -3{,}5 \;\rightarrow\; x = \dfrac{-3{,}5}{7} = -0{,}5 \\ y = \dfrac{-1-x}{2} \;\rightarrow\; y = -0{,}25 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Solución: } x = -0{,}5,\; y = -0{,}25$$

Comprobación: $\begin{cases} -0{,}5 + 2(-0{,}25) = -0{,}5 - 0{,}5 = -1 \\ 3(-0{,}5) - (-0{,}25) = -1{,}5 + 0{,}25 = -1{,}25 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -5/3 \end{cases}$

Por reducción, multiplicamos la segunda ecuación por –3 y sumamos:

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = 2 \\ -3x - 12y = 5 \\ \hline -14y = 7 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} -14y = 7 \;\rightarrow\; y = \dfrac{-1}{2} \\ x = \dfrac{-5}{3} - 4y \;\rightarrow\; x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Solución: } x = \frac{1}{3},\; y = -\frac{1}{2}$$

Comprobación: $\begin{cases} 3 \cdot \dfrac{1}{3} - 2 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) = 1 + 1 = 2 \\ \dfrac{1}{3} + 4 \cdot \left(\dfrac{-1}{2}\right) = \dfrac{1}{3} - 2 = \dfrac{-5}{3} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3} + y = 1 \\ \dfrac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} x + 1 + 3y = 3 \\ x - 3 + 8y = 4 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x + 3y = 2 \\ x + 8y = 7 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 2 - 3y \\ x = 7 - 8y \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} 2 - 3y = 7 - 8y \;\rightarrow\; 5y = 5 \;\rightarrow\; y = 1 \\ x = 7 - 8 \cdot 1 \;\rightarrow\; x = -1 \end{array}$$

Solución: $x = -1,\; y = 1$

Comprobación: $\begin{cases} \dfrac{-1+1}{3} + 1 = 0 + 1 = 1 \\ \dfrac{-1-3}{4} + 2 \cdot 1 = -1 + 2 = 1 \end{cases}$

15 **Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones y comprueba las soluciones:**

a) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{2} + \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{x+1}{4} - \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{3}{4} \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ \dfrac{x^2 - 2y + 3}{x - 1} = 3 + x \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x+3}{2} + \dfrac{y+3}{4} = 1 \\ \dfrac{1-x}{2} - \dfrac{2-y}{6} = 1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{2} + \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{x+1}{4} - \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{3}{4} \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 2 + \ \ y - 1 = 6 \\ x + 1 - 2y + 2 = 3 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} 2x + \ \ y = 5 \\ x - 2y = 0 \end{array}\right\} \to x = 2y$$

$2 \cdot 2y + y = 5 \ \to \ 5y = 5 \ \to \ y = 1, \ x = 2$

Solución: $x = 2, \ y = 1$

Comprobación: $\begin{cases} \dfrac{2+1}{2} + \dfrac{1-1}{4} = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{2+1}{4} - \dfrac{1-1}{3} = \dfrac{3}{4} \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ \dfrac{x^2 - 2y + 3}{x - 1} = 3 + x \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} x + 3y = 9 \\ x^2 - 2y + 3 = (3 + x)(x - 1) \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x = 9 - 3y \\ x^2 - 2y + 3 = 3x - 3 + x^2 - x \end{array}\right\}$$

$\begin{cases} x = 9 - 3y \\ -2y - 2x + 6 = 0 \end{cases}$

$-2y - 2(9 - 3y) + 6 = 0 \ \to \ -2y - 18 + 6y + 6 = 0 \ \to \ 4y = 12 \ \to$

$\to \ y = 3, \ x = 0$

Solución: $x = 0, \ y = 3$

Comprobación: $\begin{cases} 0 + 9 = 9 \\ \dfrac{-6 + 3}{-1} = \dfrac{-3}{-1} = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x+3}{2} + \dfrac{y+3}{4} = 1 \\ \dfrac{1-x}{2} - \dfrac{2-y}{6} = 1 \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 6 + y + 3 = 4 \\ 3 - 3x - 2 + y = 6 \end{array}\right\} \to \begin{array}{r} 2x + y = -5 \\ \underline{-3x + y = \ \ 5} \\ 5x \qquad = -10 \end{array} \to x = -2, \ y = -1$$

Solución: $x = -2, \ y = -1$

Comprobación: $\begin{cases} \dfrac{-2+3}{2} + \dfrac{-1+3}{4} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{4} = 1 \\ \dfrac{1+2}{2} - \dfrac{2+1}{6} = \dfrac{3}{2} - \dfrac{3}{6} = 1 \end{cases}$

16 **Halla las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones:**

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 11 - 3x \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases}$

$x = 1 - y$

$(1 - y)y + 2y = 2 \;\rightarrow\; y - y^2 + 2y = 2 \;\rightarrow\; -y^2 + 3y - 2 = 0$

$y = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{-2} = \dfrac{-3 \pm 1}{-2} \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = 2 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} y_1 = 1 \;\rightarrow\; x_1 = 0 \\ y_2 = 2 \;\rightarrow\; x_2 = -1 \end{array}\right\} \rightarrow$ Soluciones: $\begin{cases} x_1 = 0,\; y_1 = 1 \\ x_2 = -1,\; y_2 = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$

$y = 3 - 2x$

$x^2 + (3 - 2x)^2 = 2 \;\rightarrow\; x^2 + 9 + 4x^2 - 12x = 2 \;\rightarrow\; 5x^2 - 12x + 7 = 0$

$x = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 140}}{2 \cdot 5} = \dfrac{12 \pm 2}{10} \begin{cases} x_1 = \dfrac{7}{5} \\ x_2 = 1 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{7}{5} \;\rightarrow\; y_1 = 3 - 2 \cdot \dfrac{7}{5} = \dfrac{1}{5} \\ x_2 = 1 \;\rightarrow\; y_2 = 3 - 2 \cdot 1 = 1 \end{array}\right\} \rightarrow$ Soluciones: $\begin{cases} x_1 = \dfrac{7}{5},\; y_1 = \dfrac{1}{5} \\ x_2 = 1,\; y_2 = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases}$

$y = 3 - 2x$

$x(3 - 2x) - (3 - 2x)^2 = 0 \;\rightarrow\; (3 - 2x)(x - (3 - 2x)) = 0$

$(3 - 2x) \cdot (3x - 3) = 0 \begin{cases} x_1 = \dfrac{3}{2} \\ x_2 = 1 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{3}{2} \;\rightarrow\; y_1 = 0 \\ x_2 = 1 \;\rightarrow\; y_2 = 1 \end{array}\right\} \rightarrow$ Soluciones: $\begin{cases} x_1 = \dfrac{3}{2},\; y_1 = 0 \\ x_2 = 1,\; y_2 = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 11 - 3x \end{cases}$

$x = 1 + y$

$(1 + y)^2 + y^2 = 11 - 3(1 + y) \rightarrow 1 + y^2 + 2y + y^2 = 11 - 3 - 3y$

$2y^2 + 5y - 7 = 0 \rightarrow y = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{2 \cdot 2} = \dfrac{-5 \pm 9}{4} \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = \dfrac{-7}{2} \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} y_1 = 1 \rightarrow x_1 = 2 \\ y_2 = \dfrac{-7}{2} \rightarrow x_2 = \dfrac{-5}{2} \end{array}\right\} \rightarrow$ Soluciones: $\begin{cases} x_1 = 2, \ y_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{-5}{2}, \ y_2 = \dfrac{-7}{2} \end{cases}$

17 **Resuelve:**

a) $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x + y}{2} - x = 1 \\ \dfrac{x - y}{2} + x^2 = 0 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases}$

$x = \dfrac{2 - y}{2}$

$\dfrac{2 - y}{2} \cdot y - y^2 = 0 \rightarrow 2y - y^2 - 2y^2 = 0 \rightarrow 3y^2 - 2y = 0 \begin{cases} y_1 = 0 \\ y_2 = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} y_1 = 0 \rightarrow x_1 = 1 \\ y_2 = \dfrac{2}{3} \rightarrow x_2 = \dfrac{2 - 2/3}{2} = \dfrac{2}{3} \end{array}\right\} \rightarrow$ Soluciones: $\begin{cases} x_1 = 1, \ y_1 = 0 \\ x_2 = \dfrac{2}{3}, \ y_2 = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x + y}{2} - x = 1 \\ \dfrac{x - y}{2} + x^2 = 0 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x + y - 2x = 2 \\ x - y + 2x^2 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{r} y - x = 2 \\ -y + x + 2x^2 = 0 \\ \hline 2x^2 = 2 \end{array} \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

$\left.\begin{array}{l} x_1 = 1, \ y_1 = 3 \\ x_2 = -1, \ y_2 = 1 \end{array}\right\} \rightarrow$ Soluciones: $\begin{cases} x_1 = 1, \ y_1 = 3 \\ x_2 = -1, \ y_2 = 1 \end{cases}$

Inecuaciones

18 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

19 **Halla el conjunto de soluciones de las inecuaciones siguientes:**

a) $3x - 7 < 5$ b) $2 - x > 3$

c) $7 > 8x - 5$ d) $1 - 5x < -8$

a) $3x - 7 < 5$

$3x < 5 + 7 \;\rightarrow\; x < \dfrac{12}{3} \;\rightarrow\; x < 4 \;\rightarrow\; (-\infty, 4)$

b) $2 - x > 3$

$-x > 1 \;\rightarrow\; x < -1 \;\rightarrow\; (-\infty, -1)$

c) $7 > 8x - 5$

$8x < 7 + 5 \;\rightarrow\; x < \dfrac{12}{8} \;\rightarrow\; x < \dfrac{3}{2} \;\rightarrow\; \left(-\infty, \dfrac{3}{2}\right)$

d) $1 - 5x < -8$

$-5x < -9 \;\rightarrow\; x > \dfrac{9}{5} \;\rightarrow\; \left(\dfrac{9}{5}, +\infty\right)$

20 **Resuelve las siguientes inecuaciones:**

a) $\dfrac{2\,(x + 2)}{3} < 2x$ b) $\dfrac{x - 4}{4} + 1 < \dfrac{x + 4}{8}$

c) $-4x + 9 < x - 1$ d) $\dfrac{x - 1}{2} > x + 1$

a) $\dfrac{2\,(x + 2)}{3} < 2x$

$2x + 4 < 6x \;\rightarrow\; 4x > 4 \;\rightarrow\; x > 1 \;\rightarrow\; (1, +\infty)$

b) $\dfrac{x - 4}{4} + 1 < \dfrac{x + 4}{8}$

$2x - 8 + 8 < x + 4 \;\rightarrow\; x < 4 \;\rightarrow\; (-\infty, 4)$

c) $-4x + 9 < x - 1$

$5x > 10 \;\rightarrow\; x > 2 \;\rightarrow\; (2, +\infty)$

d) $\dfrac{x - 1}{2} > x + 1$

$x - 1 > 2x + 2 \;\rightarrow\; x < -3 \;\rightarrow\; (-\infty, -3)$

21 **Traduce a lenguaje algebraico:**

a) El triple de un número más 8 unidades es menor que 20.

b) El cuadrado de un número es menor que el doble de ese número más 1.

c) Si creciera 15 cm, superaría la estatura que se requiere para entrar en el equipo de baloncesto, que es 1,80 m.

a) $3x + 8 < 20$, siendo x el número inicial.

b) $x^2 < 2x + 1$, donde x es el número.

c) $x + 15 > 180$, donde x es la estatura inicial.

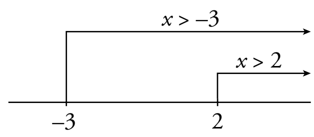
22 **Halla el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones:**

a) $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3 - x > 0 \\ 3 + x > 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 5 \le 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x \ge 0 \\ 1 - x < 0 \end{cases}$

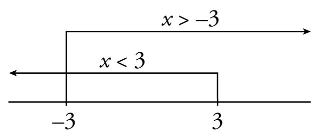
a) $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x > 2 \\ x > -3 \end{array}\right\} \to$ Solución: $x > 2 \to (2, +\infty)$



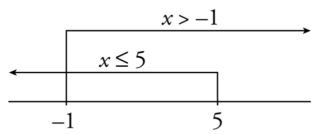
b) $\begin{cases} 3 - x > 0 \\ 3 + x > 0 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x < 3 \\ x > -3 \end{array}\right\} \to$ Solución: $(-3, 3)$



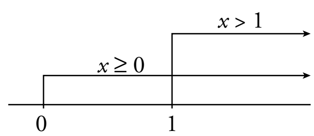
c) $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 5 \le 0 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x > -1 \\ x \le 5 \end{array}\right\} \to$ Solución: $(-1, 5]$



d) $\begin{cases} x \ge 0 \\ 1 - x < 0 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} x \ge 0 \\ x > 1 \end{array}\right\} \to$ Solución: $x > 1 \to (1, +\infty)$



PIENSA Y RESUELVE

23 **Resuelve:**

a) $x^3 - 27 = 0$

b) $\frac{64}{x^3} - 1 = 0$

c) $\frac{3x}{5} + \frac{25}{9x^2} = 0$

d) $\frac{4}{x} - \frac{x^2}{2} = 0$

e) $16x^4 - 81 = 0$

f) $\frac{1}{50x} - \frac{25x^3}{2} = 0$

a) $x^3 - 27 = 0$

$x^3 = 27 \rightarrow x = \sqrt[3]{27} \rightarrow x = 3$

b) $\frac{64}{x^3} - 1 = 0$

$64 - x^3 = 0 \rightarrow x^3 = 64 \rightarrow x = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} \rightarrow x = 4$

c) $\frac{3x}{5} + \frac{25}{9x^2} = 0$

$27x^3 + 125 = 0 \rightarrow x^3 = \frac{-125}{27} \rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{-125}{27}} = -\frac{5}{3} \rightarrow x = -\frac{5}{3}$

d) $\frac{4}{x} - \frac{x^2}{2} = 0$

$8 - x^3 = 0 \rightarrow x^3 = 8 \rightarrow x = \sqrt[3]{8} \rightarrow x = 2$

e) $16x^4 - 81 = 0$

$16x^4 = 81 \rightarrow x^4 = \frac{81}{16} \rightarrow x = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \pm\frac{3}{2} \rightarrow x_1 = \frac{3}{2},\ x_2 = -\frac{3}{2}$

f) $\frac{1}{50x} - \frac{25x^3}{2} = 0$

$1 - 625x^4 = 0 \rightarrow x^4 = \frac{1}{625} \rightarrow x = \sqrt[4]{\frac{1}{625}} = \pm\frac{1}{5} \rightarrow$

$\rightarrow x_1 = \frac{1}{5},\ x_2 = -\frac{1}{5}$

Comprobación:

$x_1 = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{10} - \frac{\frac{1}{5}}{2} = \frac{1}{10} - \frac{1}{10} = 0 \rightarrow x_1 = \frac{1}{5}$ es solución.

$x_2 = -\frac{1}{5} \rightarrow -\frac{1}{10} + \frac{\frac{1}{5}}{2} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{10} = 0 \rightarrow x_2 = -\frac{1}{5}$ es solución.

24 **Resuelve:**

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2y^2 = 36 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2\sqrt{x + 1} = y + 1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2y^2 = 36 \end{cases} \rightarrow x^2 = \dfrac{36}{y^2} \rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{36}{y^2}} \rightarrow x = \pm\dfrac{6}{y}$

- Si $x = \dfrac{6}{y} \rightarrow \dfrac{6}{y} + y = 5 \rightarrow 6 + y^2 = 5y \rightarrow y^2 - 5y + 6 = 0$

$y = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \dfrac{5 \pm 1}{2}$ $\begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = 2 \end{cases}$

$y_1 = 3 \rightarrow x_1 = 5 - 3 = 2$
$y_2 = 2 \rightarrow x_2 = 5 - 2 = 3$

- Si $x = -\dfrac{6}{y} \rightarrow -\dfrac{6}{y} + y = 5 \rightarrow -6 + y^2 = 5y \rightarrow y^2 - 5y - 6 = 0$

$y = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \dfrac{5 \pm 7}{2}$ $\begin{cases} y_3 = 6 \rightarrow x_3 = -1 \\ y_4 = -1 \rightarrow x_4 = 6 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 2,\ y_1 = 3;\ x_2 = 3,\ y_2 = 2;\ x_3 = -1,\ y_3 = 6;\ x_4 = 6,\ y_4 = -1$

b) $\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$

$\sqrt{x} = 5 - y \rightarrow x = (5 - y)^2$

$y^2 - 2y + 1 = (5 - y)^2 \rightarrow y^2 - 2y + 1 = 25 + y^2 - 10y \rightarrow 8y = 24 \rightarrow y = 3$

$x = (5 - 3)^2 = 4$

Solución: $x = 4,\ y = 3$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$

Sumamos:
$$\begin{array}{r} x^2 + y^2 = 34 \\ x^2 - y^2 = 16 \\ \hline 2x^2 \quad = 50 \end{array} \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$$

$x = \pm 5 \rightarrow y = \pm\sqrt{34 - 25} = \pm 3$

Soluciones: $x_1 = 5,\ y_1 = 3;\ x_2 = 5,\ y_2 = -3;\ x_3 = -5,\ y_3 = 3;\ x_4 = -5,\ y_4 = -3$

d) $\begin{cases} 2\sqrt{x+1} = y + 1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

$y = \dfrac{-1 + 2x}{3}$

$2\sqrt{x+1} = \dfrac{2x-1}{3} + 1 \rightarrow 6\sqrt{x+1} = 2x - 1 + 3 \rightarrow 6\sqrt{x+1} = 2x + 2$

$3\sqrt{x+1} = x + 1 \rightarrow 9(x+1) = x^2 + 2x + 1 \rightarrow 9x + 9 = x^2 + 2x + 1$

$x^2 - 7x - 8 = 0 \rightarrow x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{2} = \dfrac{7 \pm 9}{2}$ $\begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = 8 \rightarrow y_1 = 5 \\ x_2 = -1 \rightarrow y_2 = -1 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 8,\ y_1 = 5;\ x_2 = -1,\ y_2 = -1$

25 **Dos de las siguientes ecuaciones no tienen solución. Averigua cuáles son y resuelve las otras:**

a) $\sqrt{x+2} - \sqrt{2(x+1)} = 0$ **b)** $\sqrt{x-4} - \sqrt{3-x} = 0$

c) $\sqrt{x^2+3} - \sqrt{3-x} = 0$ **d)** $\sqrt{5x-7} - \sqrt{1-x} = 0$

a) $\sqrt{x+2} - \sqrt{2(x+1)} = 0$

$\sqrt{x+2} = \sqrt{2(x+1)} \rightarrow x + 2 = 2x + 2 \rightarrow x = 0$

Comprobación: $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

Solución: $x = 0$

b) $\sqrt{x-4} - \sqrt{3-x} = 0$

$\sqrt{x-4} = \sqrt{3-x} \rightarrow x - 4 = 3 - x \rightarrow 2x = 7 \rightarrow x = \dfrac{7}{2}$

Comprobación:

$\sqrt{\dfrac{7}{2} - 4} - \sqrt{3 - \dfrac{7}{2}} = \sqrt{-\dfrac{1}{2}} - \sqrt{-\dfrac{1}{2}} \rightarrow$ No tiene solución.

c) $\sqrt{x^2+3} - \sqrt{3-x} = 0$

$\sqrt{x^2+3} = \sqrt{3-x} \rightarrow x^2 + 3 = 3 - x \rightarrow x^2 + x = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x(x+1) = 0$ $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

Comprobación: $x_1 = 0 \rightarrow \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0 \rightarrow x_1 = 0$ es solución.

$x_2 = -1 \rightarrow \sqrt{4} - \sqrt{4} = 0 \rightarrow x_2 = -1$ es solución.

Soluciones: $x_1 = 0,\ x_2 = -1$

d) $\sqrt{5x-7} - \sqrt{1-x} = 0$

$\sqrt{5x-7} = \sqrt{1-x} \;\rightarrow\; 5x - 7 = 1 - x \;\rightarrow\; 6x = 8 \;\rightarrow\; x = \dfrac{4}{3}$

Comprobación:

$\sqrt{\dfrac{20}{3} - 7} - \sqrt{1 - \dfrac{4}{3}} = \sqrt{-\dfrac{1}{3}} - \sqrt{-\dfrac{1}{3}} \;\rightarrow$ No existe la raíz cuadrada de un número negativo $\rightarrow$ No hay solución.

Página 97

26 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

27 **Resuelve:**

a) $-x^2 + 3x - 2 \geq 0$ **b)** $x^2 - 4x - 5 \leq 0$

c) $2x^2 + 9x - 5 > 0$ **d)** $-x^2 + 4x < 0$

a) $-x^2 + 3x - 2 \geq 0$

Resolvemos la ecuación $-x^2 + 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{-2} = \frac{-3 \pm 1}{-2} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Si } \quad x < 1 & \rightarrow & -x^2 + 3x - 2 < 0 \\ \text{Si } 1 < x < 2 & \rightarrow & -x^2 + 3x - 2 > 0 \\ \text{Si } \quad x > 2 & \rightarrow & -x^2 + 3x - 2 < 0 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Solución: } [1, 2]$$

b) $x^2 - 4x - 5 \leq 0$

Resolvemos la ecuación $x^2 - 4x - 5 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{-2} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Si } \quad x < -1 & \rightarrow & x^2 - 4x - 5 > 0 \\ \text{Si } -1 < x < 5 & \rightarrow & x^2 - 4x - 5 < 0 \\ \text{Si } \quad x > 5 & \rightarrow & x^2 - 4x - 5 > 0 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Solución: } [-1, 5]$$

c) $2x^2 + 9x - 5 > 0$

Resolvemos la ecuación $2x^2 + 9x - 5 = 0$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81+40}}{42} = \frac{-9 \pm 11}{4} \begin{cases} x_1 = 1/2 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Si } \quad x < -5 & \rightarrow & 2x^2 + 9x - 5 > 0 \\ \text{Si } -5 < x < 1/2 & \rightarrow & 2x^2 + 9x - 5 < 0 \\ \text{Si } \quad x > 1/2 & \rightarrow & 2x^2 + 9x - 5 > 0 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Solución: } (-\infty, -5) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

d) $-x^2 + 4x < 0$

Resolvemos la ecuación $-x^2 + 4x = 0$

$$x(-x+4) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Si} \quad x < 0 & \rightarrow & -x^2 + 4x < 0 \\ \text{Si} \quad 0 < x < 4 & \rightarrow & -x^2 + 4x > 0 \\ \text{Si} \quad x > 4 & \rightarrow & -x^2 + 4x < 0 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Solución: } (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$$

28 Resuelve:

a) $x^2 - 2x + 3 > x + 1$

b) $-x^2 + 3x - 6 < -x - 2$

c) $-x^2 + x - 5 \geq -2x - 3$

a) $x^2 - 2x + 3 > x + 1$

Resolvemos la ecuación $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Si} \quad x < 1 & \rightarrow & x^2 - 3x + 2 > 0 \\ \text{Si} \quad 1 < x < 2 & \rightarrow & x^2 - 3x + 2 < 0 \\ \text{Si} \quad x > 2 & \rightarrow & x^2 - 3x + 2 > 0 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Solución: } (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

b) $-x^2 + 3x - 6 < -x - 2$

Resolvemos la ecuación $-x^2 + 3x - 6 = -x - 2$

$$-x^2 + 4x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{-2} = 2$$

Como solo hay un punto de corte entre la parábola $-x^2 + 3x - 6$ y la recta $-x - 2$, entonces toda la parábola menos un punto es mayor que la recta o toda la parábola menos un punto es menor que la recta.

Para $x = 0 \rightarrow -6 < -2$ que es cierto, luego:

$$-x^2 + 3x - 6 < -x - 2 \text{ en } (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$$

c) $-x^2 + x - 5 \geq -2x - 3$

Resolvemos la ecuación $-x^2 + x - 5 = -2x - 3$

$$-x^2 + 3x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{-2} = \frac{-3 \pm 1}{-2} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Si} \quad x < 1 & \rightarrow & -x^2 + x - 5 < -2x - 3 \\ \text{Si} \quad 1 < x < 2 & \rightarrow & -x^2 + x - 5 > -2x - 3 \\ \text{Si} \quad x > 2 & \rightarrow & -x^2 + x - 5 < -2x - 3 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Solución: } [1, 2]$$

29 Resuelve las siguientes inecuaciones estudiando el signo de cada factor:

a) $(x-1)(x+3)>0$

b) $x(x-4)<0$

c) $(x-5)(x+2)\le 0$

d) $(x+1)(3-x)\le 0$

a) $(x-1)(x+3)>0$

Un producto de dos factores es positivo cuando los dos son positivos o los dos son negativos:

$x-1<0$	$x-1<0$	$x-1>0$
$x+3<0$	$x+3>0$	$x+3>0$

-3 $\quad$ 1

El conjunto de soluciones es $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$.

b) $x(x-4)<0$

Un producto de dos factores es negativo cuando los dos factores son de distinto signo:

$x<0$	$x>0$	$x>0$
$x-4<0$	$x-4<0$	$x-4>0$

0 $\quad$ 4

El conjunto de soluciones es $(0, 4)$.

c) $(x-5)(x+2)\le 0$

$x+2<0$	$x+2>0$	$x+2>0$
$x-5<0$	$x-5<0$	$x-5>0$

-2 $\quad$ 5

El conjunto de soluciones es $[-2, 5]$.

d) $(x+1)(3-x)\le 0$

$x+1<0$	$x+1>0$	$x+1>0$
$3-x>0$	$3-x>0$	$3-x<0$

-1 $\quad$ 3

El conjunto de soluciones es $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

30 Resuelve:

a) $\dfrac{x^2-9}{5}-\dfrac{(x+2)(x-2)}{15}<\dfrac{1-2x}{3}$ $\qquad$ **b)** $\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{1}{3}>x+\dfrac{3x-x^2}{3}$

a) $\dfrac{x^2-9}{5} - \dfrac{(x+2)(x-2)}{15} < \dfrac{1-2x}{3}$

$3(x^2-9)-(x^2-4) < 5(1-2x)$

$3x^2-27-x^2+4-5+10x<0$

$2x^2+10x-28<0 \;\rightarrow\; x^2+5x-14<0$

Resolvemos la ecuación $x^2+5x-14=0$:

$$x = \frac{-5\pm\sqrt{25+56}}{2} = \frac{-5\pm\sqrt{81}}{2} = \frac{-5\pm 9}{2} \;\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -7\end{cases}$$

- Si $x<-7$, tomamos, por ejemplo, $x=-10$ $\rightarrow$
  $\rightarrow$ $(-10)^2+5\cdot(-10)-14=36>0$ luego $x^2+5x-14>0$
- Si $-7<x<2$, tomamos, por ejemplo, $x=0$ $\rightarrow$ $-14<0$ $\rightarrow$
  $\rightarrow$ $x^2+5x-14<0$
- Si $x>2$, tomamos, por ejemplo, $x=3$ $\rightarrow$ $3^2+5\cdot 3-14=10>0$

> 0	< 0	> 0
	−7	2

Solución: $-7<x<2 \;\rightarrow\; (-7, 2)$

b) $\dfrac{x-1}{2} - \dfrac{1}{3} > x + \dfrac{3x-x^2}{3}$

$3(x-1)-2>6x+2(3x-x^2)$

$3x-3-2>6x+6x-2x^2 \;\rightarrow\; 2x^2-9x-5>0$

Resolvemos la ecuación $2x^2-9x-5=0$

$$x = \frac{9\pm\sqrt{81+40}}{4} = \frac{9\pm 11}{4} \;\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

- Si $x<-\dfrac{1}{2}$ (por ejemplo, -1) $2+9-5>0$ $\rightarrow$ $2x^2-9x-5>0$
- Si $-\dfrac{1}{2}<x<5$ (por ejemplo, 0) $-5<0$ $\rightarrow$ $2x^2-9x-5<0$
- Si $x>5$ (por ejemplo, 6) $2\cdot 36-54-5>0$ $\rightarrow$ $2x^2-9x-5>0$

> 0	< 0	> 0
	−1/2	5

Solución: $\left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right) \cup (5, +\infty)$

31 **Una persona compra un equipo de música y un ordenador por 2 500 € y los vende, después de algún tiempo, por 2 157,50 €.**

Con el equipo de música perdió el 10% de su valor, y con el ordenador, el 15%. ¿Cuánto le costó cada objeto?

$x \rightarrow$ Precio del equipo de música

$y \rightarrow$ Precio del ordenador

$$\left.\begin{array}{r} x + \quad y = 2\,500 \\ 0{,}9x + 0{,}85y = 2\,157{,}50 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 2\,500 - x \\ 0{,}9x + 0{,}85(2\,500 - x) = 2\,157{,}50 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0{,}9x + 2\,125 - 0{,}85x = 2\,157{,}50 \rightarrow 0{,}05x = 32{,}50 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 650, \; y = 1\,850$$

Le costó 650 € el equipo de música y 1 850 € el ordenador.

32 **La nota media de los aprobados en un examen de matemáticas fue 6,5, y la de los suspensos, 3,2. En la clase son 30 alumnos y alumnas, y la nota media global fue 5,29.**

Calcula cuántos aprobaron y cuántos suspendieron.

$$\left.\begin{array}{l} x \text{ es el número de aprobados} \\ y \text{ es el número de suspensos} \end{array}\right\} x + y = 30$$

Al decir que la nota media de los aprobados es 6,5, se puede asegurar que sumando todas las notas de los aprobados queda $(6{,}5 \cdot x)$.

Al sumar todas las notas de los suspensos, queda $(3{,}2 \cdot y)$.

La relación es la siguiente:

$$\left.\begin{array}{r} 6{,}5x + 3{,}2y = 5{,}29\,(x + y) \\ x + \quad y = 30 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 6{,}5x + 3{,}2y = 5{,}29 \cdot 30 \\ x = 30 - y \end{array}\right\}$$

$$6{,}5\,(30 - y) + 3{,}2y = 158{,}7 \rightarrow 195 - 6{,}5y + 3{,}2y = 158{,}7 \rightarrow$$

$$\rightarrow 36{,}3 = 3{,}3y \rightarrow y = 11 \rightarrow x = 30 - 11 = 19$$

$x = 19, \; y = 11$

Aprobaron 19 estudiantes y suspendieron 11.

33 **La calificación de una oposición se obtiene mediante dos exámenes: uno escrito, que es el 65% de la nota final, y otro oral, que es el 35%. Si una persona tuvo 12 puntos entre los dos exámenes y obtuvo un 5,7 de nota final, ¿qué nota tuvo en cada uno de ellos?**

$$\left.\begin{array}{l} x \rightarrow \text{nota del examen escrito} \\ y \rightarrow \text{nota del examen oral} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + \quad y = 12 \\ 0{,}65x + 0{,}35y = 5{,}7 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 12 - y \\ 0{,}65(12 - y) + 0{,}35y = 5{,}7 \quad \rightarrow \quad 7{,}8 - 0{,}65y + 0{,}35y = 5{,}7 \end{array}\right\}$$

$$-0{,}3y = -2{,}1 \quad \rightarrow \quad y = 7 \quad \rightarrow \quad x = 5$$

Obtuvo un 5 en el examen escrito y un 7 en el examen oral.

34 **En un examen de 20 preguntas te dan dos puntos por cada acierto y te quitan medio punto por cada fallo. Para aprobar, es obligatorio contestar a todas las preguntas y hay que obtener, por lo menos, 20 puntos.**

¿Cuántas preguntas hay que contestar correctamente para aprobar?

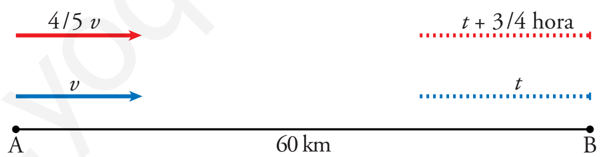
$$\left.\begin{array}{l} x \;\rightarrow\; \text{número de respuestas acertadas} \\ y \;\rightarrow\; \text{número de respuestas falladas} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 20 \\ 2x - 1/2y = 20 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{r} x + y = 20 \\ 4x - y = 40 \\ \hline 5x \quad = 60 \end{array} \;\rightarrow\; x = \frac{60}{5} \;\rightarrow\; x = 12, \; y = 8$$

Para aprobar, hay que contestar 12 preguntas bien y 8 preguntas mal.

35 **La distancia entre dos localidades, A y B, es de 60 km. Dos ciclistas salen a la vez de A. La velocidad del primero es 4/5 de la del segundo y llega 3/4 de hora más tarde.**

¿Qué velocidad lleva cada ciclista?



$$\left.\begin{array}{l} V_A \;\rightarrow\; \text{velocidad de } A \\ V_B \;\rightarrow\; \text{velocidad de } B \\ t \;\rightarrow\; \text{tiempo que tarda } A \text{ en recorrer los 60 km} \end{array}\right\}$$

$$V_A = \frac{4}{5} V_B$$

$$\left.\begin{array}{l} 60 = V_A \cdot t \\ 60 = V_B \cdot (t - 3/4) \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 60 = (4/5)\, V_B \cdot t \\ 60 = V_B \cdot (t - 3/4) \end{array}\right\}$$

Dividimos ambas ecuaciones:

$$\frac{60}{60} = \frac{\frac{4}{5} V_B \cdot t}{V_B \cdot \left(t - \frac{3}{4}\right)} \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{\frac{4}{5} t}{t - \frac{3}{4}}$$

$$t - \frac{3}{4} = \frac{4}{5}t \;\rightarrow\; t - \frac{4}{5}t = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{5}t = \frac{3}{4} \;\rightarrow\; t = \frac{15}{4}$$

$$V_B = \frac{60}{3} = 20 \text{ km/h}$$

$$V_A = \frac{4}{5} \cdot 20 = 16 \text{ km/h}$$

36 **Halla una fracción de la que sabemos que es igual a 1 si le añadimos 7 al numerador y 2 al denominador.**

También sabemos que el producto de ambos términos es 1 254.

Llamamos $x \rightarrow$ numerador de la fracción

$y \rightarrow$ denominador de la fracción

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+7}{y+2} = 1 \\ xy = 1\,254 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x + 7 = y + 2 \;\rightarrow\; x = y - 5 \\ (y-5) \cdot y = 1\,254 \;\rightarrow\; y^2 - 5y - 1\,254 = 0 \end{array}$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 5\,016}}{2} = \frac{5 \pm 71}{2} \begin{array}{l} y_1 = 38 \;\rightarrow\; x_1 = 38 - 5 = 33 \\ y_2 = -33 \;\rightarrow\; x_2 = -33 - 5 = -38 \end{array}$$

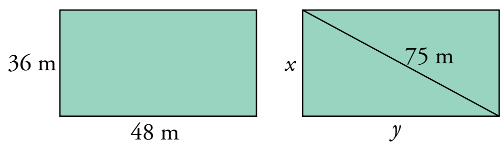
La fracción válida es $\frac{33}{38}$.

Página 98

37 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

38 **Calcula las dimensiones de un rectángulo de diagonal igual a 75 m, sabiendo que es semejante a otro de lados 36 m y 48 m.**

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 75^2 \\ \dfrac{x}{36} = \dfrac{y}{48} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 5\,625 \\ 48x = 36y \end{array}\right\}$$



$$y = \frac{4}{3}x$$

$$x^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2 = 5\,625 \;\rightarrow\; 9x^2 + 16x^2 = 50\,625 \;\rightarrow\; 25x^2 = 50\,625$$

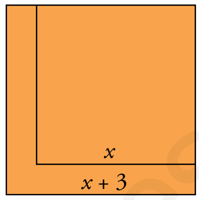
$$x^2 = \frac{50\,625}{25} = 2\,025 \;\rightarrow\; x = 45 \;\; (x = -45 \text{ no es una solución válida})$$

$$y = \frac{4}{3} \cdot 45 = 60$$

Las dimensiones del rectángulo son 45 m y 60 m.

39 **Si se aumenta en 3 m el lado de un cuadrado, la superficie aumenta en 75 m².**

¿Cuál es la longitud del lado?



$(x+3)^2 = x^2 + 75 \;\to\; x^2 + 6x + 9 = x^2 + 75 \;\to$

$\to\; 6x = 66 \;\to\; x = 11$

El lado del cuadrado mide 11 m.

40 **Los lados de un triángulo miden 18 cm, 16 cm y 9 cm. Si restamos una misma cantidad a los tres lados, obtenemos un triángulo rectángulo.**

¿Qué cantidad es esa?

$(18-x)^2 = (16-x)^2 + (9-x)^2$

$324 + x^2 - 36x = 256 + x^2 - 32x + 81 + x^2 - 18x \;\to\; x^2 - 14x + 13 = 0$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196-52}}{2} = \frac{14 \pm 12}{2} \begin{cases} x_1 = 13 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

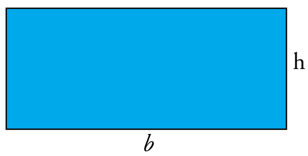
$x = 13$ no puede ser, porque nos quedaría una longitud negativa $(9 - 13 < 0)$.

Solución: $x = 1$ cm es la cantidad restada.

41 **Si acortamos en 2 cm la base de un rectángulo y en 1 cm su altura, el área disminuye en 13 cm².**

Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su perímetro es de 24 cm.

Perímetro $= 2b + 2\text{h} = 24$ cm $\;\to\; b + \text{h} = 12$



$$\left.\begin{array}{l} \text{Área}_1 = b \cdot \text{h} \\ \text{Área}_2 = (b-2)(\text{h}-1) \end{array}\right\} \text{Área}_2 = \text{Área}_1 - 13$$

$(b-2)(\text{h}-1) = b \cdot \text{h} - 13$

$b \cdot \text{h} - 2\text{h} - b + 2 = b \cdot \text{h} - 13 \;\to\; 2\text{h} + b = 15$

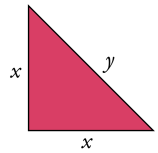
Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left.\begin{array}{l} b + \text{h} = 12 \\ b + 2\text{h} = 15 \end{array}\right\} \;\to\; \begin{array}{r} -b - \text{h} = -12 \\ b + 2\text{h} = 15 \\ \hline \text{h} = 3 \end{array} \;\to\; b = 12 - 3 = 9$$

Solución: La base del rectángulo mide 9 cm y la altura, 3 cm.

42 **Calcula los lados de un triángulo rectángulo isósceles cuyo perímetro es de 24 cm.**

Existen dos relaciones entre x e y:



- $y^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \;\rightarrow\; y^2 = 2x^2$
- $2x + y = 24 \;\rightarrow\; y^2 = (24 - 2x)^2$

$2x^2 = 576 - 96x + 4x^2 \;\rightarrow\; 2x^2 - 96x + 576 = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 48x + 288 = 0$

$$x = \frac{48 \pm \sqrt{2\,304 - 1\,152}}{2} = \frac{48 \pm \sqrt{1\,152}}{2}$$

$$x_1 = \frac{48 + 24\sqrt{2}}{2} = 40{,}97$$

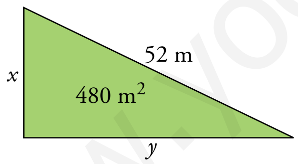
$$x_2 = \frac{48 - 24\sqrt{2}}{2} = 7{,}029$$

$x_1 = 40{,}97$ no puede ser porque el perímetro es 24.

$x_2 = 7{,}029 \;\rightarrow\; y = 9{,}942$

Los lados iguales miden 7,03 cm y la hipotenusa mide 9,94 cm.

43 **Halla los catetos de un triángulo rectángulo de 480 m² de área y cuya hipotenusa mide 52 m.**



Existen dos relaciones entre x e y:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 52^2 \\ \dfrac{xy}{2} = 480 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 2\,704 \\ xy = 960 \end{array}\right\}$$

$$x = \frac{960}{y} \;\rightarrow\; \left(\frac{960}{y}\right)^2 + y^2 = 2\,704 \;\rightarrow\; \frac{921\,600}{y^2} + y^2 - 2\,704 = 0$$

$y^4 - 2\,704y^2 + 921\,600 = 0$

Llamamos $z = y^2 \;\rightarrow\; z^2 = y^4$

$$z^2 - 2\,704z + 921\,600 = 0 \;\rightarrow\; z = \frac{2\,704 \pm \sqrt{7\,311\,616 - 3\,686\,400}}{2} =$$

$$= \frac{2\,704 \pm \sqrt{3\,625\,216}}{2} =$$

$$= \frac{2\,704 \pm 1\,904}{2} \begin{array}{l} z_1 = 2\,304 \\ z_2 = \;\;400 \end{array}$$

- Si $z_1 = 2\,304 \;\rightarrow\; y = \sqrt{2\,304} = 48$ m $\;\rightarrow\; x = \dfrac{960}{48} = 20$

- Si $z_2 = 400 \;\rightarrow\; y = 20$ m $\;\rightarrow\; x = \dfrac{960}{20} = 48$

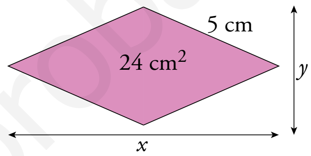
Nos quedamos con la parte positiva de la raíz cuadrada por estar trabajando con longitudes.

Solución: Los catetos miden 20 m y 48 m.

44 El lado de un rombo es 5 cm y su área es 24 cm². Calcula la longitud de sus diagonales.

Existen dos relaciones entre x e y:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \dfrac{x \cdot y}{2} = 24 \;\rightarrow\; x^2 = \dfrac{2\,304}{y^2} \\[2ex] \bullet\ \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{2}\right)^2 = 25 \;\rightarrow\; x^2 = 100 - y^2 \end{array}\right\}$$



$$\frac{2\,304}{y^2} = 100 - y^2 \;\rightarrow\; y^4 - 100y^2 + 2\,304 = 0 \;\rightarrow\; z = y^2 \;\rightarrow\; z^2 = y^4$$

$$z^2 - 100z + 2\,304 = 0 \;\rightarrow\; z = \frac{100 \pm \sqrt{10\,000 - 9\,216}}{2} =$$

$$= \frac{100 \pm 28}{2} \begin{array}{l} z_1 = 64 \\ z_2 = 36 \end{array}$$

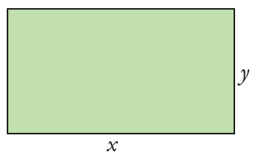
$$\left.\begin{array}{l} y_1 = 8 \;\rightarrow\; x_1 = 6 \\ y_2 = 6 \;\rightarrow\; x_2 = 8 \end{array}\right\} \text{En realidad es la misma solución.}$$

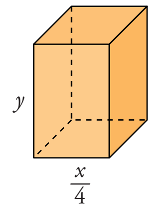
La diagonal mayor mide 8 cm y la menor mide 6 cm.

45 Con una cartulina de 240 cm² de superficie hacemos un prisma de base cuadrada, sin bases, cuyo volumen es de 360 cm³. ¿Cuáles son las dimensiones de la cartulina?

Existen dos relaciones entre x e y:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ x \cdot y = 240 \;\rightarrow\; y = \dfrac{240}{x} \\[2ex] \bullet\ \dfrac{x}{4} \cdot \dfrac{x}{4} \cdot y = 360 \;\rightarrow\; y = \dfrac{5\,760}{x^2} \end{array}\right\}$$





$$\frac{240}{x} = \frac{5\,760}{x^2} \;\rightarrow\; 240x^2 = 5\,760x \;\rightarrow\; x(240x - 5\,760) = 0;$$

Como $x \neq 0 \;\rightarrow\; 240x = 5\,760 \;\rightarrow\; x = 24$ cm $\;\rightarrow\; y = 10$ cm

Las dimensiones de la cartulina son 24 cm y 10 cm.

46 **Un grupo de estudiantes alquila un piso por 490 € al mes. Si fueran dos más, cada uno pagaría 28 € menos.**

¿Cuántos son?

Llamamos $x \to$ número de estudiantes

$y \to$ dinero que paga cada estudiante

$$\left.\begin{array}{l} xy = 490 \\ (x+2)(y-28) = 490 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} xy = 490 \\ xy - 28x + 2y - 56 = 490 \end{array}\right\} \to$$

$$\to \left.\begin{array}{l} xy = 490 \\ 490 - 28x + 2y - 56 = 490 \end{array}\right\} \to$$

$$\to \left.\begin{array}{l} xy = 490 \\ -14x + y = 28 \end{array}\right\} \to y = 28 + 14x$$

$$x(28 + 14x) = 490 \to 14x^2 + 28x - 490 = 0 \to x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 140}}{2} = \frac{-2 \pm 12}{2} \begin{cases} x_1 = 5 \to y_1 = 98 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

$x_2 = -7$ no vale, porque no puede haber un número negativo de estudiantes.

Han alquilado el piso 5 estudiantes (cada uno paga 98 € al mes).

47 **Un grifo tarda el doble de tiempo que otro en llenar un cubo de agua. Si los abrimos a la vez, el cubo se llena en 3 minutos.**

¿Cuánto tarda cada uno por separado?

Si entre los dos llenan el cubo en 3 minutos, en un minuto llenan $\frac{1}{3}$ de cubo.

Como el grifo A tarda el doble de tiempo en llenar el cubo que el grifo B:

- B llena $2x$ del cubo en un minuto.
- A llena x del cubo en un minuto.
- $A + B$ llenan $3x$ del cubo en un minuto.

Sabemos que $A + B$ llenan $\frac{1}{3}$ de cubo en un minuto.

Igualando, $3x = \frac{1}{3} \to x = \frac{1}{9}$ del cubo en un minuto.

A tarda 9 minutos en llenar el cubo.

B tarda 4 minutos y 30 segundos en llenar el cubo.

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

48 ¿Cómo se puede saber si una ecuación de segundo grado, $ax^2 + bx + c = 0$, tiene dos, una o ninguna solución, sin resolverla?

Si $b^2 - 4ac > 0$, hay dos soluciones.

Si $b^2 - 4ac = 0$, hay una solución.

Si $b^2 - 4ac < 0$, no hay ninguna solución.

49 Determina para qué valores de k, la ecuación $2x^2 - 8x + k = 0$:

a) Tiene solución única.

b) Tiene dos soluciones distintas.

c) No tiene solución.

$b^2 - 4ac = (-8)^2 - 8k = 64 - 8k$

a) $64 - 8k = 0 \rightarrow k = 8$

b) $64 - 8k > 0 \rightarrow 64 > 8k \rightarrow k < 8$

c) $64 - 8k < 0 \rightarrow 64 < 8k \rightarrow k > 8$

50 Una solución de la ecuación $2x^2 + x + k = 0$ es $x = \frac{3}{2}$. Calcula k y la otra solución.

Sustituimos en la ecuación $x = \frac{3}{2}$.

$$2 \cdot \frac{9}{4} + \frac{3}{2} + k = 0 \rightarrow 6 + k = 0 \rightarrow k = -6$$

La ecuación es $2x^2 + x - 6 = 0$:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4} \begin{cases} x_1 = 3/2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

La otra solución es $x = -2$.

51 Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean 3 y –1.

$(x - 3)(x + 1) = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

52 ¿Cuántas soluciones puede tener una ecuación bicuadrada? Comprueba tu respuesta resolviendo estas ecuaciones:

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ b) $x^4 - 4x^2 = 0$

c) $x^4 - 16 = 0$ d) $x^4 + x^2 = 0$

e) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ f) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

Una ecuación bicuadrada puede tener una, dos, tres, cuatro soluciones o no tener ninguna.

a) Hacemos un cambio de variable, $x^2 = z$, $x^4 = z^2$:

$$z^2 - 10z + 9 = 0 \rightarrow z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} \begin{cases} z_1 = 9 \\ z_2 = 1 \end{cases}$$

Como $z = x^2 \rightarrow x_1 = 3,\ x_2 = -3,\ x_3 = 1,\ x_4 = -1$

b) $x^4 - 4x^2 = 0 \rightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = 2,\ x_3 = -2$

c) $x^4 - 16 = 0 \rightarrow x_1 = 2,\ x_2 = -2$

d) $x^4 + x^2 = 0 \rightarrow x^2(x^2 + 1) = 0 \rightarrow x = 0$

e) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

Haciendo el cambio de variable $z = x^2$, $z^2 = x^4$:

$$z^2 + 3z + 2 = 0 \rightarrow z = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \begin{cases} z_1 = -1 \\ z_2 = -2 \end{cases}$$

Como $z = x^2 \rightarrow$ No existen soluciones.

f) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

Haciendo el cambio de variable $z = x^2$, $z^2 = x^4$:

$$4z^2 - 17z + 4 = 0 \rightarrow z = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8} \begin{cases} z_1 = 4 \\ z_2 = 1/4 \end{cases}$$

Como $z = x^2 \rightarrow x_1 = 2,\ x_2 = -2,\ x_3 = \frac{1}{2},\ x_4 = -\frac{1}{2}$

53 **Escribe un sistema de tres ecuaciones con dos incógnitas cuya única solución sea $x = 1$, $y = 2$.**

Por ejemplo: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

Página 99

PROFUNDIZA

54 **Obtención, paso a paso, de la solución general de la ecuación de segundo grado:**

$ax^2 + bx + c = 0$ **(Pasa c al 2º miembro)**

$\Downarrow$

$ax^2 + bx = -c$ **(Multiplica por $4a$)**

$\Downarrow \cdot 4a$

$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$ **(Suma b^2)**

$\Downarrow + b^2$

$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$

$\Downarrow$

$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$

Extrae la raíz cuadrada a los dos miembros y después despeja la x.

$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac \;\rightarrow\; 2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$

$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \;\rightarrow\; x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b+2 - 4ac}}{2a}$

55 **Comprueba si los siguientes sistemas tienen solución:**

a) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 3y = 10 \\ x - y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$

☛ *Obtén la solución del sistema formado por las dos primeras ecuaciones y prueba si esa solución verifica la tercera ecuación.*

a) $\left.\begin{array}{r} x - 2y = 5 \\ x + 3y = 10 \\ x - y = 0 \end{array}\right\}$ Resolvemos el sistema $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} -x + 2y = -5 \\ x + 3y = 10 \\ \hline 5y = 5 \end{array} \;\rightarrow\; y = 1 \;\rightarrow\; x = 5 + 2 = 7$$

Verificamos la solución $x = 7$, $y = 1$ en la tercera ecuación:

$7 - 1 = 6 \neq 0 \;\rightarrow\;$ El sistema no tiene solución

b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$ Resolvemos el sistema $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} x + 2y = 5 \\ -x + y = -2 \\ \hline 3y = 3 \end{array} \;\rightarrow\; y = 1 \;\rightarrow\; x = 2 + 1 = 3$$

Comprobamos si la solución $x = 3,\ y = 1$ cumple la tercera ecuación:

$x + y = 4 \;\rightarrow\; 3 + 1 = 4$. La cumple.

La solución es $x = 3,\ y = 1$.

56 **Resuelve:**

a) $\begin{cases} x - \ 5 = 0 \\ 2x + y = 7 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 0 \\ x - \ 2z = 6 \\ \ y + z = 3 \end{cases}$

a) De la primera ecuación se obtiene $x = 5$

De la segunda ecuación, si $x = 5$, entonces $y = -3$.

De la tercera ecuación, si $x = 5$ e $y = -3$, $z = 1$.

b) Restando las dos primeras, queda lo siguiente:

$$\left.\begin{array}{r} -y + 2z = -6 \\ y + z = 3 \end{array}\right\} \rightarrow 3z = -3 \rightarrow z = -1$$

De la tercera ecuación, si $z = -1$, entonces $y = 4$.

De la primera ecuación, si $y = 4$, entonces $x = 4$.

57 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

58 **Resuelve como el ejercicio anterior:**

a) $\dfrac{2 - x}{x - 7} \geq 0$ b) $\dfrac{x^2}{3 - x} \geq 0$ c) $\dfrac{x + 1}{x^2} < 0$

a) $\dfrac{2 - x}{x - 7} \geq 0$

$2 - x > 0$	$2 - x < 0$	$2 - x < 0$
$x - 7 < 0$	$x - 7 < 0$	$x - 7 > 0$

2   7

El conjunto de soluciones es $[2, 7)$.

b) $\dfrac{x^2}{3-x} \geq 0$

$x^2 > 0$	$x^2 > 0$	$x^2 > 0$
$3 - x > 0$	$3 - x > 0$	$3 - x < 0$

$\qquad\qquad 0 \qquad\qquad 3$

El conjunto de soluciones es $(-\infty, 3)$.

c) $\dfrac{x+1}{x^2} < 0$

$x + 1 < 0$	$x + 1 > 0$	$x + 1 > 0$
$x^2 > 0$	$x^2 > 0$	$x^2 > 0$

$\qquad\qquad -1 \qquad\qquad 0$

El conjunto de soluciones es $(-\infty, -1)$.

59 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

60 **Un coche va de A a B con una velocidad de 60 km/h y vuelve de B a A a 40 km/h. ¿Cuál fue la velocidad media del recorrido?**

☛ *No es 50 km/h.*

x es la distancia de A a B.

El coche tarda $\dfrac{x}{60}$ h en ir de A a B y $\dfrac{x}{40}$ h en ir de B a A.

La velocidad media es el espacio total dividido por el tiempo total.

$$\text{Velocidad media} = \frac{2x}{\dfrac{x}{60} + \dfrac{x}{40}} = \frac{2x}{\dfrac{5x}{120}} = \frac{240x}{5x} = 48 \text{ km/h}$$

61 **¿Cuántos litros de leche con un 10% de grasa hemos de mezclar con otra leche que tiene un 4% de grasa para obtener 18 litros con un 6% de grasa?**

$x \;\rightarrow\;$ litros de leche con un 10% de grasa

$y \;\rightarrow\;$ litros de leche con un 4% de grasa

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 18 \\ 0{,}1x + 0{,}04y = 0{,}06\,(x + y) \end{array}\right\} \; 0{,}04x = 0{,}02y \;\rightarrow\; y = 2x$$

$x + 2x = 18 \;\rightarrow\; 3x = 18 \;\rightarrow\; x = 6,\; y = 12$

Hemos de mezclar 6 litros de leche de un 10% de grasa con 12 litros de leche de un 4% de grasa.

62 **Dos grifos abiertos a la vez llenan un depósito en 90 minutos. Abiertos por separado, uno de ellos tardaría 4 horas más que el otro en llenar ese mismo depósito. Calcula cuánto tardará cada grifo por separado.**

90 minutos $\rightarrow$ 1,5 h

$x \rightarrow$ tiempo que tarda un grifo en llenar el depósito (en horas)

$y \rightarrow$ tiempo que tarda el otro grifo en llenar el depósito (en horas)

$\frac{V}{x} \rightarrow$ Cantidad de agua en 1 h del primer grifo

$\frac{V}{y} \rightarrow$ Cantidad de agua en 1 h del segundo grifo

$$\left.\begin{array}{l} \frac{V}{x} \cdot 1{,}5 + \frac{V}{y} \cdot 1{,}5 = V \\ x = 4 + y \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \frac{1{,}5}{x} + \frac{1{,}5}{y} = 1 \\ x = 4 + y \end{array}\right\} 1{,}5y + 1{,}5x = xy$$

$$1{,}5y + 1{,}5(4 + y) = (4 + y)y \rightarrow 1{,}5y + 6 + 1{,}5y = 4y + y^2 \rightarrow y^2 + y - 6 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \begin{array}{l} y_1 = 2 \\ y_2 = -3 \end{array}$$

$y = -3 \rightarrow$ no puede haber tiempos negativos

$y = 2 \rightarrow x = 6$

Un grifo tardará 2 h en llenar el depósito y el otro tardará 6 h en llenar el mismo depósito.

63 **Un avión militar vuela a 600 km/h cuando no hace viento y puede llevar combustible para 4 horas. Cierto día, al ir a salir para una misión de reconocimiento, hacía un viento en contra de 40 km/h, que se mantendría, según los pronósticos, durante todo el trayecto.**

¿Cuántos kilómetros pudo alejarse de su base de modo que pudiese regresar sin repostar?

A la ida vuela a 560 km/h, a la vuelta vuela a 640 km/h

Como mucho puede estar 4 horas volando.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Llamamos } x \text{ al tiempo que tarda a la ida} \\ \text{Llamamos } y \text{ al tiempo que tarda a la vuelta} \end{array}\right\} \rightarrow x + y = 4$$

Tiene que hacer los mismos kilómetros a la ida que a la vuelta:

$560x = 640y$

Hay dos soluciones con dos incógnitas:

$$\left.\begin{array}{r} x + \quad y = 4 \\ 560x - 640y = 0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 640x + 640y = 2\,560 \\ 560x - 640y = 0 \end{array}\right\} \rightarrow 1\,200x = 2\,560 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{2\,560}{1\,200} = \frac{32}{15} = 2{,}133 = 2 \text{ horas y } 8 \text{ minutos}$$

Como $x = 2$ horas y 8 minutos, entonces $y = 1$ hora y 52 minutos.

En 2 horas y 8 minutos a 560 km/h hace 1 195 km, aproximadamente.

64 **La suma de las dos cifras de un número es 8. Si al número se le añaden 18 unidades, el número resultante está formado por las mismas cifras en orden inverso. ¿Cuál es ese número?**

$$\left.\begin{array}{l} \text{Llamamos } x \text{ a las unidades del número} \\ \text{Llamamos } y \text{ a las decenas del número} \end{array}\right\} \rightarrow x + y = 8$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{El número tiene un valor de } 10y + x \\ \text{El número, al sumarle 18 unidades, es } 10x + y \end{array}\right\} \rightarrow 10y + x + 18 = 10x + y$$

Queda el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x + \quad y = 8 \\ 9x - 9y = 18 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 9x + 9y = 72 \\ 9x - 9y = 18 \end{array}\right\} \rightarrow 18x = 90 \rightarrow x = 5, \; y = 3$$

El número es 35.