

# Fracciones Algebraicas

## 1.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x}$	b) $\frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$	c) $\frac{-2x^2 + x}{-2x^2 + 9x - 4}$	d) $\frac{4x^3 - 4x}{x^6 + x^5}$
e) $\frac{9x - x^3}{x^3 + 3x^2}$	f) $\frac{-9 + x^2}{x^2 + 2x - 15}$	g) $\frac{ax + by}{ax^2 + bxy}$	h) $\frac{x^3 + 7x^2 + 12x}{x^3 + 3x^2 - 16x - 48}$
i) $\frac{9 - x^2}{x^2 - 3x}$	j) $\frac{3x^3 - 2x^2 - 7x - 2}{x^3 - 4x}$	k) $\frac{x^3 - 4x}{x^3 + x^2 - 2x}$	l) $\frac{x^3 - 16x}{4x^3 + 32x^2 + 64x}$
m) $\frac{3x^2 + 9x}{x^2 + 2x - 3}$	n) $\frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 10x - 15}$	ñ) $\frac{x^3 - 19x - 30}{x^3 - 3x^2 - 10x}$	o) $\frac{x^4 - 1}{x^4 - x^3 - x^2 - x - 2}$
p) $\frac{x^2 + 6x - 7}{2x - 2}$	q) $\frac{4x^2 - 40x + 100}{4x^2 - 100}$	r) $\frac{3x^3 - 6x^2}{3x^4 + 24x^3 - 60x^2}$	s) $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 + 2x^2 + x}$

**Sol:** a)  $\frac{x-3}{x}$  b)  $\frac{x^2-1}{(x-2)^2}$  c)  $\frac{x}{x-4}$  d)  $\frac{4(x-1)}{x^4}$  e)  $\frac{3-x}{x}$  f)  $\frac{x+3}{x+5}$  g)  $\frac{1}{x}$  h)  $\frac{x}{x-4}$  i)  $-\frac{x+3}{x}$  j)  $\frac{(3x+1)(x+1)}{x(x+2)}$   
 k)  $\frac{x-2}{x-1}$  l)  $\frac{x-4}{4(x+4)}$  m)  $\frac{3x}{x-1}$  n)  $\frac{x^2}{(x^2+5)}$  ñ)  $\frac{x+3}{x}$  o)  $\frac{x-1}{x-2}$  p)  $\frac{x+7}{2}$  q)  $\frac{x-5}{x+5}$  r)  $\frac{1}{x+10}$  s)  $\frac{x+1}{x}$

## 2.- Multiplica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{2x+1}{x^2-4} \cdot \frac{x+2}{x-5}$	b) $\frac{2x+4}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{x+2}$	c) $\frac{x^3-5x^2+6x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{2x^3-6x^2}$	d) $\frac{5x^3}{x+1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x^2+x}$
e) $\frac{2x-6}{x^2-4} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-6x+9}$	f) $\frac{3a+3}{12a-12} \cdot \frac{a^2-2a+1}{a^2-1}$	g) $\frac{x-2}{5x+15} \cdot \frac{5x^2+20x+15}{x+2}$	h) $\frac{x^2-9}{x^3-x^2} \cdot \frac{x^4-x^3}{x^2-3x}$

**Sol:** a)  $\frac{2x+1}{(x-2)(x-5)}$  b)  $\frac{2}{x-3}$  c)  $\frac{(x-1)(x-2)}{2x}$  d)  $5x^2$  e)  $\frac{2(x+2)}{x^2-5x+6}$  f)  $\frac{1}{4}$  g)  $\frac{(x+1)(x-2)}{x+2}$  h)  $x+3$

## 3.- Divide las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{1}{2x^2} : \frac{x+3}{4x}$	b) $\frac{1}{8x^3} : \frac{4x+2}{3x^5}$	c) $\frac{4x^2}{x+1} : \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$	d) $\frac{x+2}{2x+3} : \frac{x^2-4}{-6x-4x^2}$
e) $\frac{2x^2}{3x^2-3} : \frac{x}{x+1}$	f) $\frac{x^2-5x+6}{2x+1} : \frac{x-2}{x}$	g) $\frac{-x+7}{x^2-1} : \frac{-x^2+5x+14}{x^2+3x+2}$	h) $\frac{xy}{x^2-y^2} : \frac{y}{x-y}$

**Sol:** a)  $\frac{2}{x(x+3)}$  b)  $\frac{3x^2}{16(2x+1)}$  c)  $\frac{4x(x-1)}{x+1}$  d)  $\frac{-2x}{x-2}$  e)  $\frac{2x}{3x-3}$  f)  $\frac{1}{x-1}$  g)  $\frac{3}{x-1}$  h)  $\frac{x}{x+y}$

## 4.- Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{2x^2-5x}{x^2-9} - \frac{2x^2-4x+3}{x^2-9}$	b) $\frac{-3x+1}{x+1} - \frac{5x+1}{x^2+x}$	c) $\frac{x}{x^2-3x-4} - \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x^2-3x-4}{x^3-4x^2-x+4}$	d) $\frac{n}{n^2-1} - \frac{3}{n+1} - \frac{n+2}{n^2+n-2}$
e) $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a-3} - \frac{a-1}{a^2-4a+3}$	f) $\frac{5x^2-4}{x^2-4} + \frac{x-2}{5x+15} \cdot \frac{5x^2+20x+15}{x+2}$	g) $\frac{2x-1}{3x-3} - \frac{2x^2-6x+4}{3x^2-6x+3}$	h) $\frac{y}{y-2} - \frac{y}{y^2-3y+2} - \frac{y}{y-1}$
i) $\frac{3x^2-12x+12}{x^2-5x+6} : \frac{6x^3-54x}{x^3-6x^2+9x}$	j) $\frac{x-1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2+2x} + \frac{1}{x-2}$	k) $\frac{2}{x^2-16} - \frac{1}{x^2+4x}$	l) $\frac{1}{x-2} - \frac{x^2+4x+8}{(x+2)^2(x-2)} + \frac{1}{x^2-4}$

**Sol:** a)  $\frac{-1}{x-3}$  b)  $\frac{-3x-1}{x}$  c)  $\frac{4}{(x+1)(x-4)}$  d)  $\frac{2-3n}{n^2-1}$  e)  $\frac{1}{a-1}$  f)  $\frac{x^2}{x-2}$  g)  $\frac{1}{x-1}$  h) 0 i)  $\frac{x-2}{2(x+3)}$  j)  $\frac{x^2+5x-4}{x^3-4x}$  k)  $\frac{1}{x(x-4)}$  l)  $\frac{1}{(x+2)^2}$

## 5.- Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}\right)$	b) $\frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{x-1}{x+1}$	c) $\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b}\right) \cdot \frac{a+b}{ab}$	d) $\frac{xy}{x^2-y^2} \cdot \frac{x-y}{y} + \frac{y}{x-y}$
e) $\frac{x-2}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{x+3}{x^2-3x+2}$	f) $\frac{x^2-x+9}{x^3-9x} + \frac{1}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x}$	g) $\frac{4}{x+1} + \frac{x}{x^2+1} + \frac{x+1}{x-1}$	

**Sol:** a)  $\frac{1}{x}$  b)  $\frac{2x^3-2x^2-2x}{x^3-2x^2-x+2}$  c)  $\frac{-2}{a-b}$  d)  $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$  e)  $\frac{x^2+x+11}{x^3-x^2-4x+4}$  f)  $\frac{1}{x+3}$  g)  $\frac{x^4+7x^3-2x^2+5x-3}{x^4-1}$

**6.- Opera y simplifica:**

a)  $\frac{-8x}{x^2+4x+4} + \frac{3x}{x^2+3x+2}$

b)  $\frac{5x+5}{x^2+2x} - \frac{5}{x^2} + \frac{4x-5}{x+2}$

c)  $\frac{x^2-x-2}{x^3+7x^2+10x} + \frac{1}{x^2+5x} - \frac{1}{x^3}$

d)  $\frac{1}{x^2} \left( \frac{3x^3-3x^2-4x}{2x-3} - x^2 \right)$

e)  $\left( \frac{-3x^2}{x^2-1} + 4 \right) \left( \frac{x+1}{x^2-4} \right)$

f)  $\left( \frac{2x}{x-5} : \frac{3x^2}{x^2-25} \right) : \frac{2(x+5)}{x}$

g)  $\left( \frac{1}{x} - 2 + x \right) \left( \frac{x^3}{x^2-1} \right)$

h)  $\left( 1 - \frac{1}{x} \right) : \frac{3x-3}{x^6} + \frac{1}{x}$

i)  $\left( \frac{2x^2+21}{(x-3)^2} + \frac{7}{x-3} \right) : \frac{2x+7}{x^2-9}$

**Sol:** a)  $\frac{-x(5x+2)}{(x+1)(x+2)^2}$  b)  $\frac{4x^3-10}{x^2(x+2)}$  c)  $\frac{x^4-x^2-7x-10}{x^3(x+2)(x+5)}$  d)  $\frac{x^2-4}{x(2x-3)}$  e)  $\frac{1}{x-1}$  f)  $\frac{1}{3}$  g)  $\frac{x^2(x-1)}{x+1}$  h)  $\frac{x^6+3}{3x}$  i)  $\frac{x(x+3)}{x-3}$

**7.- Haz las operaciones indicadas y simplifica:**

a)  $\left( \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) \left( \frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right)$  b)  $\left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{x+y}{xy} \right) \cdot \frac{2xy}{x+y}$  c)  $\left( \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x+1} \right) \left( x - \frac{1}{x} \right)$  d)  $\frac{1+\frac{x}{y}}{x^2-y^2}$  e)  $\frac{\frac{36}{x+y}}{\frac{6}{x-y}} : \frac{\frac{3x}{x+y}}{\frac{1}{x^2-y^2}}$

f)  $\frac{x^2-4}{a^2-b^2} : \frac{x-2}{a+b}$  g)  $\frac{2y}{y-1} - \frac{y-1}{3y} - \frac{3-y}{y}$  h)  $\frac{y}{y-2} - \frac{y}{y^2-3y+2} - \frac{y}{y-1}$  i)  $\frac{2a^2-4ab+2b^2}{3x-6} : \frac{a-b}{4x-8}$

**Sol:** a) 4 b)  $\frac{4y}{x+y}$  c)  $\frac{3x+1}{x}$  d) 1 e)  $\frac{2}{x(x+y)}$  f)  $\frac{x+2}{a-b}$  g)  $\frac{8y^2-10y+8}{3y^2-3y}$  h) 0 i)  $\frac{8a-8b}{3}$

**8.- Opera, simplifica si es posible y desarrolla el resultado:**

a)  $\frac{x^2+2x-3}{x-1} + \frac{3x+1}{2x} - \frac{x^2-2x+1}{3x}$

b)  $\frac{x-1}{x-1} + \frac{x-1}{x+3} - \frac{x-3}{x+1}$

c)  $\frac{x-2}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{3}{(x-1)^2}$

d)  $\frac{x^2-1}{x+2} + \frac{3x-3}{x+3} - \frac{x-3}{x^2+5x+6}$

e)  $\frac{x-2}{x+1} - \frac{x-1}{x+3} + \frac{x+2}{x+1}$

f)  $\frac{3x}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} - \frac{3x-1}{x^2-1}$

g)  $\left( \frac{a+1}{a} - \frac{a}{a+2} \right) : \left( 1 + \frac{a}{a+2} \right)$

h)  $\frac{2}{y-1} \cdot \frac{y^2-1}{y+2} + \frac{5y}{y^2-9} : \frac{1}{y+3}$

i)  $\left( \frac{x-2}{x-3} - \frac{x-3}{x-2} \right) : \left( \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right)$

**Sol:** a)  $\frac{4x^2+31x+1}{x^2+3}$  b)  $\frac{x^2+4x+11}{x^2+4x+3}$  c)  $\frac{2x^3-3x^2-4x-1}{x^3-x^2-x+1}$  d)  $\frac{x^3+6x^2+x-6}{x^2+5x+6}$  e)  $\frac{x^2+6x+1}{x^2+4x+3}$  f)  $\frac{2x^2-x+3}{x^2-1}$  g)  $\frac{3a+2}{2a^2+2a}$  h)  $\frac{7y^2+6y-10}{y^2-y-6}$  i)  $2x-5$

**9.- Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado:**

a)  $\frac{\frac{9+6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{3x^2-x^3}{3x^2+x^3}}{\frac{2x-4}{\frac{3}{4}+\frac{2}{8}} : \frac{2x^2-8x+8}{x-2}}$

b)  $\frac{\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{4x^2-4x}{x+1}}{\frac{2x^2+14x+20}{x^3-50+2x^2-25x} : \frac{x-5}{2x^3-20x^2+50x}}$

c)  $\frac{\frac{x^2-1}{2x+2} \cdot \frac{2x^2-8x-10}{x-1}}{\frac{2x+2}{x^2+x-2} : \frac{x-1}{x^3-4x^2-7x+10}}$

d)  $\frac{\left( \frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-9} \cdot \frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2} \right) : \frac{x^2+x-2}{x^2+4x+4}}{\frac{2x^2-2x}{3x^2+3x-6} \cdot \frac{3x^2+12x+12}{2x}}$

e)  $\frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x^2-25}{x^2-4x-5}}$

f)  $\frac{\frac{x^2-2x+1}{x-1} - \frac{x^2-1}{x+1}}{\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1}}$

g)  $\frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x^2-6x+5}{x^2-1}}$

h)  $\frac{\frac{2x-2x^2}{(x+1)^2} - \left( \frac{x^2+3x+2}{(x-1)^2} - \frac{x^2-x+1}{x-1} \right)}{\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} + \frac{x^2-2x+1}{(x+1)^2}}$

i)  $\frac{\frac{x^2-1}{x+1} + \frac{x^2+2x+1}{x+1}}{\frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2+x-6}}$

j)  $\frac{\frac{x^2+2x+1}{(x-1)^2} + \frac{x^2+2x+1}{x+1}}{\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x^2+2x+1}{x+1}}$

**Sol:** a) 1 b) 1 c) 1 d) 1 e) 1 f) 0 g)  $\frac{x+5}{x-5}$  h)  $\frac{x^3-3x^2-x-3}{x^2+3}$  i)  $\frac{x(x+3)(x^2-3x+2)}{2}$  j)  $\frac{-x^2+2x-2}{x^2}$