Ejercicio nº 1.- Expresa el resultado en forma de potencia única y también como único radical:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{x^7}}{x^2}$ b) $\dfrac{\sqrt{2^5}\cdot 2^{-2}}{\sqrt[3]{16}}$

1,5 puntos

Ejercicio nº 2.- Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a) $5\cdot\sqrt[3]{16}+2\cdot\sqrt[3]{54}-3\cdot\sqrt[3]{250}$ b) $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt[5]{3^4}}$

1,5 puntos

Ejercicio nº 3.- Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ b) $\dfrac{10}{\sqrt[3]{5}}$ c) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

2 puntos

Ejercicio nº 4.- Calcula el área y el perímetro de un triángulo equilátero de lado $4\sqrt{11}$ cm. Expresa el resultado con números irracionales utilizando las unidades adecuadas.

1,5 puntos

Ejercicio nº 5.- El número áureo, muy habitual tanto en las Artes como en la propia Naturaleza, es $\Phi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Comprueba que es una de las soluciones de la ecuación $x^2-x-1=0$ sustituyéndolo en la misma. Resuelve después la ecuación para averiguar cuál es la otra solución y qué relación hay entre ellas.

1,5 puntos

Ejercicio nº 6.- Escribe en forma de intervalo y de conjunto, y representa en cada caso. Indica también el nombre del subconjunto de la recta lR.

a) Números comprendidos entre -4 y 0, ambos incluidos.
b) Números mayores que -3.
c) Números menores que -5 y el propio -5.
d) Números comprendidos entre 2 y 7, incluido el 7, pero no el 2.

2 puntos

SOLUCIONES

E.1. Expresa el resultado en forma de potencia única y también como único radical:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{x^7}}{x^2}$ b) $\dfrac{\sqrt{2^5}\cdot 2^{-2}}{\sqrt[3]{16}}$

---

a) $\dfrac{\sqrt[4]{x^7}}{x^2}=\dfrac{x^{7/4}}{x^2}=x^{-1/4}=\sqrt[4]{1/x}$

b) $\dfrac{\sqrt{2^5}\cdot 2^{-2}}{\sqrt[3]{16}} \quad \dfrac{\sqrt{2^5}\cdot 2^{-2}}{\sqrt[3]{16}}=\dfrac{2^{5/2}\cdot 2^{-2}}{2^{4/3}}=\dfrac{2^{1/2}}{2^{4/3}}=2^{-5/6}=\sqrt[6]{\dfrac{1}{2^5}}$

E.2. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a) $5\cdot\sqrt[3]{16}+2\cdot\sqrt[3]{54}-3\cdot\sqrt[3]{250}$ b) $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt[5]{3^4}}$

---

a) $5\cdot\sqrt[3]{16}+2\cdot\sqrt[3]{54}-3\cdot\sqrt[3]{250}=5\cdot\sqrt[3]{2\cdot 2^3}+2\cdot\sqrt[3]{2\cdot 3^3}-3\cdot\sqrt[3]{2\cdot 5^3}=$

$=10\cdot\sqrt[3]{2}+6\cdot\sqrt[3]{2}\cdot-15\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt[5]{3^4}}=\dfrac{\sqrt{3^3}}{\sqrt[5]{3^4}}=\dfrac{\sqrt[10]{3^{15}}}{\sqrt[10]{3^8}}=\sqrt[10]{\dfrac{3^{15}}{3^8}}=\sqrt[10]{3^7}$

E.3. Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ b) $\dfrac{10}{\sqrt[3]{5}}$ c) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

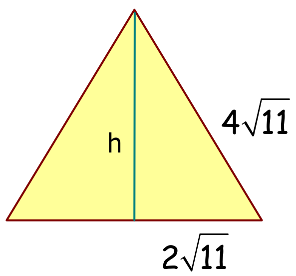
---

a) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\dfrac{6\cdot\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

b) $\dfrac{10}{\sqrt[3]{5}}=\dfrac{10}{\sqrt[3]{5}}\cdot\dfrac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}}=\dfrac{10\cdot\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5\cdot 5^2}}=\dfrac{10\cdot\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}}=\dfrac{10\cdot\sqrt[3]{5^2}}{5}=2\cdot\sqrt[3]{5^2}$

c) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{5-2\sqrt{15}+3}{2}=\dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}=4-\sqrt{15}$

E.4. Calcula el área y el perímetro de un triángulo equilátero de lado $4\sqrt{11}$ cm. Expresa el resultado con números irracionales utilizando las unidades adecuadas.



Perímetro.- Es, simplemente, la suma de sus tres lados

$P=3\cdot 4\sqrt{11}=12\sqrt{11}$ cm

Área.- Es preciso calcular previamente la altura. Para ello se aplica el T^{ma} de Pitágoras a uno de los dos triángulos rectángulos que se forman al trazarla:

$$h^2=\left(4\sqrt{11}\right)^2-\left(2\sqrt{11}\right)^2=176-44=132\Rightarrow h=\sqrt{132}=2\sqrt{33}$$

Ya sólo queda aplicar la fórmula del área de un triángulo; simplificar la expresión radical con la habilidad que nos caracteriza, y asignarle las unidades correspondientes:

$$A=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{4\sqrt{11}\cdot \cancel{2}\sqrt{33}}{\cancel{2}}=4\sqrt{11}\cdot\sqrt{3\cdot 11}=\boxed{44\sqrt{3}\ \text{cm}^2}$$

E.5. El número áureo, muy habitual tanto en las Artes como en la propia Naturaleza, es $\Phi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Comprueba que es una de las soluciones de la ecuación $x^2-x-1=0$ sustituyéndolo en la misma. Resuelve después la ecuación para averiguar cuál es la otra solución y qué relación hay entre ellas.

Pues nada, a obedecer. Vamos por orden. En primer lugar sustituimos la razón áurea en el primer miembro de la ecuación para comprobar que efectivamente da cero:

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2-\frac{1+\sqrt{5}}{2}-1=\frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^2}{4}-\frac{1+\sqrt{5}}{2}-1=\frac{1+2\sqrt{5}+5}{4}-\frac{1+\sqrt{5}}{2}-1=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}-\frac{1+\sqrt{5}}{2}-1=$$

$$=\frac{3+\sqrt{5}}{2}-\frac{1+\sqrt{5}}{2}-1=\frac{3+\sqrt{5}-1-\sqrt{5}-2}{2}=\frac{0}{2}=0\ \text{(Como dicen en la facultad, c.q.d.)}$$

Ahora resolvemos la ecuación para conseguir la otra solución y ver qué relación hay entre ellas:

$$x^2-x-1=0\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}=\begin{cases}\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\\[2mm]\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\end{cases}$$

Pues resulta que la otra solución es justo su expresión conjugada, y no es casualidad.

E.6. Escribe en forma de intervalo y de conjunto, y representa en cada caso. Indica también el nombre del subconjunto de la recta IR.

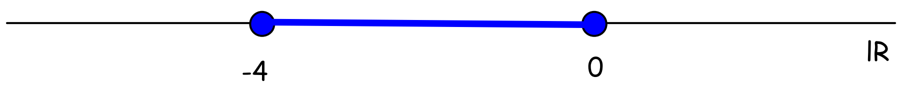
a) Números comprendidos entre -4 y 0, ambos incluidos.
b) Números mayores que -3.
c) Números menores que -5 y el propio 5.
d) Números comprendidos entre 2 y 7, incluido el 7, pero no el 2.

---

a) Se llama intervalo cerrado y se escribe

$$\boxed{\left[-4,0\right]=\left\{x\in \text{IR}\ /\ -4\le x\le 0\right\}}$$

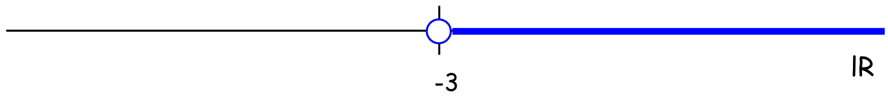
La solución gráfica es



b) Se llama semirrecta abierta por la izquierda y se escribe

$$(-3,+\infty)=\{x \in I\!R \,/\, x>-3\}$$

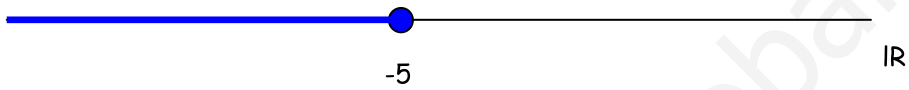
La solución gráfica es



c) Se llama semirrecta cerrada por la derecha y se escribe

$$(+\infty,-5]=\{x \in I\!R \,/\, x \leq -5\}$$

La solución gráfica es



d) Se puede llamar intervalo semiabierto por la izquierda o semicerrado por la derecha y se escribe

$$(2,7]=\{x \in I\!R \,/\, 2<x \leq 7\}$$

La solución gráfica es