ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

1. Conceptos de $a)$ Redondeo de un número hasta las milésimas y $b)$ Error relativo de un valor dado por aproximación. $c)$ Halla el error relativo que cometemos al redondear en las milésimas el número $2/3$.

a) Redondear un número en las milésimas es aproximar el número suprimiendo todas las cifras siguientes al tercer decimal y; se añadirá una milésima al número resultante si la 4ª cifra (la primera que se suprime) fuera mayor de 4.

b) El error relativo representa el error que se comete en cada unidad cuando se da un valor aproximado de un número y se obtiene dividiendo el error absoluto entre el valor real, por lo tanto:

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{|\text{Valor aproximado} - \text{Valor real}|}{\text{Valor real}}$$

c) $\dfrac{2}{3} = 0'6666\ldots$ Redondeando en las milésimas: $\dfrac{2}{3} \approx 0'667 \;\Rightarrow\; \text{Er.} = \dfrac{|0'667 - 2/3|}{2/3} = \boxed{0'0005}$

2. Define $a)$ Monomio y $b)$ Polinomio. $c)$ Dados los monomios $M(x) = 2x^3$ y $N(x) = 4x^5$ Halla, ordenado y reducido, el polinomio $P(x)$ siendo $P(x) = \left(\dfrac{M(x)\cdot N(x)}{4} - 5\cdot\dfrac{N(x)}{M(x)}\right)^2$

a) Monomio es una expresión algebraica en la que la única operación que interviene es la multiplicación (teniendo en cuenta que las potencias de exponente natural representan una multiplicación, la de la base por sí misma tantas veces como indica el exponente).

b) Polinomio es la suma indicada (sin efectuar) de monomios.

c) $$P(x) = \left(\frac{M(x)\cdot N(x)}{4} - 5\cdot\frac{N(x)}{M(x)}\right)^2 = \left(\frac{2x^3\cdot 4x^5}{4} - \frac{5\cdot 4x^5}{2x^3}\right)^2 = \left(2x^8 - 10x^2\right)^2 =$$

$$= \left(2x^8\right)^2 - 2(2x^8)(10x^2) + \left(10x^2\right)^2 = \boxed{4x^{16} - 40x^{10} + 100x^4}$$

3. $a)$ Enuncia el teorema de Pitágoras y $b)$ ¿Qué es el perímetro de un triángulo? $c)$ A partir de los dos conceptos anteriores, plantea y resuelve el siguiente problema: *La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 cm y su perímetro, 24 cm. ¿Cuánto miden los catetos?*

a) Teorema de Pitágoras: En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

b) El perímetro de un triángulo es la medida de su contorno es decir, la suma de las longitudes de sus lados.

c) Si el perímetro tiene 24 cm y la hipotenusa mide 10 cm, entre los dos catetos miden $24 - 10 = 14$ cm, por lo tanto si un cateto es de x cm, el otro tiene $14 - x$ cm y por el teorema de Pitágoras, se cumple que:

$$x^2 + (14 - x)^2 = 10^2 \;\Rightarrow\; x^2 + 196 - 28x + x^2 = 100 \;\Rightarrow\; 2x^2 - 28x + 96 = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x^2 - 14x + 48 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4\cdot 1\cdot 48}}{2\cdot 1} = \frac{14 \pm 4}{2} = \begin{cases} 8 \Rightarrow \text{el otro, } 14 - x = 6 \\ 6 \Rightarrow \text{el otro, } 14 - x = 8 \end{cases}$$

Comprobación: $\begin{cases} 8 + 6 + 10 = 24 \\ 8^2 + 6^2 = 10^2 \end{cases}$

Respuesta: $\boxed{\text{Un cateto mide } 6 \text{ cm y el otro } 8 \text{ cm}}$

4. *Definiciones de* $a)$ *Progresión geométrica y* $b)$ *Fracciones equivalentes.* $c)$ A partir de los dos conceptos anteriores, plantea y resuelve el siguiente ejercicio: *Halla el valor de* x *para que los términos* x, $x+10$ *y* $x+40$ *sean tres términos consecutivos de una progresión geométrica.*

a) Una progresión geométrica es una sucesión de números el la que el cociente entre cada término y el anterior es un valor constante (la "*razón*" de la progresión).

b) Dos fracciones son equivalentes, es decir, tienen el mismo valor, si el numerador de la primera por el denominador de la segunda, es igual que el denominador de la primera por el numerador de la segunda (producto de extremos igual a producto de medios).

c) Si x, $x+10$ *y* $x+40$ son términos consecutivos de una progresión geométrica,

$$\frac{x+10}{x} = \frac{x+40}{x+10} \text{ o, lo que es lo mismo: } (x+10)\cdot(x+10) = x\cdot(x+40) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + 20x + 100 = x^2 + 40x \quad \Rightarrow \quad -20x = -100 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 5}$$

Comprobación: si $x = 5$, $x+10 = 15$ y $x+40 = 45$. Los términos son 5, 15 y 45 que, efectivamente, están en progresión geométrica de $r = 3$.

5. *Escribe las fórmulas de* $a)$ *el término general y* $b)$ *la suma de los términos de una Progresión aritmética.* $c)$ A partir de las fórmulas anteriores plantea y resuelve el siguiente problema: *Sandra guardó en su hucha una moneda de 10 céntimos y cada uno de los siguientes meses ahorró 20 céntimos más que el anterior. ¿Cuánto tiempo lleva ahorrando si en este momento tiene 90 euros?*

a) $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$ b) $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)}{2}\cdot n$

c) Se trata de una progresión aritmética en la que sabemos que: $a_1 = 0'10$ €; $d = 0'20$ € y $S_n = 90$ € el objetivo es hallar el valor de n que, en este caso representa el número de meses que lleva ahorrando Sandra

Sustituyendo en la fórmula del la suma: $90 = \dfrac{(0'10 + a_n)}{2}\cdot n$ y como $a_n = 0'10 + (n-1)\cdot 0'20$

$$90 = \frac{(0'10 + 0'10 + (n-1)\cdot 0'20)}{2}\cdot n \Rightarrow 90 = \frac{0'20n}{2}\cdot n \Rightarrow 90 = 0'1n^2 \Rightarrow n^2 = 900 \Rightarrow n = \pm 30$$

Como no tiene sentido un número de términos negativos, la respuesta es: $\boxed{30 \text{ meses}}$ es decir:

$\boxed{\text{Lleva ahorrando dos años y medio.}}$