

Potencias de exponente entero y fraccionario

1 Expresa los números como multiplicación de factores iguales y luego en forma de potencia:

a) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)$

b) $\frac{1}{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)}$

c) -128

d) $\frac{1}{625}$

Solución:

a) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right)^3$

b) $\frac{1}{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)} = \frac{1}{(-5)^3} = (-5)^{-3}$

c) $-128 = (-2)^7$

d) $\frac{1}{625} = \frac{1}{5^4} = 5^{-4}$

2 Expresa el resultado como potencia única:

a) $\left\{ \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 \right]^3 \right\}^4$

b) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^{-5}$

c) $(-6)^3 : (-6)^{-4}$

Solución:

a) $\left\{ \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 \right]^3 \right\}^4 = \left(\frac{3}{4} \right)^{24}$

b) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^{-5} = \left(-\frac{2}{7}\right)^{-3}$

c) $(-6)^3 : (-6)^{-4} = (-6)^{3-(-4)} = (-6)^7$

3 **Escribe en forma radical:**

a) $4^{\frac{1}{9}}$

b) $6^{\frac{1}{4}}$

c) $5^{\frac{3}{2}}$

d) $3^{\frac{4}{5}}$

Solución:

a) $4^{\frac{1}{9}} = \sqrt[9]{4}$

b) $6^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{6}$

c) $5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{5^3}$

d) $3^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{3^4}$

4 **Expresa como potencia única:**

a) $3^5 \cdot 3^3 \cdot 3$

b) $(-5)^7 : (-5)^2$

c) $[(-4)^2]^{-3}$

Solución:

a) $3^5 \cdot 3^3 \cdot 3 = 3^9$

b) $(-5)^7 : (-5)^2 = (-5)^5$

c) $[(-4)^2]^{-3} = (-4)^6$

5 **Expresa el resultado como potencia única:**

a) $[(-7)^{-2}]^3$

b) $(-2)^5 \cdot (-2)^0 \cdot (-2)^{-3} \cdot (-2)$

c) $6^2 \cdot (-2)^2 \cdot 3^2$

Solución:

a) $[(-7)^{-2}]^3 = (-7)^{-6}$

b) $(-2)^5 \cdot (-2)^0 \cdot (-2)^{-3} \cdot (-2) = (-2)^3$

c) $6^2 \cdot (-2)^2 \cdot 3^2 = [6 \cdot (-2) \cdot 3]^2 = (-36)^2$

6 **Expresa las siguientes potencias como producto de factores:**

- a) $(-7)^3$
- b) $(-2)^5 \cdot 3^2$
- c) 4^{-3}

Solución:

- a) $(-7)^3 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$
- b) $(-2)^5 \cdot 3^2 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot 3 \cdot 3$
- c) $4^{-3} = \frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 4}$

7 **Escribe en forma de potencia las siguientes raíces:**

- a) $\sqrt{3}$
- b) $\sqrt[3]{5}$
- c) $\sqrt[4]{7^3}$
- d) $\sqrt[7]{2^9}$

Solución:

- a) $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$
- b) $\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}}$
- c) $\sqrt[4]{7^3} = 7^{\frac{3}{4}}$
- d) $\sqrt[7]{2^9} = 2^{\frac{9}{7}}$

8 **Escribe en notación científica los siguientes números.**

- a) **0,000 2**
- b) **0,000 000 1**
- c) **0,03**

Solución:

- a) $0,000\ 2 = 2 \cdot 10^{-4}$
- b) $0,000\ 000\ 1 = 1 \cdot 10^{-7}$
- c) $0,03 = 3 \cdot 10^{-2}$

9 Expresa en forma de una potencia que tenga como base un número primo:

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
- b) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$
- c) $\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$
- d) 81
- e) -27
- f) $\frac{1}{25}$

Solución:

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$
- b) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^3$
- c) $\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2^5}$
- d) $81 = 3^4$
- e) $-27 = (-3)^3$
- f) $\frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

10 ¿Cuál es el área de un cuadrado cuyo lado mide 4 cm? Expresa el resultado en forma de potencia.

Solución:

El área de un cuadrado es:

$$A = l^2$$

Por tanto, el área es

$$4^2 = (2^2)^2 = 2^4 \text{ cm}^2$$

11 Escribe en notación científica los siguientes números.

- a) 25 millones de euros
- b) Trescientos mil dólares
- c) Cuatrocientos treinta y dos mil metros
- d) Treinta milímetros (en metros)

Solución:

- a) 25 millones de euros $\rightarrow 2,5 \cdot 10^7$ euros.
- b) Trescientos mil dólares $\rightarrow 3 \cdot 10^5$ dólares.
- c) Cuatrocientos treinta y dos mil metros $\rightarrow 4,32 \cdot 10^5$ metros.
- d) Treinta milímetros (en metros) $\rightarrow 3 \cdot 10^{-2}$ metros

12 El área de un terreno cuadrado es 625 m^2 . ¿Cuál será el área de otro terreno cuyo lado es el triple del primero? Expresa el resultado en forma de potencia.

Solución:

Si l es el lado del primer terreno, entonces, $l^2 = 625 \text{ m}^2$.

El lado del segundo terreno es $3l$ metros.

Y por tanto, el área es: $(3 \cdot l)^2 = 3^2 \cdot l^2 = 3^2 \cdot 625 = 3^2 \cdot 5^4 \text{ m}^2$.

13 **Expresa el resultado como potencia única:**

a) $2^4 \cdot 2 \cdot 8$

b) $(-4)^3 \cdot (-4)^5 \cdot 16$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \frac{1}{16}$

Solución:

a) $2^4 \cdot 2 \cdot 8 = 2^4 \cdot 2 \cdot 2^3 = 2^8$

b) $(-4)^3 \cdot (-4)^5 \cdot 16 = (-4)^3 \cdot (-4)^5 \cdot (-4)^2 = (-4)^{10}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

14 **Una persona, haciendo un recorrido andando, emplea 30 días y 5 horas. ¿Cuántos segundos habrá tardado en hacer el recorrido? Expresa el resultado en notación científica.**

Solución:

1 hora son 3600 segundos, y 30 días y 5 horas son 725 horas. Por tanto, habrá tardado:

$$725 \cdot 3600 = 2\,610\,000 = 2,61 \cdot 10^6 \text{ segundos.}$$

15 **Un lavavajillas dispone de 8 bandejas y en cada una de ellas caben 32 vasos. ¿Cuántos vasos se podrán lavar de una sola vez? Expresa el resultado en forma de potencia.**

Solución:

La capacidad del lavavajillas es:

$$8 \cdot 32 = 2^3 \cdot 2^5 = 2^8 \text{ vasos}$$

16 **Expresa el resultado como potencia única:**

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5$

b) $2^{-4} \cdot 2^7 \cdot 5^3$

c) $\left(\frac{6}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{10}\right)^{-2}$

Solución:

- a) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5$
b) $2^{-4} \cdot 2^7 \cdot 5^3 = 2^3 \cdot 5^3 = 10^3$
c) $\left(\frac{6}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{6}{5} : \frac{3}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{60}{15}\right)^{-2} = 4^{-2}$

17 **Escribe en notación científica los siguientes números e indica su orden de magnitud.**

- a) 210 000 000 000
b) Dos billones y medio
c) 58 400 millones

Solución:

- a) 210 000 000 000 = $2,1 \cdot 10^{11}$ → Orden de magnitud: 11
b) 2 billones y medio = $2,5 \cdot 10^{12}$ → Orden de magnitud: 12
c) 58 400 millones = $5,84 \cdot 10^{10}$ → Orden de magnitud: 10

18 **En las siguientes operaciones, aplica las propiedades correspondientes y expresa el resultado como potencia única:**

- a) $\left[(-5)^2\right]^3 \cdot (-5)^5 : (-5)^4$
b) $(6^3 \cdot 6^2)^2 : (6^4)^{-2}$

Solución:

- a) $\left[(-5)^2\right]^3 \cdot (-5)^5 : (-5)^4 = (-5)^6 \cdot (-5)^5 : (-5)^4 = (-5)^{6+5-4} = (-5)^7$
b) $(6^3 \cdot 6^2)^2 : (6^4)^{-2} = (6^5)^2 : 6^{-8} = 6^{10} : 6^{-8} = 6^{10-(-8)} = 6^{18}$

19 **Escribe en forma de potencia los siguientes radicales:**

- a) $\sqrt{7}$
b) $\sqrt[5]{2^4}$
c) $\sqrt[12]{3^7}$
d) $\sqrt[3]{4^{-2}}$

Solución:

a) $\sqrt{7} = 7^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt[5]{2^4} = 2^{\frac{4}{5}}$

c) $\sqrt[12]{3^7} = 3^{\frac{7}{12}}$

d) $\sqrt[3]{4^{-2}} = 4^{-\frac{2}{3}}$

- 20 **La edad de Marcos es 14 años. ¿Cuál es el cuadrado del doble de su edad dentro de 2 años? Expresa el resultado en forma de potencia.**

Solución:

La edad de Marcos dentro de 2 años será: $14 + 2 = 16 = 2^4$ años.

El doble de la edad dentro de 2 años será: $2 \cdot 2^4 = 2^5$ años.

Y el cuadrado de dicha edad es: $(2^5)^2 = 2^{10}$ años.

- 21 **Escribe en notación ordinaria los siguientes números.**

a) $3 \cdot 10^4$

b) $1,2 \cdot 10^7$

c) $2 \cdot 10^{-5}$

d) $0,25 \cdot 10^{-3}$

Solución:

a) $3 \cdot 10^4 = 30\,000$

b) $1,2 \cdot 10^7 = 12\,000\,000$

c) $2 \cdot 10^{-5} = 0,000\,02$

d) $0,25 \cdot 10^{-3} = 0,000\,25$

- 22 **España tiene una población de $36,6 \cdot 10^6$ habitantes y una superficie de $50,4 \cdot 10^4$ km². ¿Cuál será la densidad de la población española? (Densidad = hab / km²)**

Solución:

La densidad de la población española es :

$$(36,6 \cdot 10^6) : (50,4 \cdot 10^4) = (36,6 : 50,4) \cdot (10^6 : 10^4) = 0,726 \cdot 10^2 = 7,26 \cdot 10 \text{ hab/km}^2$$

23 Expresa las siguientes raíces como potencias:

- a) $\sqrt[3]{5^4}$
- b) $\sqrt{12^3}$
- c) $\sqrt[4]{7^2}$
- d) $\sqrt[7]{3^{21}}$

Solución:

- a) $\sqrt[3]{5^4} = 5^{\frac{4}{3}}$
- b) $\sqrt{12^3} = 12^{\frac{3}{2}}$
- c) $\sqrt[4]{7^2} = 7^{\frac{2}{4}} = 7^{\frac{1}{2}}$
- d) $\sqrt[7]{3^{21}} = 3^{\frac{21}{7}} = 3^3$

24 La masa de la Tierra es $5,98 \cdot 10^{24}$ kg. ¿Cuál sería la masa equivalente a 3 planetas iguales a la Tierra?

Solución:

3 planetas equivalentes a la Tierra tendrían una masa de:

$$3 \cdot (5,98 \cdot 10^{24}) = 17,94 \cdot 10^{24} = 1,794 \cdot 10^{25} \text{ kg}$$

25 Una fábrica produce 3 toneladas de hierro al día. ¿Cuántos kilos de hierro fabricará en 5 días? Expresa el resultado en notación científica.

Solución:

1 tonelada son 1000 kg.

3 toneladas son 3000 kg.

En cinco días fabricará:

$$3000 \cdot 5 = 15\,000 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ kilogramos.}$$

26 La masa de la tierra es $5,98 \cdot 10^{24}$ kg y la de la Luna $7,34 \cdot 10^{22}$ kg. ¿Cuántas Lunas se podrían formar con la masa de la Tierra?

Solución:

$$\frac{5,98 \cdot 10^{24}}{7,34 \cdot 10^{22}} = 0,815 \cdot 10^2 = 81,5 \text{ Lunas.}$$

27 Escribe como potencia única:

- a) $(-7)^{-2} \cdot (-7)^3 \cdot (-7)^0$
- b) $8^3 \cdot (-2)^3$
- c) $(-3)^{-2} : (-3)^3$

Solución:

- a) $(-7)^{-2} \cdot (-7)^3 \cdot (-7)^0 = (-7)^{-2+3+0} = (-7)$
b) $8^3 \cdot (-2)^3 = [8 \cdot (-2)]^3 = (-16)^3 = (-2^4)^3 = -2^{12}$
c) $(-3)^{-2} : (-3)^3 = (-3)^{-2-3} = (-3)^{-5}$

28 **Escribe en forma de raíz las siguientes potencias de exponente fraccionario:**

- a) $4^{\frac{3}{5}}$
b) $3^{\frac{5}{2}}$
c) $9^{\frac{1}{4}}$
d) $2^{\frac{5}{6}}$

Solución:

- a) $4^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{4^3}$
b) $3^{\frac{5}{2}} = \sqrt{3^5}$
c) $9^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{9}$
d) $2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5}$

29 **¿Cuál es el cubo del cociente que resulta de dividir 128 entre 32? Expresa las operaciones y el resultado en forma de potencia.**

Solución:

$$128 = 2^7$$
$$32 = 2^5$$
$$2^7 : 2^5 = 2^2$$

El cubo del cociente es:

$$(2^2)^3 = 2^6$$

30 **Expresa el resultado como potencia única:**

- a) $25^{-3} \cdot 5^{-6} \cdot 125$
b) $81^{-2} \cdot 3^{-7}$
c) $16 \cdot 8^{-2} \cdot 2^2$

Solución:

- a) $25^{-3} \cdot 5^{-6} \cdot 125 = (5^2)^{-3} \cdot 5^{-6} \cdot 5^3 = 5^{-9}$
b) $81^{-2} \cdot 3^{-7} = (3^4)^{-2} \cdot 3^{-7} = 3^{-15}$
c) $16 \cdot 8^{-2} \cdot 2^2 = 2^4 \cdot (2^3)^{-2} \cdot 2^2 = 2^0 = 1$

31 Realiza las siguientes operaciones:

- a) $2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^3$
b) $2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^3$
c) $(5 \cdot 10^4) : (2 \cdot 10^{-2})$

Solución:

- a) $2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^3 = 24 \cdot 10^2 = 2,4 \cdot 10^3$
b) $2,2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 3,3 \cdot 10^{-9}$
c) $(5 \cdot 10^4) : (2 \cdot 10^{-2}) = 2,5 \cdot 10^6$

32 Utiliza las propiedades adecuadas para expresar el resultado de la siguiente operación como una única potencia:

$$\frac{4^2 \cdot 8^{-5}}{32^{-1} \cdot 16^2}$$

Solución:

$$\frac{4^2 \cdot 8^{-5}}{32^{-1} \cdot 16^2} = \frac{(2^2)^2 \cdot (2^3)^{-5}}{(2^5)^{-1} \cdot (2^4)^2} = \frac{2^4 \cdot 2^{-15}}{2^{-5} \cdot 2^8} = \frac{2^{-11}}{2^3} = 2^{-14}$$

33 Dividimos la mitad de un hoja por la mitad y ésta a su vez por la mitad y así sucesivamente se realiza el proceso 8 veces. ¿Qué fracción del total de la hoja quedaría después de la última división? Expresa el resultado en forma de potencia.

Solución:

Después de la primera división queda: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ de la hoja.

Después de la segunda división queda: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ de la hoja.

Por tanto, después de la octava división quedará: $\left(\frac{1}{2}\right)^9$

34 Escribe primero en notación científica y calcula el resultado de:

$$\frac{(9 \cdot 10^{-4}) \cdot 0,0000003}{3000 \cdot (3 \cdot 10^{-8})}$$

Solución:

$$\frac{(9 \cdot 10^{-4}) \cdot 0,0000003}{3000 \cdot (3 \cdot 10^{-8})} = \frac{(9 \cdot 10^{-4}) \cdot (3 \cdot 10^{-7})}{(3 \cdot 10^3) \cdot (3 \cdot 10^{-8})} = \frac{27 \cdot 10^{-11}}{9 \cdot 10^{-5}} = 3 \cdot 10^{-6}$$

35 Un estadio de fútbol tiene 648 filas de 144 asientos cada una. ¿Cuántos espectadores podrán estar sentados en el estadio? Expresa el resultado en forma de potencia.

Solución:

El número de filas se podría expresar como: $648 = 2^3 \cdot 3^4$.

Y el número de asientos por fila como: $144 = 2^4 \cdot 3^2$.

Por tanto, el número total es: $2^3 \cdot 3^4 \cdot 2^4 \cdot 3^2 = 2^7 \cdot 3^6$ asientos.

36 Escribe en forma radical las siguientes potencias:

a) $2^{-\frac{1}{2}}$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{5}}$

c) $(-27)^{\frac{2}{3}}$

d) $(-8)^{-\frac{1}{5}}$

Solución:

a) $2^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{2^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = \sqrt[5]{\frac{1}{3^3}}$

c) $(-27)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-27)^2} = \sqrt[3]{(-3)^6}$

d) $(-8)^{-\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{(-8)^{-1}} = \sqrt[5]{\frac{1}{(-2)^3}}$

37 Expresa el resultado de las siguientes operaciones en forma de potencia:

a) $[(-3)^5 \cdot 9]^2 : (-3)^3$

b) $\frac{12^2 \cdot 3^{-5}}{9 \cdot 6^4}$

Solución:

$$a) [(-3)^5 \cdot 9]^2 : (-3)^3 = [(-3)^5 \cdot (-3)^2]^2 : (-3)^3 = (-3)^{14} : (-3)^3 = (-3)^{11}$$

$$b) \frac{12^2 \cdot 3^{-5}}{9 \cdot 6^4} = \frac{(2^2 \cdot 3)^2 \cdot 3^{-5}}{3^2 \cdot (2 \cdot 3)^4} = \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 3^{-5}}{3^2 \cdot 2^4 \cdot 3^4} = 3^{-9}$$

- 38 **Un microscopio permite observar un objeto a un tamaño $2,5 \cdot 10^4$ veces más grande que el auténtico. ¿A qué tamaño se verá una partícula de polvo que mide $5 \cdot 10^{-5}$ metros?**

Solución:

A través del microscopio la partícula tendrá un tamaño de:

$$(5 \cdot 10^{-5}) \cdot (2,5 \cdot 10^4) = 5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 = 12,5 \cdot 10^{-1} = 1,25 \text{ metros.}$$

- 39 **Calcula las siguientes potencias de exponente fraccionario:**

a) $8^{\frac{2}{3}}$

b) $27^{\frac{4}{3}}$

c) $32^{\frac{2}{5}}$

d) $81^{\frac{3}{4}}$

Solución:

$$a) 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$$

$$b) 27^{\frac{4}{3}} = (3^3)^{\frac{4}{3}} = 3^{\frac{12}{3}} = 3^4 = 81$$

$$c) 32^{\frac{2}{5}} = (2^5)^{\frac{2}{5}} = 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$$

$$d) 81^{\frac{3}{4}} = (3^4)^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{12}{4}} = 3^3 = 27$$

- 40 **Expresa las siguientes fracciones en forma potencia:**

a) $\frac{1}{7^2}$

b) $\frac{2}{9^{-3}}$

c) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{7^{-1}}{9^{-1}}$

Solución:

$$a) \frac{1}{7^2} = 7^{-2}$$

$$b) \frac{2}{9^{-3}} = 2 \cdot 9^3$$

$$c) \frac{3}{8} = \frac{3}{2^3} = 3 \cdot 2^{-3}$$

$$d) \frac{7^{-1}}{9^{-1}} = 7^{-1} \cdot (3^2)^1 = 7^{-1} \cdot 3^2$$