

11 $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando dos veces el método de reducción para despejar cada una de las incógnitas:

$$\text{a) } \begin{cases} 13x - 8y = 15 \\ 7x - 14y = 9 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 9x - 13y = 54 \\ 11x - 7y = 22 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 13x - 8y = 15 \\ 7x - 14y = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 91x - 56y = 105 \\ -91x + 182y = -117 \end{cases} \rightarrow 126y = -12 \rightarrow y = \frac{-2}{21}$$

$$\begin{cases} 182x - 112y = 210 \\ -56x + 112y = -72 \end{cases} \rightarrow 126x = 138 \rightarrow x = \frac{23}{21}$$

$$\text{Solución: } x = \frac{23}{21}, y = \frac{-2}{21}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 9x - 13y = 54 \\ 11x - 7y = 22 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 99x - 143y = 594 \\ -99x + 63y = -198 \end{cases} \rightarrow -80y = 396 \rightarrow y = -\frac{99}{20}$$

$$\begin{cases} 63x - 91y = 378 \\ -143x + 91y = -286 \end{cases} \rightarrow -80x = 92 \rightarrow x = -\frac{23}{20}$$

$$\text{Solución: } x = \frac{23}{20}, y = -\frac{99}{20}$$

12 $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Observa las ecuaciones que forman los siguientes sistemas y di cuál de ellos tiene una única solución, cuál no tiene solución y cuál tiene infinitas soluciones. Compruébalo representando las rectas que los forman:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases}$$

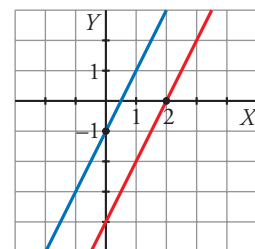
$$\text{a) } \left. \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases} \right\} \text{ No tiene solución}$$

$$2x - y = 1$$

$$4x - 2y = 8 \rightarrow 2x - y = 4$$

x	0	2
y	-1	3

x	0	2
y	-4	0



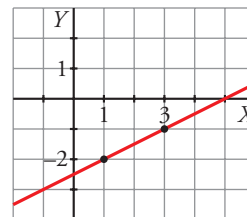
$$b) \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases} \text{ Tiene infinitas soluciones}$$

$$x - 2y = 5$$

$$2x - 4y = 10 \rightarrow x - 2y = 5$$

x	1	3
y	-2	-1

Es la misma recta



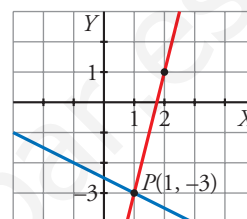
$$c) \begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \text{ Tiene una solución, } x = 1, y = -3.$$

$$5x + 2y = -1$$

$$4x - y = 7$$

x	1	-1
y	-3	-2

x	1	2
y	-3	1



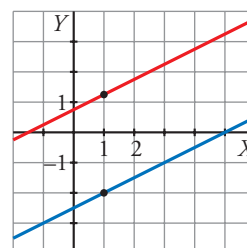
$$d) \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases} \text{ No tiene solución}$$

$$x - 2y = 5$$

$$2x - 4y = -3$$

x	1	-1
y	-2	-3

x	1	3
y	5/4	9/4



13 $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Resuelve los siguientes sistemas. Indica si alguno de ellos es incompatible o indeterminado.

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3,25x - 2,5y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 0,2x - 1,7y = 6,1 \\ 1,23x + 0,8y = 3,75 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3(x - 1) + y = 0 \\ 3(x + 1) + y = -5 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3,25x - 2,5y = 8 \end{cases} \text{ Por reducción: } \begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ -6,5x + 5y = -16 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow -4,5x = -18 \rightarrow x = 4 \rightarrow 2 \cdot 4 - 5y = -2 \rightarrow 10 = 5y \rightarrow y = 2$$

Solución: $x = 4, y = 2$

$$b) \begin{cases} 0,2x - 1,7y = 6,1 \\ 1,23x + 0,8y = 3,75 \end{cases} \text{ Por sustitución: } y = \frac{6,1 - 0,2x}{1,7}$$

$$1,23x + 0,8 \left(\frac{6,1 - 0,2x}{1,7} \right) = 3,75 \rightarrow 1,23x + \frac{4,88 - 0,16x}{1,7} = 3,75 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2,091x + 4,88 - 0,16x = 6,375 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1,931x = 1,495 \rightarrow x = \frac{1,495}{1,931} = 0,77 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{6,1 - 0,2 \cdot 0,77}{1,7} = 3,5$$

Solución: $x = 0,77$, $y = 3,5$

$$c) \begin{cases} 3(x-1) + y = 0 \\ 3(x+1) + y = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-3+y=0 \\ 3x+3+y=-5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+y=3 \\ 3x+y=-8 \end{cases}$$

No tiene solución. Es incompatible.

$$d) \begin{cases} x+y=4-y \\ 3x-5=7-6y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y=4 \\ 3x+6y=12 \end{cases}$$

Tiene infinitas soluciones. Es indeterminado.

■ Aplica lo aprendido

14 ▽▽▽ Halla dos números tales que su suma sea 160, y su diferencia, 34.

Llamamos x e y a los números.

$$\begin{cases} x+y=160 \\ x-y=34 \end{cases} \rightarrow 2x=194 \rightarrow x=97 \rightarrow 97+y=160 \rightarrow y=63$$

Los números son 97 y 63.

15 ▽▽▽ Por dos bolígrafos y tres cuadernos he pagado 7,80 €; por cinco bolígrafos y cuatro cuadernos, pagué 13,20 €. ¿Cuál es el precio de un bolígrafo? ¿Y de un cuaderno?

x es el precio de un bolígrafo e y es el precio de un cuaderno.

$$\begin{cases} 2x+3y=7,80 \\ 5x+4y=13,2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=\frac{7,80-3y}{2} \\ 5\left(\frac{7,80-3y}{2}\right)+4y=13,2 \rightarrow 39-15y+8y=26,4 \rightarrow \\ \rightarrow -7y=-12,6 \rightarrow y=1,8 \text{ €} \rightarrow x=\frac{7,80-3 \cdot 1,8}{2}=1,2 \text{ €} \end{cases}$$

Un bolígrafo cuesta 1,2 €, y un cuaderno, 1,8 €.

16 ▽▽▽ Un librero ha vendido 45 libros, unos a 32 € y otros a 28 €. Obtuvo por la venta 1 368 €. ¿Cuántos libros vendió de cada clase?

x son los libros de 32 € e y son los de 28 €.

$$\begin{cases} x+y=45 \\ 32x+28y=1368 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=45-x \\ 32x+28(45-x)=1368 \rightarrow 32x+1260-28x=1368 \rightarrow \\ \rightarrow 4x=108 \rightarrow x=27 \rightarrow y=45-27=18 \end{cases}$$

Vendió 27 libros de 32 € y 18 libros de 28 €.

- 17** ▼▼▼ En un corral hay conejos y gallinas que hacen un total de 29 cabezas y 92 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

x es el número de gallinas, e y , el de conejos.

$$\begin{cases} x + y = 29 \\ 2x + 4y = 92 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 29 - x \\ 2x + 4(29 - x) = 92 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow 2x + 116 - 4x = 92 \rightarrow -2x = -24 \rightarrow \\ \rightarrow x = 12 \rightarrow y = 29 - 12 = 17$$

Hay 12 gallinas y 17 conejos.

- 18** ▼▼▼ Una cooperativa ha envasado 2 000 l de aceite en botellas de 1,5 l y 2 l. Si ha utilizado 1 100 botellas, ¿cuántas se han necesitado de cada clase?

x son las botellas de 1,5 l, e y , las de 2 l.

$$\begin{cases} x + y = 1\,100 \\ 1,5x + 2y = 2\,000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -2\,200 \\ 1,5x + 2y = 2\,000 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow -0,5x = -200 \rightarrow x = 400 \rightarrow y = 1\,100 - 400 = 700$$

Se han utilizado 400 botellas de 1,5 l y 700 de 2 l.

- 19** ▼▼▼ Halla dos números naturales tales que su suma sea 154, y su cociente, 8/3.

Llamamos x e y a los números.

$$\begin{cases} x + y = 154 \\ \frac{x}{y} = \frac{8}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 154 - x \\ 3x = 8y \end{cases} \rightarrow 3x = 8(154 - x) \rightarrow 3x = 1\,232 - 8x \rightarrow \\ \rightarrow 11x = 1\,232 \rightarrow x = 112 \rightarrow y = 154 - 112 = 42$$

Los números son 112 y 42.

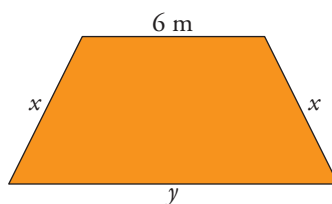
- 20** ▼▼▼ Un examen tipo test consta de 50 preguntas y hay que contestar a todas. Por cada acierto se obtiene un punto y por cada fallo se restan 0,5 puntos. Si mi nota ha sido 24,5, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos he tenido?

x es el número de aciertos, e y , el de fallos.

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x - 0,5y = 24,5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x - y = -50 \\ x - 0,5y = 24,5 \end{cases} \rightarrow -1,5y = -25,5 \rightarrow y = 17 \rightarrow x = 33$$

He tenido 33 aciertos y 17 fallos.

- 21** ▼▼▼ Si la base mayor es la suma de los lados oblicuos y el perímetro es 38 m, ¿cuánto mide cada lado?



$$\begin{cases} y = 2x \\ 6 + 2x + y = 38 \end{cases} \rightarrow 6 + 2x + 2x = 38 \rightarrow 4x = 32 \rightarrow x = 8 \text{ m} \rightarrow y = 16 \text{ m}$$

La base mayor mide 16 m, y los lados oblicuos, 8 m, respectivamente.

- 22** ▼▼▼ Los alumnos de un centro escolar son 420 entre ESO y Bachillerato. El 42% de ESO y el 52% de Bachillerato son chicas, lo que supone un total de 196 mujeres. Calcula cuántos estudiantes hay en ESO y cuántos en Bachillerato.

x es el número de alumnos de ESO e y los de Bachillerato.

$$\begin{cases} x + y = 420 \\ 0,42x + 0,52y = 196 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 420 - x \\ 0,42x + 0,52(420 - x) = 196 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,42x - 0,52x = 196 - 218,4 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,1x = 22,4 \rightarrow x = 224 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 420 - 224 = 196$$

Son 224 alumnos en la ESO y 196 en Bachillerato.

- 23** ▼▼▼ He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70 € entre los dos. La camiseta tenía un 18% de descuento, y el pantalón, un 22%. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?

La camiseta vale x ; con la rebaja del 18% pago $0,82x$. El pantalón vale y ; con la rebaja del 22% pago $0,78y$.

Por tanto:

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 0,82x + 0,78y = 55,72 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 70 - x \\ 0,82x + 0,78(70 - x) = 55,72 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,82x + 54,6 - 0,78x = 55,72 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,04x = 1,12 \rightarrow x = 28 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 70 - 28 = 42$$

La camiseta vale 28 €, y el pantalón, 42 €.

$$\text{Comprobación: } \begin{cases} 28 + 42 = 70 \\ 22,96 + 32,76 = 55,72 \end{cases}$$

Resuelve problemas

- 24** ▼▼▼ Halla dos números naturales que suman 140 y tales que al dividir el mayor entre el menor obtenemos 2 de cociente y 14 de resto.

☞ Recuerda: $\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto}$.

Los números son x e y .

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ x = 2y + 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y + 14 + y = 140 \\ x = 2 \cdot 42 + 14 = 98 \end{cases} \rightarrow 3y = 126 \rightarrow y = 42$$

98 y 42 son los números buscados.

- 25** ▼▼▼ La suma de las edades de una madre y su hijo es 56 años. Hace 10 años, la edad de la madre era el quintuple de la edad que tenía el hijo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

	HOY	HACE 10 AÑOS
MADRE	x	$x - 10$
HIJO	y	$y - 10$
	56	$x - 10 = 5(y - 10)$

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ x - 10 = 5(y - 10) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 56 \\ x - 10 = 5y - 50 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 56 - x \\ x - 10 = 5(56 - x) - 50 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow x - 10 = 280 - 5x - 50 \rightarrow 6x = 240 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 40 \rightarrow y = 56 - 40 = 16$$

La madre tiene 40 años, y el hijo, 16 años.

- 26** ▼▼▼ Hace tres años, la edad de Nuria era el doble de la de su hermana Marta. Dentro de 7 años, será los $\frac{4}{3}$ de la que entonces tenga Marta. Calcula la edad actual de cada una.

	HOY	HACE 3 AÑOS	DENTRO DE 7 AÑOS
NURIA	x	$x - 3$	$x + 7$
MARTA	y	$y - 3$	$y + 7$

$$\begin{cases} x - 3 = 2(y - 3) \\ x + 7 = \frac{4}{3}(y + 7) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 3 = 2y - 6 \\ 3x + 21 = 4y + 28 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ 3(2y - 3) - 4y = 7 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 6y - 9 - 4y = 7 \rightarrow 2y = 16 \rightarrow y = 8 \rightarrow x = 13$$

Nuria tiene 13 años, y Marta, 8 años.

- 27** ▼▼▼ He cambiado un montón de monedas de 20 céntimos por monedas de 1 €, de manera que ahora tengo 24 monedas menos que antes. ¿Cuántas monedas de 20 céntimos tenía?

Tengo x monedas de 0,20 €. El número de monedas de 1 € es y .

$$\begin{cases} x \cdot 0,2 = y \\ y = x - 24 \end{cases} \rightarrow 0,2x = x - 24 \rightarrow 24 = 0,8x \rightarrow x = 30 \rightarrow y = 30 - 24 = 6$$

Tenía 30 monedas de 0,2 € y las he cambiado por 6 monedas de 1 €.