

10 Funciones lineales y cuadráticas

ACTIVIDADES INICIALES

10.I. Un espectador dice:

–Creo que el *snowboarder* alcanza el punto más alto justo a mitad de camino entre el punto de despegue y el de aterrizaje.

Otro espectador contesta:

–Eso depende de la altura de los dos puntos.

¿Tú qué piensas? Razona tu opinión y débátela con tus compañeros.

Actividad abierta

10.II. Si te fijas en la foto, la rampa de salto no es horizontal. ¿Por qué crees que tiene esa inclinación? ¿Cómo la elegirías tú para que el *snowboarder* llegase lo más lejos posible?

Actividad abierta

10.III. Juntaos por grupos y haced una lista de situaciones cotidianas en las que aparezca la parábola. Después ponedla en común.

Actividad abierta

ACTIVIDADES PROPUESTAS

10.1. Actividad resuelta

10.2. Indica cuáles de las siguientes funciones son de proporcionalidad directa.

a) $y = -5x$

d) $y = 0,3x$

b) $y = 0,04 + 23x$

e) $y = -2x^2$

c) $y = 1 - x^2$

f) $y = -0,5x + 2$

Son de proporcionalidad directa las funciones a y d.

10.3. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de la función $y = x - \frac{3x}{7}$?

$$y = x - \frac{3x}{7} = \left(1 - \frac{3}{7}\right)x = \frac{4}{7}x. \text{ La constante de proporcionalidad es } \frac{4}{7}.$$

10.4. Expresa cada una de estas funciones mediante una ecuación e indica cuál o cuáles son de proporcionalidad directa.

- a) A cada número real le corresponde su doble.
- b) A cada número real le corresponde su doble más cinco.
- c) A cada número real le corresponde su cuadrado más cinco.

a) $y = 2x$ b) $y = 2x + 5$ c) $y = x^2 + 5$

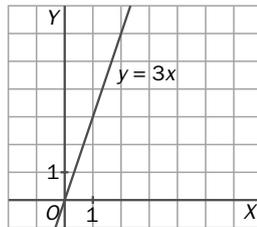
Solo a) es de proporcionalidad directa.

10.5. Actividad resuelta

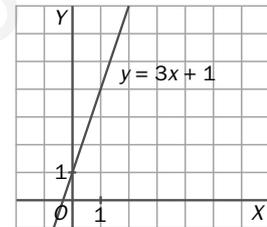
10.6. (TIC) Indica la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones lineales. Representálas

- a) $y = 3x$ c) $y = -1$ e) $y = \frac{1}{2}x + 3$
- b) $y = -\frac{2-x}{3}$ d) $y = 3x + 1$ f) $y = -5x + 2$

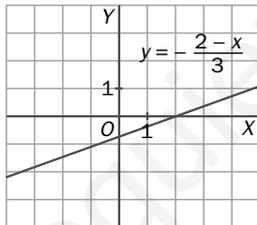
a) $m = 3, n = 0$



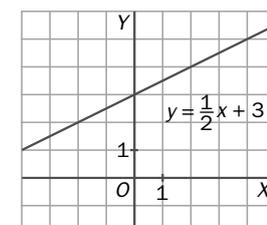
d) $m = 3, n = 1$



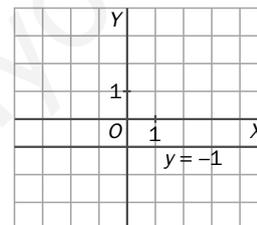
b) $m = \frac{1}{3}, n = -\frac{2}{3}$



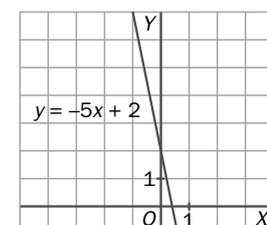
e) $m = \frac{1}{2}, n = 3$



c) $m = 0, n = -1$



f) $m = -5, n = 2$



10.7. Halla la ecuación de la función lineal que pasa por el punto A(2, 9) y tiene pendiente -3.

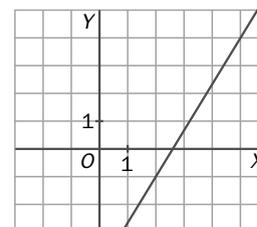
$m = -3 \rightarrow y = -3x + n$

Si pasa por A(2, 9), entonces: $9 = -3 \cdot 2 + n \rightarrow n = 15, y = -3x + 15$.

10.8. Determina y representa la ecuación de la función lineal que pasa por los puntos A(2, -1) y B(5, 4). ¿Cuál es su pendiente?

$$\left. \begin{array}{l} -1 = 2 \cdot m + n \\ 4 = 5 \cdot m + n \end{array} \right\} m = \frac{5}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

La ecuación es: $y = \frac{5}{3}x - \frac{13}{3}$.



10.9. Indica si están alineados los puntos $P(1, 1)$, $Q(2, 3)$ y $R(-1, -3)$.

Gráficamente, para ver si estos tres puntos están alineados, se dibujan en el plano y se observa si existe una recta que pase por ellos.

Analíticamente, la ecuación de una recta es $y = mx + n$. Si el punto P pertenece a la recta, entonces $1 = m + n$. Si el punto Q pertenece a la recta, se tiene que $3 = 2m + n$. Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtiene que $n = -1$ y $m = 2$, luego la recta es $y = 2x - 1$. Como el punto R cumple la ecuación de la recta, entonces también pertenece a ella. Por tanto, los tres puntos están alineados.

10.10. Actividad interactiva

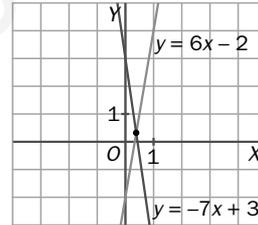
10.11. Escribe la ecuación de dos rectas paralelas a cada una de estas funciones lineales.

- a) $y = 2x - 3$ b) $y = 3x$ c) $y = -x + 1$ d) $y = -5x + 7$
 a) $y = 2x$; $y = 2x + 3$ c) $y = -x + 2$; $y = -x - 7$
 b) $y = 3x + 1$; $y = 3x + 10$ d) $y = -5x$; $y = -5x + 4$

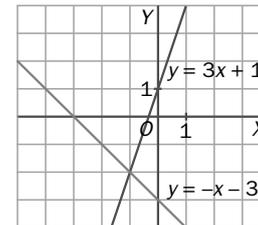
10.12. (TIC) Halla gráfica y numéricamente el punto de intersección de las rectas:

- a) $y = -7x + 3$, $y = 6x - 2$ b) $y = -x - 3$, $y = 3x + 1$

a) El punto de intersección de las rectas es $\left(\frac{5}{13}, \frac{4}{13}\right)$.



b) El punto de intersección de las rectas es $(-1, -2)$.



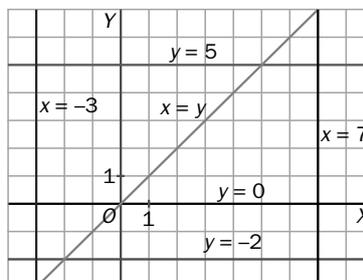
10.13. ¿Cuánto debe valer k para que la recta $y = 2kx - 3$ sea paralela a $y = (k + 1)x + 2$?

Para que dos rectas sean paralelas, han de tener la misma pendiente, esto es, $2k = k + 1 \Rightarrow k = 1$.

10.14. (TIC) Señala si las siguientes rectas son horizontales o verticales y represéntalas.

- a) $y = 5$ b) $x = -3$ c) $y = -2$ d) $y = 0$ e) $x = 7$ f) $x = y$

- a) Horizontal c) Horizontal e) Vertical
 b) Vertical d) Horizontal f) Ni horizontal, ni vertical



10.15. Actividad interactiva

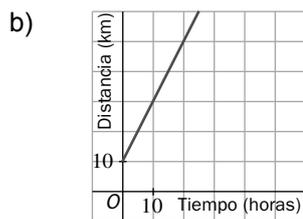
10.16. Actividad resuelta

10.17. Un ciclista parte del kilómetro 10 de una carretera a una velocidad constante de 20 kilómetros por hora.

a) Halla la expresión algebraica de la función que relaciona el punto kilométrico en que se encuentra el ciclista con el tiempo transcurrido desde el inicio.

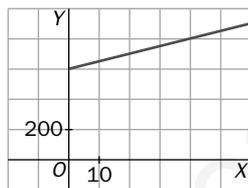
b) Representa la función.

a) $y = 20x + 10$, donde y es el punto kilométrico de la carretera, y x , el tiempo transcurrido, en horas.

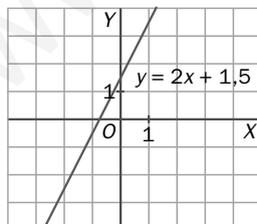


10.18. Se ha realizado una campaña de vacunación en una región. Los gastos de distribución son 600 euros y los de vacunación, 5 euros por cada vacuna administrada. Determina la expresión matemática de esta función y represéntala.

$y = 5x + 600$, donde y es el dinero que se gasta en la campaña, y x , el número de vacunas puestas.



10.19. El precio en euros que hay que pagar por un viaje en taxi de x kilómetros viene dado por la expresión $y = 2x + 1,5$. Representa la función e interpreta el valor 1,5.

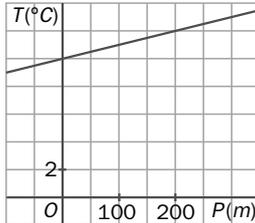


El valor 1,5 es la bajada de bandera.

- 10.20. Cuando un espeleólogo se adentra en una cueva, la temperatura aumenta 1 grado cada 100 metros de profundidad. La temperatura en la superficie es de 10 grados.
- a) Halla y representa la función que relaciona la temperatura con la profundidad.
 b) La exploración de la cueva de Krubera-Voronya alcanzó una profundidad de 2 kilómetros. Si en la superficie la temperatura era de 25° C, ¿qué temperatura habrá en el fondo de la cueva?

a) $T = \frac{1}{100}P + 10$

b) $T = \frac{1}{100}P + 25 = \frac{1}{100}2000 + 25 = 45^\circ\text{C}$



10.21. Actividad resuelta

10.22. Indica cuáles de estas funciones son cuadráticas.

- a) $y = 3x^2$ b) $y = -2x + 3$ c) $y = 5 + x^2$

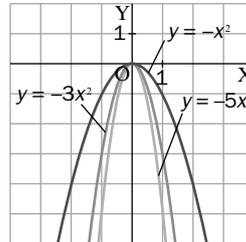
Son cuadráticas a y c.

10.23. Dadas las funciones:

- $y = -x^2$ $y = -3x^2$ $y = -5x^2$

- a) Construye una tabla de valores para cada una
 b) Representálas en un mismo gráfico.

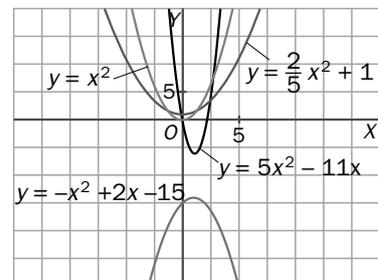
x	$y = -x^2$	$y = -3x^2$	$y = -5x^2$
-2	-4	-12	-20
-1	-1	-3	-5
0	0	0	0
1	-1	-3	-5
2	-4	-12	-20



10.24. Ordena las siguientes funciones cuadráticas de mayor a menor apertura de la parábola.

- a) $y = \frac{2}{5}x^2 + 1$ b) $y = x^2$ c) $y = -x^2 + 2x - 15$ d) $y = 5x^2 - 11x$

Cuanto menor sea el coeficiente en valor absoluto, mayor será la apertura de la parábola; por tanto, la parábola $y = \frac{2}{5}x^2 + 1$ es la que tendrá mayor apertura; después serán las parábolas $y = -x^2 + 2x - 15$ y $y = x^2$, que tienen la misma, y por último, la parábola $y = 5x^2 - 11x$.



10.25. Actividad resuelta

10.26. Dada la función $y = -2x^2 + 8x - 1$:

a) ¿Cuál es la abscisa de su vértice? b) ¿Cuál es la ecuación de su eje?

a) $x_v = 2$

b) $x = 2$

10.27. Representa estas funciones cuadráticas y estudia las gráficas que obtengas.

a) $y = 2x^2 - 4x - 6$ b) $y = -x^2 - 6x + 27$ c) $y = 2x^2 - 6$ d) $y = x^2 - 5x$

a) Abierta hacia arriba, $a > 0$

Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = -6 \rightarrow (0, -6)$

Hallamos el vértice de la parábola: $-6 = 2x^2 - 4x - 6 \rightarrow$

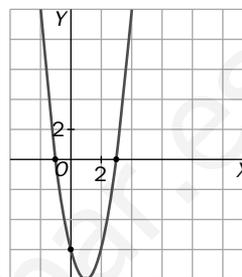
$x = 0$ o $x = 2$.

El vértice está en $x = 1, y = -8 \rightarrow V(1, -8)$.

Puntos de corte con el eje X:

$y = 0 \rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases} \rightarrow (3, 0), (-1, 0)$



b) Abierta hacia abajo, $a < 0$

Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = 27 \rightarrow (0, 27)$

Hallamos el vértice de la parábola: $27 = -x^2 - 6x + 27 \rightarrow$

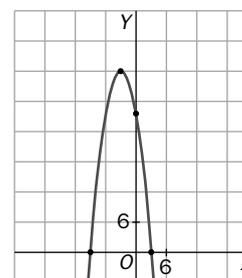
$x = 0$ o $x = -6$.

El vértice está en $x = -3, y = 36 \rightarrow V(-3, 36)$.

Puntos de corte con el eje X:

$y = 0 \rightarrow -x^2 - 6x + 27 = 0$

$\rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36+108}}{-2} = \frac{6 \pm 12}{-2} = \begin{cases} -9 \\ 3 \end{cases} \rightarrow (-9, 0), (3, 0)$



c) Abierta hacia arriba, $a > 0$

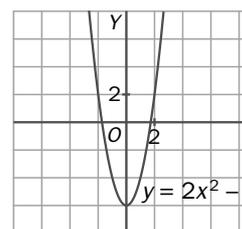
Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = -6 \rightarrow (0, -6)$

Hallamos el vértice de la parábola: $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{4} = 0$

El vértice es $V(0, -6)$.

Puntos de corte con el eje X:

$y = 0 \rightarrow 2x^2 - 6 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{3} \rightarrow (\sqrt{3}, 0), (-\sqrt{3}, 0)$



d) Abierta hacia arriba, $a > 0$

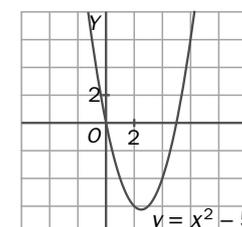
Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0, 0)$

Hallamos el vértice de la parábola: $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} = 2,5$.

El vértice es $V(2,5; 6,25)$.

Puntos de corte con el eje X:

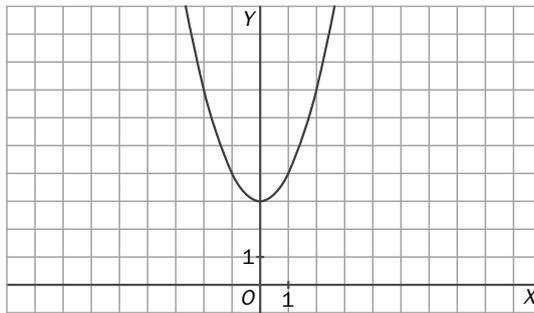
$y = 0 \rightarrow x(x - 5) = 0 \rightarrow x = 0$ o $x = 5 \rightarrow (0, 0), (5, 0)$



10.28. Actividad interactiva

10.29. Halla la ecuación de la siguiente parábola.

La ecuación de la parábola es $y = x^2 + 3$.



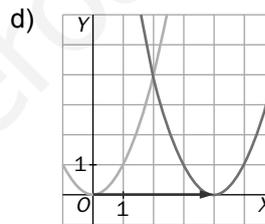
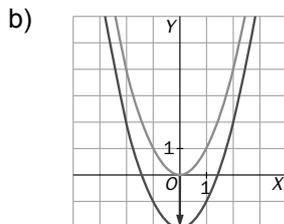
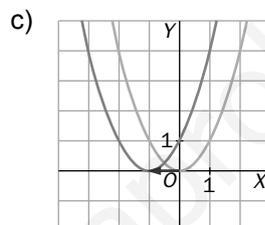
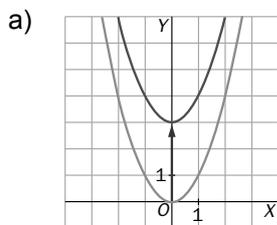
10.30. Representa por traslación estas funciones.

a) $y = x^2 + 3$

b) $y = x^2 - 2$

c) $y = (x + 1)^2$

d) $y = (x - 4)^2$



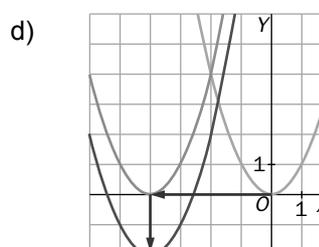
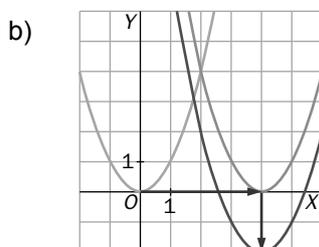
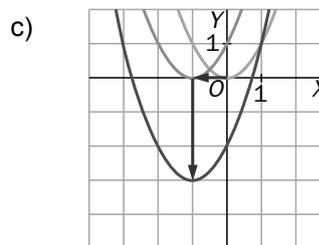
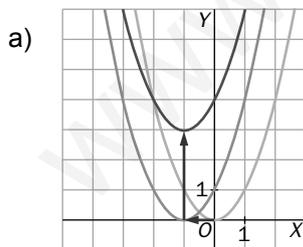
10.31. Representa por traslación estas funciones.

a) $y = (x + 1)^2 + 3$

b) $y = (x - 4)^2 - 2$

c) $y = (x + 1)^2 - 3$

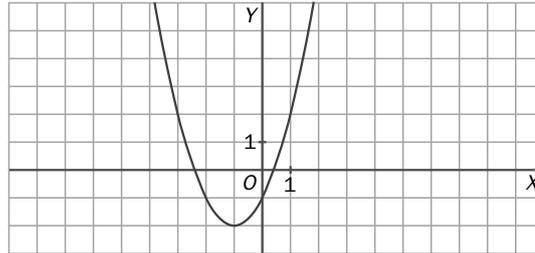
d) $y = (x + 4)^2 - 2$



10.32. ¿Cuál es la función resultante de trasladar la parábola $y = 2x^2 + 2$ tres unidades hacia arriba y dos hacia la izquierda?

$$y = 2(x+2)^2 + 5$$

10.33. Halla a y b para que la siguiente gráfica corresponda a la función $y = (x - a)^2 + b$.



$a = -1$, y $b = -2$, luego la función quedaría $y = (x + 1)^2 - 2$.

EJERCICIOS

Representación de funciones lineales. Pendiente y ordenada en el origen

10.34. Una función viene dada por la siguiente tabla.

x	0	1	2	3	...
y	10	13	16	19	...

Expresa la función mediante una fórmula, utilizando como ayuda esta otra tabla.

x	0	1	2	3
y	10	10 + 3	10 + 6	10 + 9
	10	10 + 3 · 1	10 + 3 · 2	10 + 3 · 3

Luego la expresión algebraica es: $y = 10 + 3x$.

10.35. Relaciona cada tabla con su ecuación correspondiente.

x	5	-10
y	2	-1

x	4	8
y	-5	-8

x	5	-3
y	-1	1

$$y = \frac{-x + 1}{4}$$

$$y = 0,2x + 1$$

$$y = \frac{-3x}{4} - 2$$

10.36. Indica cuáles de las siguientes ecuaciones corresponden a funciones lineales. En los casos que sí lo sean, halla la pendiente y la ordenada en el origen.

a) $y = \frac{8x-3}{5}$

c) $y = x^2 + x - 3$

e) $y = -\frac{5}{7}x + 6$

b) $y = -\frac{x}{9} + \frac{3}{4}$

d) $y = \frac{5}{x} - 1$

f) $y = \frac{1}{3}x - 2$

a) Lineal. $m = \frac{8}{5}, n = -\frac{3}{5}$

c) No lineal

e) Lineal. $m = -\frac{5}{7}, n = 6$

b) Lineal. $m = -\frac{1}{9}, n = \frac{3}{4}$

d) No lineal

f) Lineal. $m = \frac{1}{3}, n = -2$

10.37. ¿Cuáles de estas relaciones son funciones lineales? Exprésalas matemáticamente

a) A cada número se le hace corresponder el triple del siguiente.

b) A cada número real se le hace corresponder el mismo menos el 10 % de su mitad.

c) A cada número real se le hace corresponder el producto de su anterior por su posterior.

a) $y = 3(x+1) = 3x + 3$

b) $y = x - \frac{10}{100} \frac{x}{2} = x - \frac{1}{20}x = \frac{19}{20}x$

c) $y = (x-1) \cdot (x+1) = x^2 - 1$

Son lineales a y b.

10.38. Halla la ecuación de la función lineal que pasa por los siguientes pares de puntos:

a) $(-5, 3)$ y $(-1, -1)$

c) $(4, 1)$ y $(1, 4)$

e) $(1, -3)$ y $(-1, -3)$

g) $(4, 2)$ y $(4, 4)$

b) $(0, 0)$ y $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$

d) $(2, -1)$ y $(-3, -3)$

f) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ y $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

h) $(0, -3)$ y $(0, 0)$

a) $y = mx + n$. Pasa por $(-5, 3) \rightarrow 3 = -5m + n$ y por $(-1, -1)$

$\rightarrow -1 = -m + n \Rightarrow m = -1, n = -2 \Rightarrow y = -x - 2$.

b) $y = mx + n$. Pasa por $(0, 0) \rightarrow 0 = n$ y por $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$

$\rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{1}{3}m + n \Rightarrow m = -\frac{3}{4}, n = 0 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x$.

c) $y = mx + n$. Pasa por $(4, 1) \rightarrow 1 = 4m + n$ y por $(1, 4) \rightarrow 4 = m + n \Rightarrow m = -1, n = 5 \Rightarrow y = -x + 5$.

d) $y = mx + n$. Pasa por $(2, -1) \rightarrow -1 = 2m + n$ y por $(-3, -3)$

$\rightarrow -3 = -3m + n \Rightarrow m = \frac{2}{5}, n = -\frac{9}{5} \Rightarrow y = \frac{2}{5}x - \frac{9}{5}$.

e) $y = mx + n$. Pasa por $(1, -3) \rightarrow -3 = m + n$ y por $(-1, -3)$

$$\rightarrow -3 = -m + n \Rightarrow m = 0, n = -3 \Rightarrow y = -3.$$

f) $y = mx + n$. Pasa por $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) \rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{3}{2}m + n$ y por $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

$$\rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4}m + n \Rightarrow m = -\frac{3}{5}, n = \frac{2}{5} \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x + \frac{2}{5}.$$

g) La recta que pasa por esos dos puntos es $x = 4$, que no es una función lineal.

h) La recta que pasa por esos dos puntos es $x = 0$, que no es una función lineal.

10.39. En cada caso, halla la ecuación de la función lineal que pasa por el punto P y tiene pendiente m :

a) $P(2, 3)$ y $m = -2$

c) $P(-3, 3)$ y $m = 0$

e) $P(-2, -2)$ y $m = \frac{1}{2}$

b) $P\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{5}\right)$ y $m = -1$

d) $P(1, 4)$ y $m = 3$

f) $P(0, 0)$ y $m = -1$

a) $y = mx + n$. Como $m = -2 \rightarrow y = -2x + n$, sustituyendo las coordenadas del punto $3 = -4 + n \rightarrow n = 7 \Rightarrow y = -2x + 7$.

b) $y = mx + n$. Como $m = -1 \rightarrow y = -x + n$, sustituyendo las coordenadas del punto $-\frac{2}{5} = -\frac{1}{3} + n \rightarrow n = -\frac{1}{15} \Rightarrow y = -x - \frac{1}{15}$.

c) $y = mx + n$. Como $m = 0 \rightarrow y = n$, sustituyendo las coordenadas del punto $3 = n \Rightarrow y = 3$.

d) $y = mx + n$. Como $m = 3 \rightarrow y = 3x + n$, sustituyendo las coordenadas del punto $4 = 3 + n \rightarrow n = 1 \Rightarrow y = 3x + 1$.

e) $y = mx + n$. Como $m = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}x + n$, sustituyendo las coordenadas del punto $-2 = -1 + n \rightarrow n = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 1$.

f) $y = mx + n$. Como $m = -1 \rightarrow y = -x + n$, sustituyendo las coordenadas del punto $n = 0 \Rightarrow y = -x$.

10.40. ¿Pertenece el punto $(2, 3)$ a la recta de ecuación $y = 2x - 1$? ¿Por qué?

$3 = 2 \cdot 2 - 1$. Sí, verifica la ecuación.

10.41. Determina el valor de m para que la recta $y = (2m - 1)x + 2$ pase por el punto $A(-3, 2)$.

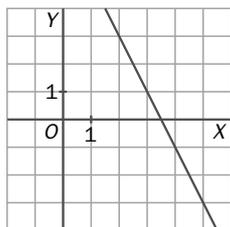
Sustituimos las coordenadas de $A(-3, 2)$ en la ecuación de la recta.

$$2 = (2m - 1) \cdot (-3) + 2 \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

10.42. Una función lineal pasa por los puntos (3, -3), (4, -3) y (-3, -3). Sin hallar su ecuación, ¿cuál es su pendiente? ¿Sobra algún dato?

$m = 0$, dibujando los puntos en el plano nos damos cuenta de que se trata de la recta $y = -3$. Sobraría un punto, ya que con dos podemos dibujar la recta.

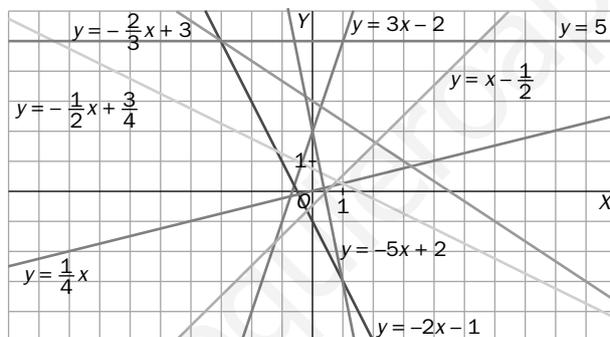
10.43. Sin hallar su ecuación, ¿cuál es la pendiente de la función lineal que pasa por (2, 3) y (5, -3)?



$$m = -\frac{6}{3} = -2$$

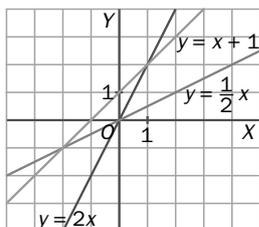
10.44. (TIC) Representa las siguientes funciones lineales.

- a) $y = 3x - 2$ c) $y = \frac{1}{4}x$ e) $y = -\frac{2}{3}x + 3$ g) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$
 b) $y = -2x - 1$ d) $y = -5x + 2$ f) $y = x - \frac{1}{2}$ h) $y = 5$

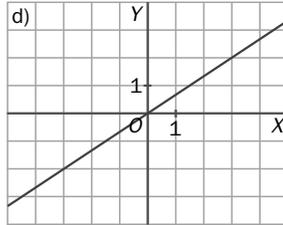
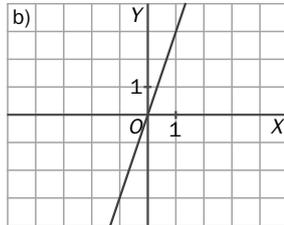
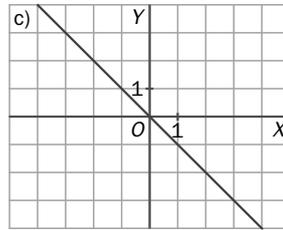
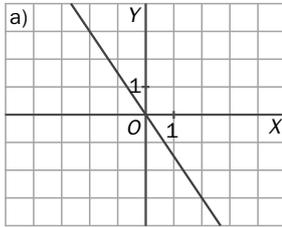


10.45. (TIC) Relaciona cada gráfica con su ecuación.

- a) $y = \frac{1}{2}x$ b) $y = 2x$ c) $y = x + 1$



10.46. (TIC) Halla las ecuaciones de las funciones correspondientes a las siguientes gráficas.



a) $y = -\frac{3}{2}x$

c) $y = -x$

b) $y = 3x$

d) $y = \frac{2}{3}x$

10.47. ¿Están alineados los puntos $(-1, 7)$, $(2, -5)$ y $(0, 3)$?

Hallamos la ecuación de la recta que pasa por dos de los puntos: $(-1, 7)$ y $(2, -5)$. Si el tercer punto, $(0, 3)$, pertenece a esa recta, es que sí están alineados.

$$\left. \begin{array}{l} -7 = m + n \\ -5 = 2m + n \end{array} \right\} m = -4, n = 3 \rightarrow y = -4x + 3$$

Si $x = 0 \rightarrow y = 3$. El punto $(0, 3)$ pertenece a esta recta. Sí, los tres puntos están alineados.

Rectas paralelas y secantes

10.48. De las siguientes rectas dadas por sus ecuaciones, indica cuáles son paralelas.

- a) $y = 2x - 3$ b) $y = -3x + 1$ c) $y = 5x + 2$ d) $y = 2x + 5$

Las rectas $y = 2x - 3$ e $y = 2x + 5$ son paralelas al tener la misma pendiente.

10.49. Indica si estas rectas son secantes o paralelas, y en el primer caso, halla su punto de intersección:

- a) $y = -4x - 6$ b) $y = 5x + 3$ c) $y = 15 - 4x$ d) $y = -5x + 3$

Las rectas $y = -4x - 6$ e $y = 5x + 3$ se cortan en el punto $(-1, -2)$.

Las rectas $y = -4x - 6$ e $y = 15 - 4x$ son paralelas.

Las rectas $y = -4x - 6$ e $y = -5x + 3$ se cortan en el punto $(9, -42)$.

Las rectas $y = 5x + 3$ e $y = 15 - 4x$ se cortan en el punto $\left(\frac{4}{3}, \frac{29}{3}\right)$.

Las rectas $y = 5x + 3$ e $y = -5x + 3$ se cortan en el punto $(0, 3)$.

Las rectas $y = 15 - 4x$ e $y = -5x + 3$ se cortan en el punto $(-12, 63)$.

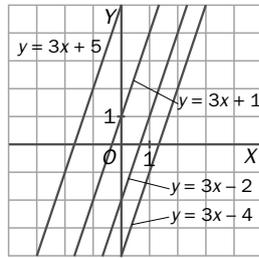
10.50. Representa en los mismos ejes cuatro rectas paralelas con pendiente 3 y las siguientes ordenadas en el origen.

a) $n = -4$

b) $n = 1$

c) $n = -2$

d) $n = 5$



10.51.(TIC) ¿Cuál de las siguientes rectas no es paralela a las otras? ¿Cuál es su punto de corte con ellas?

a) $y = \frac{-3x+1}{6}$

b) $x + 2y - 3 = 0$

c) $y = \frac{-x}{2}$

d) $y = \frac{1}{2}x + 6$

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente.

a) $m = -\frac{1}{2}$

b) $y = \frac{-x+3}{2} \rightarrow m = -\frac{1}{2}$

c) $m = -\frac{1}{2}$

d) $m = \frac{1}{2}$, no es paralela a las otras. El punto de corte con la recta $y = \frac{-3x+1}{6}$ es $(-\frac{35}{6}, \frac{37}{12})$, con la recta $x + 2y - 3 = 0$ es $(-\frac{9}{2}, \frac{15}{4})$ y con la recta $y = \frac{-x}{2}$ es $(-6, 3)$.

10.52. Escribe la ecuación de la función lineal paralela a $y = -7x + 1$, y que tiene la misma ordenada en el origen que $y = 4x - \frac{1}{3}$.

Paralela a $y = -7x + 1 \rightarrow m = -7$

Misma ordenada en el origen que $y = 4x - \frac{1}{3} \rightarrow n = -\frac{1}{3}$ } $y = -7x - \frac{1}{3}$

10.53. Observa las dos tablas.

x	-1	-4	5	0
y	3	3	3	3

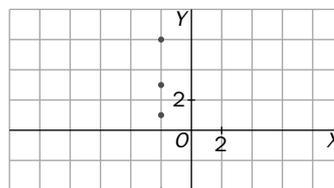
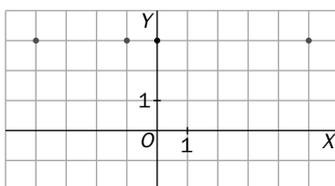
x	-2	-2	-2	-2
y	1	6	3	-4

a) Dibuja las gráficas que les corresponden.

b) Halla sus ecuaciones y su punto de corte.

c) ¿Son las dos funciones lineales?

a)



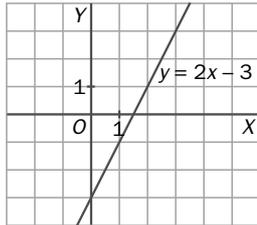
b) $y = 3$, $x = -2$. Estas rectas se cortan en el punto $(-2, 3)$.

c) No, la segunda no es siquiera función porque $f(x)$ no tiene una única solución para $x = -2$.

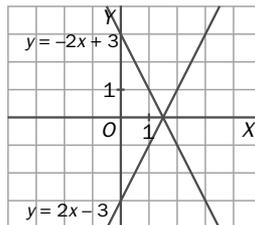
10.54.(TIC) Dada la recta de ecuación $y = 2x - 3$:

- a) Dibuja su gráfica.
- b) Dibuja una recta simétrica respecto del eje X y determina su ecuación.
- c) Dibuja una recta simétrica respecto del eje Y y determina su ecuación.

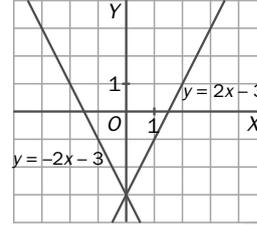
a)



b) $y = -2x + 3$



c) $y = -2x - 3$



10.55. Dada la recta de ecuación $y = 7x - 2$, escribe:

- a) Las ecuaciones de dos rectas paralelas a ella que no pasen por el origen de coordenadas.
- b) Las ecuaciones de dos rectas secantes a la dada.
- c) Las ecuaciones de dos rectas secantes a la dada, pero paralelas entre sí.
- d) Las ecuaciones de dos rectas con la misma ordenada en el origen que la dada.

- a) $y = 7x + 1, y = 7x - 3$
- b) $y = 3x - 2, y = 5x + 1$
- c) $y = 3x - 2, y = 3x + 1$
- d) $y = 6x - 2, y = 3x - 2$

10.56. Halla la ecuación de la recta paralela a $y = \frac{-x+1}{5}$ que pasa por el punto $A(3, -4)$.

Si la recta que buscamos es paralela a $y = \frac{-x+1}{5}$, entonces su pendiente debe ser $m = -\frac{1}{5}$.

Su ecuación tendrá la forma $y = -\frac{1}{5}x + n$.

Sustituimos las coordenadas del punto A en la ecuación de la recta para hallar la coordenada en el origen n .

$$-4 = -\frac{1}{5} \cdot (3) + n \rightarrow n = -\frac{17}{5}$$

La ecuación de la recta es:

$$y = -\frac{1}{5}x - \frac{17}{5}$$

Funciones cuadráticas

10.57. ¿Cuál es el único punto de una parábola que es simétrico a sí mismo con respecto al eje de la parábola?

El vértice

10.58. Dadas las siguientes parábolas:

I) $y = 2x^2$ II) $y = 2x^2 - 3$ III) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ IV) $y = 5(x + 2)^2$

Indica:

a) ¿Hacia dónde se abren sus ramas?

b) ¿Cuáles tienen igual abertura?

c) ¿Cuál es la más cerrada?

d) ¿Cuál tiene el vértice en el punto $(-2, 0)$?

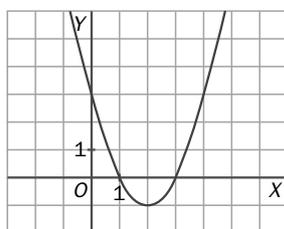
a) Todas hacia arriba

b) I y II

c) IV

d) IV

10.59. Dada la siguiente parábola. Halla su vértice, su eje de simetría y su ecuación.



Su vértice es $(2, -1)$, su eje de simetría es la recta $x = 2$.

La ecuación tendrá la forma $y = ax^2 + bx + c$.

La función pasa por $(0, 3)$, de donde se deduce que $c = 3$.

También pasa por $(1, 0)$, de donde: $0 = a + b + 3 \rightarrow a + b = -3$.

Conocemos la abscisa del vértice: $x = \frac{-b}{2a} = 2 \rightarrow b = -4a$.

$a = 1, b = -4$. La ecuación es $y = x^2 - 4x + 3$.

10.60. (TIC) Representa las siguientes parábolas.

a) $y = x^2 - 4x + 3$

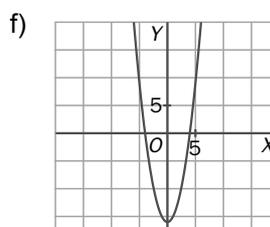
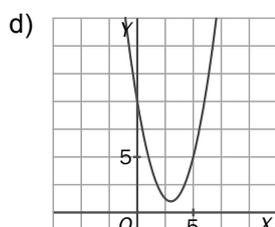
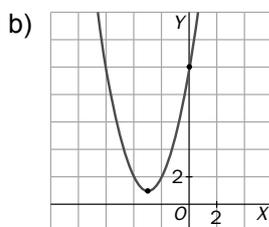
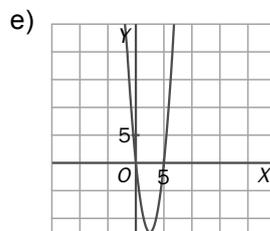
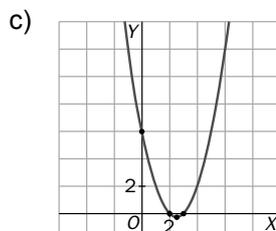
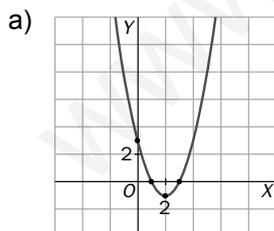
c) $y = x^2 - 5x + 6$

e) $y = 2x^2 - 10x$

b) $y = x^2 + 6x + 10$

d) $y = x^2 - 6x + 10$

f) $y = x^2 - 16$



10.61.(TIC) Representa las siguientes funciones cuadráticas y estudia la gráfica obtenida.

a) $y = -2x^2 + 12x - 10$ b) $y = x^2 - 2x + 4$ c) $y = 2x^2 - 8x + 6$ d) $y = 3x^2 + 1$

a) Abierta hacia abajo, $a < 0$

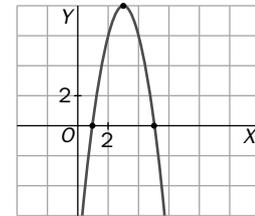
Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = -10 \rightarrow (0, -10)$

Hallamos el vértice de la parábola: $x_v = -\frac{b}{2a} = 3 \rightarrow y_v = 8 \rightarrow$

$V(3, 8)$

Puntos de corte con el eje X: $y = 0 \rightarrow -2x^2 + 12x - 10 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 80}}{-4} = \frac{-12 \pm 8}{-4} = \begin{cases} 1 \\ 5 \end{cases} \rightarrow (1, 0), (5, 0)$$



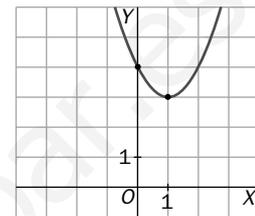
b) Abierta hacia arriba, $a > 0$

Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = 4 \rightarrow (0, 4)$

Hallamos el vértice de la parábola: $x_v = -\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow y_v = 3 \rightarrow$

$V(1, 3)$

Puntos de corte con el eje X: $y = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 4 = 0$, no tiene



c) Abierta hacia arriba, $a > 0$

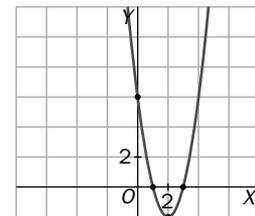
Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = 6 \rightarrow (0, 6)$

Hallamos el vértice de la parábola: $x_v = -\frac{b}{2a} = 2 \rightarrow y_v = -2 \rightarrow$

$V(2, -2)$

Puntos de corte con el eje X: $y = 0 \rightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{4} = \frac{8 \pm 4}{4} = \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases} \rightarrow (3, 0), (1, 0)$$



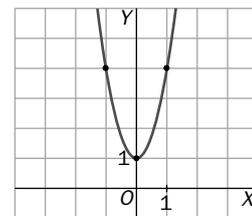
d) Abierta hacia arriba, $a > 0$

Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = 1 \rightarrow (0, 1)$

Hallamos el vértice de la parábola: $x_v = -\frac{b}{2a} = 0 \rightarrow y_v = 1 \rightarrow$

$V(0, 1)$

Puntos de corte con el eje X: $y = 0 \rightarrow 3x^2 + 1 = 0$. No es posible. La parábola no corta el eje X.



10.62. Una parábola pasa por los puntos $(-1, 3)$ y $(-5, 3)$. Escribe la ecuación de su eje.

La ecuación del eje se puede hallar mediante estos dos puntos, pues son simétricos (tienen la misma imagen 3). Por tanto, el eje pasará por el punto intermedio entre $x = -5$ y $x = -1$.

$$\frac{-5 + (-1)}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \rightarrow \text{Eje } x = -3$$

10.63. Una función cuadrática tiene su vértice en el punto $(4, -4)$. Completa la tabla utilizando la simetría de la función.

x	2	6	5	-3
y	0	0	-3	-3

Como tiene su vértice en $(4, -4)$, el eje de simetría es $x = 4$. Entonces:

$x = 2$ es un punto simétrico a $x = 6$ respecto al eje, con lo que $f(6) = f(2) = 0$.

$x = 5$ es un punto simétrico a $x = 3$ respecto al eje, con lo que $f(5) = f(3) = -3$.

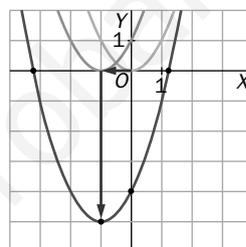
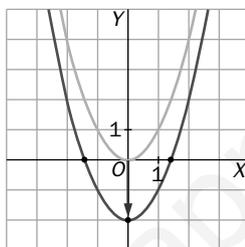
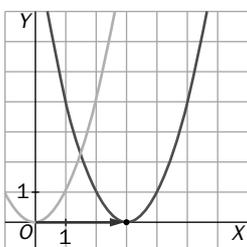
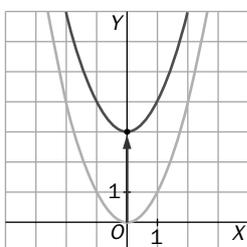
10.64. Representa, mediante una traslación de la parábola $y = x^2$, la gráfica de cada función.

a) $y = x^2 + 3$

b) $y = (x - 3)^2$

c) $y = x^2 - 2$

d) $y = (x + 1)^2 - 5$



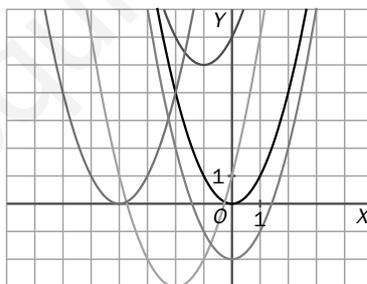
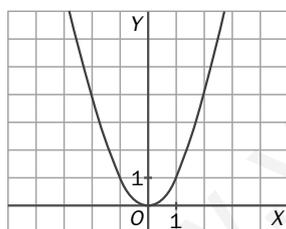
10.65. Dada esta gráfica de una parábola, traslada la gráfica, sin variar la orientación ni la abertura, de forma que el vértice sea el indicado. Escribe la ecuación de la parábola.

a) $(0, -2)$

b) $(-4, 0)$

c) $(-1, 5)$

d) $(-2, -3)$



a) $y = x^2 - 2$

c) $y = (x + 1)^2 + 5$

b) $y = (x + 4)^2$

d) $y = (x + 2)^2 - 3$

10.66. La parábola de ecuación $y = (x + a)^2 - 5$ tiene el vértice en el punto $V(-3, b)$. Halla el valor de a y b .

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - 5$$

$$-3 = x_v = -a \rightarrow a = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} y = x^2 + 6x + 4 \\ x_v = -3 \end{array} \right\} y_v = -5 \rightarrow b = -5$$

10.67. Dada la parábola de ecuación $y = -2x^2 - 4x - 5$, comprueba si también se puede expresar de la forma: $y = -2(x + 1)^2 - 3$.

¿Qué ventajas observas en esta manera de expresar la ecuación?

De la segunda forma se puede observar que a partir de la parábola $y = x^2$, trasladándola 3 unidades hacia abajo, 1 unidad hacia la izquierda, las ramas hacia abajo y más cerradas, se obtiene la parábola del enunciado.

10.68. Indica las condiciones que debe tener una parábola para que:

- a) No corte al eje de abscisas.
- b) Corte una sola vez al eje de abscisas.
- c) No corte al eje Y.

a) Que $b^2 - 4ac > 0$

b) Que $b^2 - 4ac = 0$

c) No es posible que una parábola no corte al eje Y.

La condición debería ser que no pasase por $x = 0$, es decir, que no fuera continua.

10.69. Averigua la ecuación de la función cuadrática que cumple las siguientes condiciones:

- El eje es $x = -2$.
- El recorrido es el intervalo $[-4, +\infty)$.
- La gráfica pasa por el punto $(0, 8)$.

$$\text{Eje } x = -2 \rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \rightarrow b = 4a$$

$$\text{Recorrido } [-4, \infty) \rightarrow f(-2) = -4 \rightarrow -4 = a(-2)^2 + b(-2) + c \rightarrow 4a - 2b + c = -4 \rightarrow -4a + c = -4$$

$$\text{Pasa por } (0, 8) \rightarrow 8 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \rightarrow c = 8$$

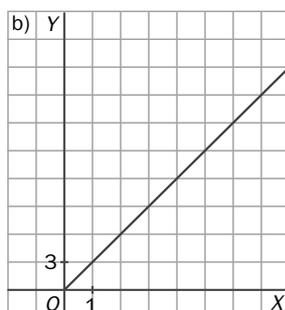
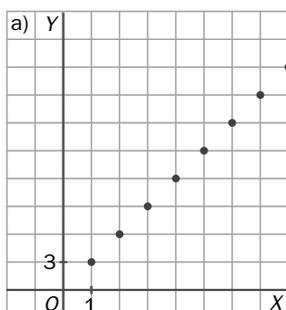
$$\text{Como } 4a + c = -4, y c = 8 \rightarrow a = 3. \text{ Como } b = 4a \rightarrow b = 12. \text{ La ecuación es } y = 3x^2 + 12x + 8.$$

PROBLEMAS

10.70. Actividad interactiva

10.71. Una cooperativa agrícola vende el aceite a granel a 3 euros el litro y las patatas a 3 euros la bolsa.

¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde a cada una de las funciones lineales que relacionan la cantidad de producto y el precio?



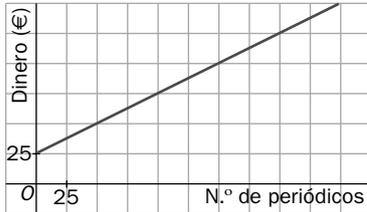
Precio de las bolsas de patatas. Precio de los litros de vinagre.

10.72. Para colaborar con las personas sin techo, una ONG elabora un periódico de reparto callejero. Cada vendedor recibe un fijo de 25 euros al mes y, además, 50 céntimos por ejemplar vendido.

- a) Escribe la fórmula y representa la gráfica de la función que relaciona el número de periódicos vendidos con el dinero recibido al mes.
 b) ¿Cuántos ejemplares tiene que vender un *sin techo* para cobrar en un mes 185 euros?

a) $y = 25 + 0,5x$

b) $185 = 25 + 0,5x \rightarrow x = 320$ periódicos



10.73. Calcula el área del triángulo que forma la recta de ecuación $y = -5x + 7$ con los ejes coordenados.

La recta corta en los puntos $(0,7)$ y $(\frac{7}{5},0)$. El área del triángulo es:

$$\frac{\frac{7}{5} \cdot 7}{2} = \frac{49}{10} = 4,9.$$

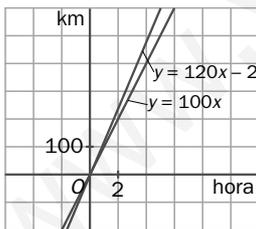
10.74. Halla las ecuaciones de los lados de un triángulo de vértices $A(2,-1), B(3,4)$ y $C(7,-3)$.

La recta que pasa por los puntos A y B tiene por ecuación $y = 5x - 11$.

La recta que pasa por los puntos A y C tiene por ecuación $y = -\frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$.

La recta que pasa por los puntos B y C tiene por ecuación $y = -\frac{7}{4}x + \frac{37}{4}$.

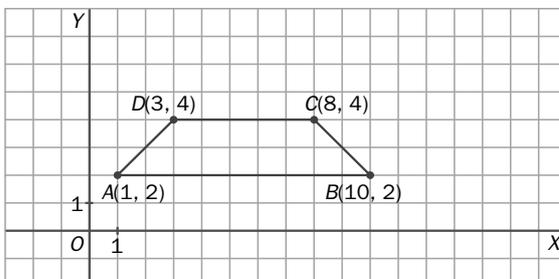
10.75. Un ladrón huye en moto a 100 km/h y la policía lo persigue a 120 km/h. ¿Cuándo y en qué lugar lo atrapará si lleva una ventaja de 2 kilómetros? Resuélvelo gráficamente.



$$100x = 120x - 2 \Rightarrow x = \frac{1}{10} \text{ hora} = 6 \text{ minutos}$$

Lo atrapará en el kilómetro 10.

10.76. Calcula las coordenadas del punto de corte de las diagonales del trapecio de la figura $ABCD$.



La recta que pasa por D y B es

$$y = -\frac{2}{7}x + \frac{34}{7}.$$

La recta que pasa por A y C es

$$y = \frac{2}{7}x + \frac{12}{7}.$$

El punto de corte es $(\frac{11}{2}, \frac{23}{7})$.

10.77. Ana está de viaje en Estados Unidos y encuentra en la calle los dos termómetros de la derecha, donde se ve la equivalencia entre las escalas Fahrenheit y Celsius.

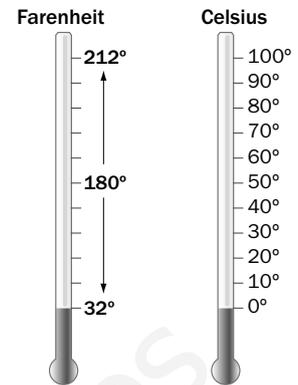
Sabiendo que la conversión entre las dos escalas es lineal:

a) ¿Qué función permite pasar de grados Fahrenheit a Celsius?

b) ¿Y de Celsius a Fahrenheit?

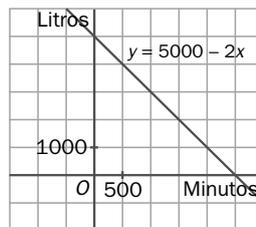
a) $\frac{5}{9}(F - 32) = C$

b) $\frac{9}{5}C + 32 = F$



10.78. Un depósito con 5000 litros de agua tiene una rotura por la que pierde 2 litros por minuto. Escribe y representa la función que relaciona los litros que quedan en el depósito con el tiempo transcurrido.

$y = 5000 - 2x$

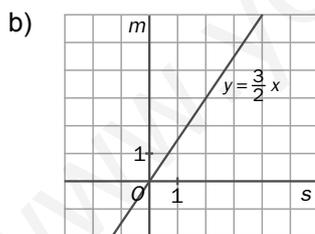


10.79. Un peatón camina 3 metros en 2 segundos. Si continúa andando a esa misma velocidad constante:

a) Halla la función que relaciona el recorrido, en metros, con el tiempo empleado, en segundos.

b) Representa gráficamente esa función.

a) $y = \frac{3}{2}x$



10.80. *Observa el dibujo.

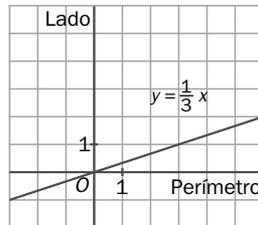


Calcula la pendiente de la carretera.

$m = \frac{15}{100} = 0,15$

10.81. Dibuja la gráfica y halla la fórmula de la función que relaciona la longitud del lado de un triángulo equilátero con su perímetro. Pon en el eje X los valores del perímetro, y en el Y, los del lado.

$$y = \frac{1}{3}x$$



10.82. Observa la calculadora. Para cada valor que se introduce en euros (pantalla inferior) devuelve su valor en libras (pantalla superior).

a) ¿Se puede considerar que esta conversión de divisas es una función? ¿De qué tipo?

b) Si se introducen 36 euros, ¿qué valor en libras dará la calculadora?

c) Escribe la función que permite pasar de euros a libras y la que permite pasar de libras a euros.

a) Sí, es una función lineal.

b) $\frac{161,32}{245} \cdot 36 = 23,7$ libras

c) libras = $\frac{161,32}{245} \cdot$ euros ; euros = $\frac{245}{161,32} \cdot$ libras



10.83. La ecuación del espacio recorrido por un móvil es $s = 5 + 3t + 2t^2$.

a) ¿Qué longitud ha recorrido el móvil al cabo de 5 segundos de iniciar el movimiento?

b) ¿Cuál es la longitud recorrida durante el quinto segundo?

c) ¿Cuánto tiempo ha transcurrido cuando ha recorrido 157 metros desde el inicio?

a) $t = 5 \rightarrow s = 5 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2 = 70$ m

b) $t = 4 \rightarrow s = 5 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 = 49$ m en 4 s

Durante el 5.º segundo recorre una longitud que es la diferencia entre las distancias recorridas al cabo de 5 y de 4 segundos: $70 - 49 = 21$ metros.

c) $157 = 5 + 3t + 2t^2 \rightarrow 2t^2 + 3t - 152 = 0 \rightarrow t = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 1216}}{4} = 8$ s

(La respuesta negativa no tiene sentido.)

10.84. Expresa el área de un triángulo equilátero en función de su lado. ¿Qué tipo de función es?

Llamamos L al lado, y h a la altura.

$$\left(\frac{h}{2}\right)^2 + h^2 = L^2 \rightarrow h = \sqrt{L^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} = L \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{L \cdot L \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} L^2$$

Es una función cuadrática.

AMPLIACIÓN

10.85. El producto de todos los valores de z para los que las tres rectas:

$$r : y = 2x - 1, \quad s : 6x - 2y - 8 = 0 \quad \text{y} \quad t : y = zx - 7 \quad \text{no forman triángulo es:}$$

- a) 6 b) -56 c) 17 d) 24

Estas tres rectas no formarán triángulo si al menos dos de ellas son paralelas o si las tres son concurrentes. Así pues, si $z = 2$ o $z = 3$, no hay triángulo, pero si t pasa por el punto de intersección de r y s , es decir, por $P(3, 5)$, tampoco. La recta t pasará por $P(3, 5)$ si $5 = 3z - 7$, o sea, si $z = 4$, por lo que para $z = 2, 3, 4$ no hay triángulo, con lo que la respuesta es $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

10.86. Las gráficas de $2x - y + 1 = 0$ y de $y = x^2$ se cortan en los puntos A y B . Las abscisas de A y B son las soluciones de la ecuación:

a) $x^2 + 2x + 1 = 0$ c) $2x + 1 = 0$

b) $x^2 - 2x - 1 = 0$ d) $x^2 = 0$

Las abscisas de A y B son las soluciones de la ecuación $x^2 - 2x - 1 = 0$

10.87. Si la pendiente m es un entero positivo y las rectas $13x + 11y + 158 = 0$, $y = mx - 79$ se cortan en un punto de coordenadas enteras, m puede ser:

- a) Solamente 4 c) Solamente 6
b) Solamente 5 d) Solamente 7

La abscisa del punto de corte de las rectas dadas viene dada por la ecuación

$$mx - 79 = -\frac{13}{11}x - \frac{158}{11}, \quad \text{es decir, } x(11m + 13) = 632, \quad \text{con lo que } x = \frac{632}{11m + 13} = \frac{8 \cdot 79}{11m + 13}.$$

Al ser m entero positivo, $11m + 13$ no puede dividir a 8, y como 79 es primo, la única posibilidad para que x sea entero es que $11m + 13$ sea 79, es decir, $m = 6$.

10.88. Hay muchos números enteros k para los que la parábola $y = (2k - 1)x^2 - 8x + 6$ no corta al eje horizontal. El menor de ellos es:

- a) -1 b) 2 c) 3 d) 4

Dicha parábola no corta al eje horizontal si la ecuación $(2k - 1)x^2 - 8x + 6 = 0$ no tiene soluciones reales, es decir, si $8^2 - 4(2k - 1)6 < 0$. Así pues, $88 < 48k$, con lo que $\frac{11}{6} < k$, y el menor k entero con esa propiedad es $k = 2$.

10.89. Si la parábola $y = -x^2 + bx - 9$ tiene su vértice en el eje de abscisas, b es:

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

Al tener la parábola el vértice en el eje de abscisas, la ecuación $-x^2 + bx - 9 = 0$, o sea, $x^2 - bx + 9 = 0$, tiene una única solución real, es decir, $b^2 - 4 \cdot 9 = 0$, $b = \pm 6$, por lo que de las respuestas dadas, la correcta es la d: $b = 6$.

10.90. Si el área de la región limitada por la recta $y = mx + 4$, con m positivo, los ejes de coordenadas y la recta $y = -4$ es 12, ¿cuál es el valor de m ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

La región limitada es el trapecio de vértices $A(0, 0)$, $B(\frac{-4}{m}, 0)$, $C(\frac{-8}{m}, -4)$ y $D(\frac{-8}{m}, 0)$. El área de ese trapecio es igual a $\frac{24}{m} = 12$, por lo que $m = 2$.

AUTOEVALUACIÓN

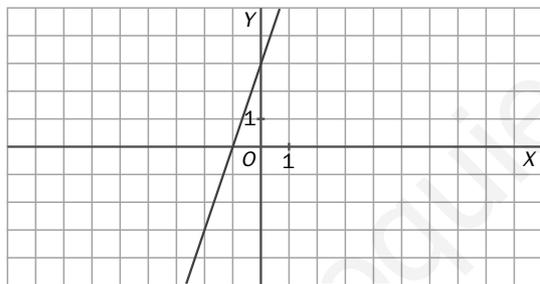
10.1. Halla las funciones lineales que cumplen:

- a) Tiene ordenada en el origen 2 y pendiente igual a -1 .
 b) Los puntos $A(-3, 2)$ y $B(0, 4)$ pertenecen a la gráfica de la función.

a) $y = -x + 2$

b) $y = \frac{2}{3}x + 4$

10.2. ¿Cuál es la ecuación de esta gráfica de función?



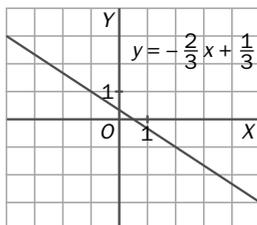
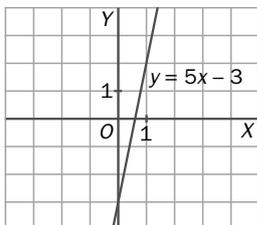
Pasa por los puntos $(-1, 0)$ y $(0, 3)$, con cuyas coordenadas hallamos m y n :

$$\left. \begin{array}{l} 0 = -m + n \\ 3 = n \end{array} \right\} \begin{array}{l} m = 3 \\ n = 3 \end{array} \rightarrow y = 3x + 3$$

10.3. Representa las siguientes funciones lineales.

a) $y = 5x - 3$

b) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$



10.4. Un joyero tiene tres diamantes con las siguientes masas, medidas en quilates (ct) y en gramos (g):

ct	2,25	0,33	1,1
g	0,45	0,066	0,22

a) ¿Cuál es la función que relaciona la masa en quilates con la masa en gramos?
 b) Irene pesa 53,5 kg y tiene curiosidad por conocer su masa en quilates. ¿Puedes ayudarla?

a) $m(\text{ct}) = 5 m(\text{g})$

b) $5 \cdot 53500 = 267500$

10.5. Halla el vértice y la ecuación del eje de cada una de estas parábolas.

a) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ b) $y = -3x^2 + 2x + 9$

a) $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{1} = 3$; $y_v = \frac{1}{2} \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = -\frac{7}{2} \rightarrow V(3, -\frac{7}{2})$. Eje $x = 3$

b) $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$; $y_v = -3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) + 9 = \frac{28}{3} \rightarrow V\left(\frac{1}{3}, \frac{28}{3}\right)$. Eje $x = \frac{1}{3}$

10.6. Determina la ecuación de la parábola que resulta de trasladar el vértice de la parábola $y = x^2$ al punto (2, 1).

$y = ax^2 + bx + c$

Sabemos que $a = 1$ porque la parábola buscada es una traslación de $y = x^2$.

$x_v = -\frac{b}{2a} = 2 \rightarrow b = -4$, $y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + c = 1 \rightarrow c = 5$

$y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$

10.7. Representa la parábola $y = 2x^2 + 12x + 16$, y estudia la gráfica obtenida.

Abierta hacia arriba, $a > 0$

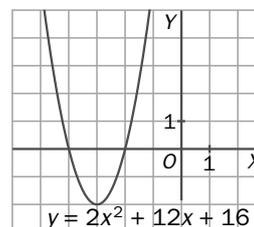
Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = 16 \rightarrow (0, 16)$

Hallamos el vértice de la parábola:

$x_v = -\frac{b}{2a} = -3 \rightarrow y_v = -2 \rightarrow V(-3, -2)$

Puntos de corte con el eje X:

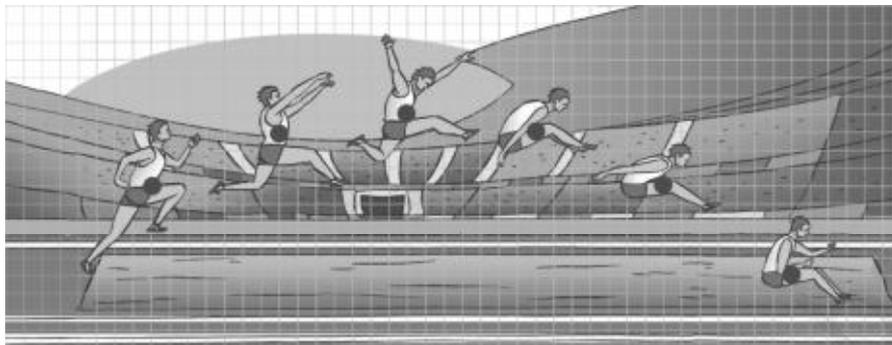
$y = 0 \rightarrow 2x^2 + 12x + 16 = 0 \rightarrow x = -2$ o $x = -4 \rightarrow (-2, 0), (-4, 0)$



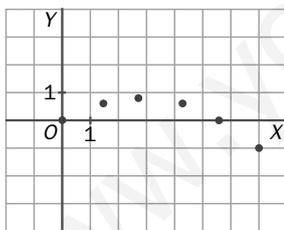
PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Interpreta y deduce > Parábolas y deporte

10.1. Supón que el centro de gravedad (C) del atleta se encuentra en los puntos azules y realiza las siguientes actividades.



- a) Calca la cuadrícula con la situación del punto en las diferentes posiciones del atleta.
 - b) Dibuja unos ejes cartesianos de forma que el eje X sea paralelo al suelo y el origen coincida con el primer punto C. Cada cuadro corresponde a 0,2 metros.
 - c) Haz una tabla de valores con las posiciones (x, y) del punto C.
 - d) Utilizando tres puntos, determina la ecuación de la parábola a la que pertenecen.
 - e) Dibuja la parábola sobre los ejes que hiciste antes y comprueba que contiene todos los puntos C.
- a y b) Si en lugar de hacer corresponder cada cuadro con 0,2 m, lo hacemos corresponder con 1 m, quedaría de la siguiente forma:

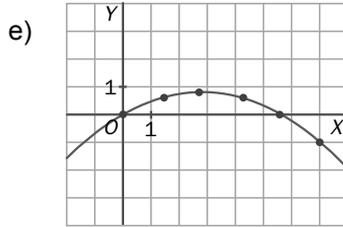


c)

x	y
0	0
1,4	0,6
2,8	0,8
4,2	0,6
5,6	0
7	-1

d) Utilicemos los puntos (0, 0), (2,8; 0,8) y (5,6; 0).

La parábola es $y = -0,1x^2 + 0,57x$.

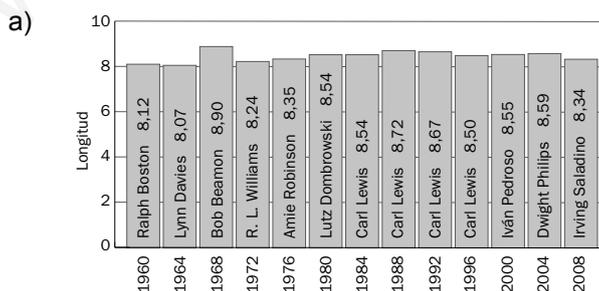


10.2. Copia y completa la tabla con los nombres y marcas de los campeones olímpicos de salto de longitud masculino.

a) Representa los datos de la tabla tomando como abscisas los años de celebración de los juegos olímpicos, y como ordenadas, las marcas obtenidas por los atletas.

b) Discute con tus compañeros si la evolución de la marca de salto de longitud ha sido normal o presenta alguna característica extraña. ¿Qué razones puede haber para esta anomalía?

Año	JJ. OO.	Campeón	Marca (m)
1960	Roma	Ralph Boston	8,12
1964	Tokio	Lynn Davies	8,07
1968	México	Bob Beamon	8,90
1972	Múnich	R. L. Williams	8,24
1976	Montreal	Arnie Robinson	8,35
1980	Moscú	Lutz Dombrowski	8,54
1984	Los Ángeles	Carl Lewis	8,54
1988	Seúl	Carl Lewis	8,72
1992	Barcelona	Carl Lewis	8,67
1996	Atlanta	Carl Lewis	8,50
2000	Sidney	Iván Pedroso	8,55
2004	Atenas	Dwight Phillips	8,59
2008	Pekín	Irving Saladino	8,34

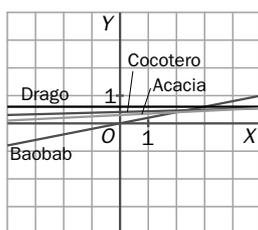


b) Actividad abierta

Analiza y decide > La mejor tarifa

10.1. Realiza un informe completo siguiendo los mismos pasos que la agencia de matemáticas.

1. Acacia: $y = 0,05x + 0,30$
 Baobab: $y = 0,2x$
 Cocotero: $y = 0,025x + 0,4$
 Drago: $y = 0,6$
2. Gráfica



3. Obtengamos los puntos de corte de estas gráficas y concluyamos:

- | | | | |
|----|--------|--------------------------------|---|
| P: | A y B: | $0,05x + 0,30 = 0,2x;$ | $x = 2 \text{ min}$ |
| Q: | C y B: | $0,025x + 0,4 = 0,2x;$ | $x = 2,3 \text{ min} = 2 \text{ min } 20 \text{ s}$ |
| R: | B y D: | $0,6 = 0,2x;$ | $x = 3 \text{ min}$ |
| S: | A y C: | $0,05x + 0,30 = 0,025x + 0,4;$ | $x = 4 \text{ min}$ |
| T: | A y D: | $0,05x + 0,30 = 0,6;$ | $x = 6 \text{ min}$ |
| U: | C y D: | $0,6 = 0,025x + 0,4;$ | $x = 8 \text{ min}$ |

Así pues, si $x < 2$, el orden de preferencia es B, A, C, D.
 Si $2 < x < 2 \text{ min } 20 \text{ s}$, el orden de preferencia es A, B, C, D.
 Si $2 \text{ min } 20 \text{ s} < x < 3 \text{ min}$, el orden de preferencia es A, C, B, D.
 Si $3 < x < 4$, el orden de preferencia es A, C, D, B.
 Si $4 < x < 6$, el orden de preferencia es C, A, D, B.
 Si $6 < x < 8$, el orden de preferencia es C, D, A, B.
 Finalmente, si $8 < x$, el orden de preferencia es D, C, A, B.

10.2. Incluye en el informe cuál es la operadora adecuada para cada una de estas llamadas si su duración es de:

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| i) 1 minuto 30 segundos | iii) 6 minutos 15 segundos |
| ii) 3 minutos 50 segundos | iv) 8 minutos 30 segundos |
-
- i) Operadora Baobab
 - ii) Operadora Acacia
 - iii) Operadora Cocotero
 - iv) Operadora Drago

Aprende a pensar > Parábolas y papiroflexia

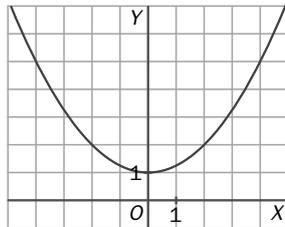
- 10.1. ¿Eres capaz de explicar por qué ha aparecido? Una pista: las distancias de cualquier punto de una parábola al foco y a la directriz son siempre iguales. Si te ayuda, visualiza esta propiedad con GeoGebra en www.e-sm.net/3esoz08.

Al doblar el papel de esa forma, la distancia del punto (foco) al pliegue es igual que la distancia del pliegue a la recta (directriz), y esa es la propiedad que cumplen las parábolas.



- 10.2. Ahora supón que la recta horizontal es el eje X y el foco se encuentra en (0, 2). Dibuja una cuadrícula y averigua la ecuación de la parábola.

La ecuación de la parábola es $y = \frac{x^2}{4} + 1$.



Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **Rafaela Arévalo, José Luis González, Juan Alberto Torresano**

Edición: **Elena Calvo, Miguel Ángel Ingelmo, Yolanda Zárate**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Félix Anaya, Modesto Arregui, Juan Francisco Cobos, Domingo Duque, Félix Moreno,**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

(*) Una pequeña cantidad de ejercicios o apartados de ejercicios han sido marcados porque contienen alguna corrección en su enunciado respecto del que aparece en el libro del alumno.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra, a excepción de las páginas que incluyen la leyenda de "Página fotocopiable".

© Ediciones SM

Impreso en España – *Printed in Spain*