

FUNCIONES y GRÁFICAS

1. Construir una tabla de valores para cada una de las siguientes funciones:

a) $y=3x+2$ b) $f(x)=2x$ c) $y=x^2-4$ d) $f(x) = \sqrt{x}$

2. Completar la siguiente tabla (obsérvese el primer ejemplo):

Función expresada mediante un ENUNCIADO	Función expresada mediante EXPRESIÓN ALGEBRAICA
La función que a cada número le asocia su doble	$y=2x$
La función que a cada número le asocia su triple más 5	
	$y=2x+1$
La función que a cada número le asocia su mitad	
La función que a cada número le asocia su opuesto	
	$y=-x+2$
La función que expresa la distancia recorrida cada hora por un automóvil que circula a 60 km/h	
	$y=x^2$
La función que relaciona el radio de una circunferencia y su perímetro	
La función que relaciona el radio de una circunferencia y su área	

3. Una compañía de telefonía móvil cobra a sus clientes una cantidad fija al mes de 10 € más 0,1 € por cada minuto de llamada. Construir una tabla que relacione el tiempo consumido y el coste de la factura. ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente? Expresar algebraicamente la función correspondiente.

4. Para cada una de las siguientes funciones, construir una tabla de valores apropiada y dibujar, a continuación, su gráfica:

a) $y = x + 2$

b) $f(x) = 2x - 3$

c) $y = x^2 - 4$

d) $f(x) = -3x - 1$

e) $y = x^2 - 6x + 5$

f) $y = x$

g) $f(x) = 4x - 4$

h) $y = -x$

i) $y = x^2 - 4x + 3$

j) $y = 2$

k) $y = -x^2 + x + 3$

l) $f(x) = \sqrt{x-3}$

m) $y = x^2 - 5x + 6$

n) $f(x) = \frac{x}{2} + 3$

o) $y = x^3$

p) $y = \frac{1}{x}$

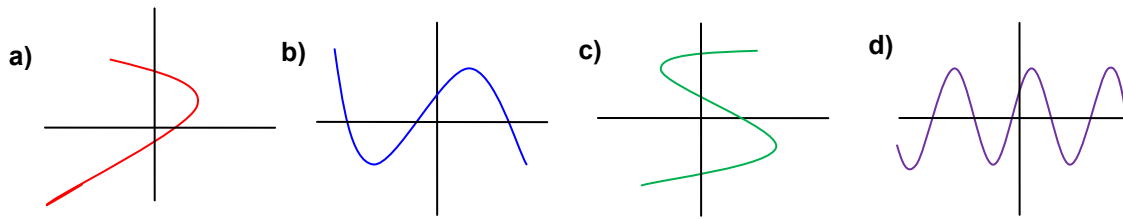
q) $y = 3x - 6$

r) $f(x) = -2x$

s) $y = x + 1$

t) $y = x^2 - 2x - 3$

5. ¿Cuáles de estas representaciones corresponden a la gráfica de una función? (Razonar la respuesta):



6. Representar gráficamente la función del ejercicio 3

7. Para cada una de las siguientes funciones, construir una tabla de valores apropiada y obtener, a continuación, su gráfica:

a) $f(x)=2x^3-3x^2$

b) $f(x)=x^3-3x$

c) $y = \frac{x+2}{x-1}$

d) $y=x^4-2x^2$

e) $y = \frac{2x}{x^2+1}$

f) $f(x)=x^3-3x^2$

g) $y=2x^3-9x^2$

h) $y = \frac{x^2}{x-1}$

i) $f(x)=x^3-6x^2+9x$

j) $f(x) = \sqrt{x^2-5x+6}$

k) $y = \frac{4x}{x^2+4}$

l) $y=2x^3-3x^2$

m) $y=x^3-12x$

n) $y = \sqrt{x^2-9}$

o) $y = \frac{x^2}{x^2+1}$

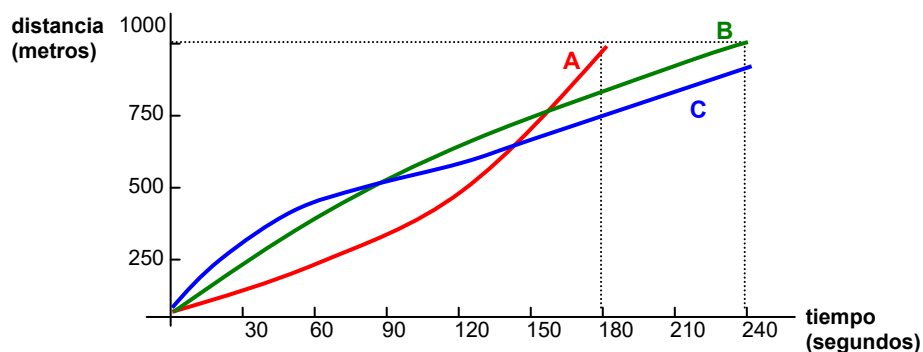
p) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$

8. Un estudio de un ginecólogo muestra cómo crece un bebé antes de nacer según el mes de gestación en que se encuentre su madre, de acuerdo con la siguiente tabla:

Edad (meses)	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitud (cm)	4	8	15	24	29	34	38	42

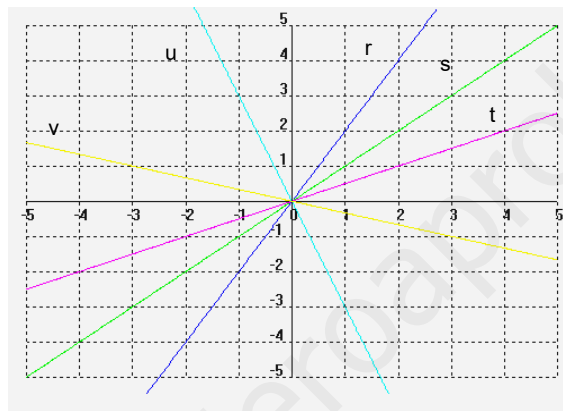
Representar la función "longitud" en función de la edad del bebé. Comentar dicha gráfica.

9. Tres alumnos, que nombraremos **A**, **B** y **C**, participan en una carrera de 1000 m. La presente gráfica muestra de forma aproximada su comportamiento en la prueba. ¿Cómo describirías dicha carrera?



FUNCIÓN LINEAL o DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA ($y=mx$)

- 10.** a) Hallar la ecuación de una función lineal sabiendo que pasa por el punto $P(1,7)$
b) Ídem para $P(-1,3)$
c) Ídem para $P(2,5)$
- 11.** Si se sabe que una función lineal pasa por el punto $P(1,2)$, calcular su ecuación, y, a partir de ésta, hallar el valor de dicha función para $x=3$, $x=5$ y $x=-8$
- 12.** Calcular la pendiente y la ecuación de las funciones de proporcionalidad directa que aparecen en el siguiente gráfico:



- 13.** Un kg de patatas cuesta 55 céntimos. Obtener y a continuación representar la función que define el coste de las patatas (y) en función de los kg comprados (x). ¿Cuál es su $\text{Dom}(f)$? ¿Cuánto costarán 3,5 kg? ¿Qué cantidad podremos comprar si sólo disponemos de un billete de 5 €? (Soluc: 1,93 €; 9,09 kg)
- 14.** Un grifo vierte agua a un depósito dejando caer cada minuto 25 litros. Formar una tabla de valores apropiada para representar la función "capacidad" en función del tiempo. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar una piscina de 50 m^3 ? (Soluc: 33 h 20 min)
- 15.** Los paquetes de folios que compra un determinado instituto constan de 500 folios y cuestan 3 €.
a) Formar una tabla que nos indique el precio de 1, 2, ..., 10 folios.
b) Dibujar la gráfica correspondiente ¿Qué tipo de función se obtiene? ¿Cuál es la ecuación?
- 16.** Pasada la Navidad, unos grandes almacenes hacen en todos los artículos un 20% de descuento.
a) ¿Cuál será el precio rebajado de unas zapatillas de deporte que costaban 45 €? ¿Y de un chándal que costaba 60 €?
b) Si llamamos x al antiguo precio del artículo e y al precio rebajado, ¿qué función se obtiene?
(Soluc: $y=0,8x$)

- 17.** El IVA es un impuesto que en muchos productos supone un recargo del 16%. Si un fontanero hace una reparación de 240 €, ¿a cuánto ascenderá con el IVA? ¿Y si la reparación costara 50 €? Obtener la expresión algebraica general correspondiente al precio del trabajo del fontanero y la cantidad que se paga. (Soluc: 278,4 €; 58 €; $y=1,16x$)
- 18.** Se quiere abrir un pozo de forma cilíndrica de diámetro 2 m. Expresar el volumen de agua que cabe en él en función de la profundidad h . ¿Qué tipo de función se obtiene?

FUNCIÓN AFÍN ($y=mx+n$)

- 19.** Representar las siguientes rectas (mismos ejes de coordenadas en cada apartado) **obteniendo únicamente 2 puntos** (preferentemente los de corte con los ejes). Comprobar, además, su pendiente y su ordenada en el origen:

a) $y = 3x + 4$
 $y = 3x - 2$

b) $y = -2x + 5$
 $y = -2x - 3$

c) $y = -x + 6$
 $y = -x + 6$

d) $y = 3x$

e) $y = -5x$

f) $y = \frac{x}{2} + 1$

g) $y = x$

h) $y = \frac{x}{3} + \frac{1}{2}$

i) $y = -x$

j) $y = \frac{3x}{2} - 1$

k) $2x - y + 3 = 0$

l) $x + y - 3 = 0$

m) $x - 2y - 3 = 0$

n) $y = \frac{x}{2}$

o) $y = -\frac{2}{3}x$

- 20.** Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1,3) y B(3,7). Representarla gráficamente. Indicar su pendiente. (Soluc: $y=2x+1$)

- 21.** Ídem para:

a) A(1,-1) y B(4,8)

(Soluc: $y=3x-4$)

d) A(-1,-1) y B(2,-7)

(Soluc: $-2x-3$)

b) A(-2,4) y B(1,1)

(Soluc: $y=-x+2$)

e) A(3,1) y B(-6,-2)

(Soluc: $y=x/3$)

c) A(-4,-1) y B(2,-4)

(Soluc: $y=-x/2-3$)

f) A(1,1) y (3,7)

(Soluc: $y=3x-2$)

- 22.** Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente 5 y pasa por el punto P(-1,-2). Comprobar la solución. (Soluc: $y=5x+3$)

- 23.** Hallar la ecuación de la recta paralela a $y=2x+5$ que pasa por el punto P(2,1). ¿Cuál es su pendiente? (Soluc: $y=2x-3$)

- 24.** a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (1,-2) y (3,4). b) Hallar también una recta paralela a la anterior y que pase por el punto (-2,3) (Soluc: $y=3x-5$; $y=3x+9$)

- 25.** Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y por el punto (1,5). Comprobar la solución.

26. Dada la recta $y=3x-5$, indicar razonadamente si los siguientes puntos pertenecen a ella: **a)** (2,-1) **b)** (1,-2) **c)** (0,0) **d)** (3,4) **e)** Hallar m para que la recta anterior pase por el punto (m,10).

27. Obtener razonadamente cuatro puntos cualesquiera de la recta $y=-x+2$

28. En cada apartado, representar las rectas indicadas sobre los mismos ejes:

a) $y=3x$

$y=3x+2$

$y=3x-7$

b) $y=-3x$

$y=-3x+2$

$y=-3x-7$

c) $y = \frac{1}{3}x$

$y = \frac{1}{3}x + 2$

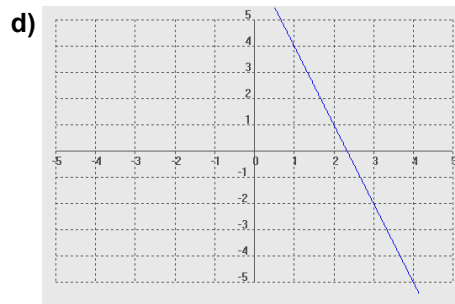
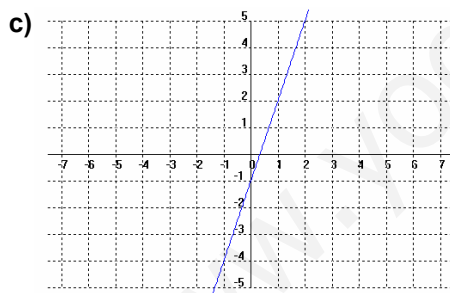
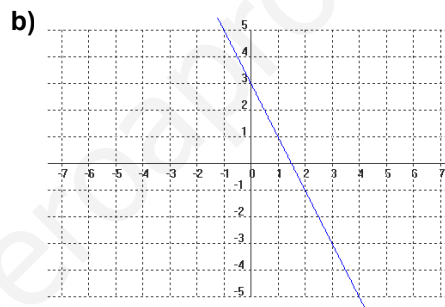
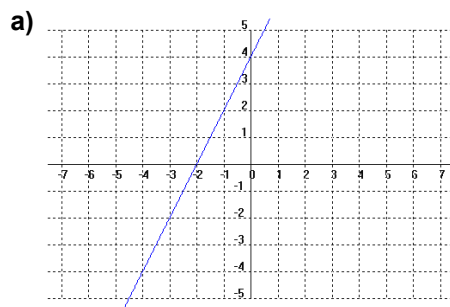
$y = \frac{1}{3}x - 7$

d) $y=0$

$y=x$

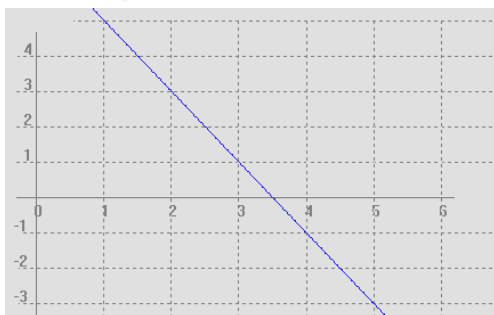
$y=-x$

29. Hallar, razonadamente, la ecuación de las siguientes rectas:



(Soluc: a) $y=2x+4$; b) $y=-2x+3$; c) $y=3x-1$; d) $y=-3x+7$)

30.



Dada la recta de la figura, se pide:

a) Hallar su expresión analítica. (Soluc: $y=-2x+7$)

b) Comprobar gráficamente el valor de la pendiente obtenido en el apartado anterior.

c) Deducir, analíticamente, dónde corta a los ejes.

31. TEORÍA: Sin necesidad de representarlas, indicar si cada una de las siguientes rectas es creciente o decreciente, indicando el porqué:

a) $y=5x-2$

b) $y=-2x+7$

c) $y=-2x-7$

d) $y=8x$

e) $x+y-1=0$

f) $y = \frac{x}{2} + 5$

32. TEORÍA: Dibujar en unos ejes de coordenadas e indicar la ecuación de un ejemplo de:

a) Una función afín de pendiente positiva y ordenada en el origen positiva.

b) Una función afín de pendiente positiva y ordenada en el origen negativa.

c) Una función afín de pendiente negativa y ordenada en el origen positiva.

d) Una función afín de pendiente negativa y ordenada en el origen negativa.

e) Una función de proporcionalidad directa de pendiente positiva.

f) Una función de proporcionalidad directa de pendiente negativa.

33. TEORÍA: Razonar, sin necesidad de representarlas, cuáles de las siguientes rectas son paralelas:

r: $y=2x-3$

s: $y=x+7$

t: $y=-2x-3$

u: $y=2x$

v: $y=x-3$

w: $y=2x+1$

$y=-x+7$

34. Resolver **gráficamente** los siguientes sistemas de ecuaciones de 1^{er} grado; resolverlos a continuación analíticamente (por el método deseado), y comprobar que se obtiene idéntico resultado:

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

(Soluc: $x=7, y=5$)

d) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

(Soluc: $x=2, y=-1$)

b) $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x - y = -2 \end{cases}$

(Soluc: $x=0, y=2$)

e) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

(Soluc: $x=3, y=1$)

c) $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

(Soluc: $x=1, y=1$)

f) $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

(Soluc: $x=1, y=0$)

35. Comprobar analíticamente si los siguientes puntos están alineados (¡no vale gráficamente!):

a) A(-1,-5), B(2,1) y C(6,9)

b) A(-1,2), B(4,-3) y C(10,-8)

36. Sujeto al techo tenemos un muelle de 5 cm de largo; en él hemos colgado diferentes pesos y hemos medido la longitud que alcanza el muelle en cada caso, obteniendo los siguientes resultados:

Pesos (kg)	0	1	2	3	4
Longitud (cm)	5	7	9	11	13

- Obtener la gráfica y contestar:
- ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
 - ¿Se trata de una función afín? ¿Por qué?
 - Hallar su pendiente. ¿Cuál es su expresión algebraica? (Sol: $y=2x+5$)
 - ¿Qué significa en este caso la ordenada en el origen?

37. La siguiente tabla corresponde a una función afín:

x	0	10	20	30	40	50
f(x)	-3					97

Completar la tabla y obtener $f(x)$ algebraicamente. (Soluc: $f(x)=2x-3$)

38. Midiendo la temperatura a diferentes alturas se han obtenido los datos de la tabla:

Altura (m)	0	360	720	990
Temperatura (°C)	10	8	6	4,5

- Representar la temperatura en función de la altura.
- Obtener su expresión algebraica. (Soluc: $y=-x/180+10$)
- ¿A partir de qué altura la temperatura será menor de 0°C ? (Soluc: $x=1800\text{ m}$)

39. La tarifa de una empresa de mensajería con entrega domiciliaria es de 12 € por tasa fija más 5 € por cada kg.

- Hallar la expresión analítica de la función "Precio del envío" en función de su peso en kg. (Sol: $y=5x+12$)
- Representarla gráficamente.
- ¿Cuánto costará enviar un paquete de 750 g? (Sol: 15 €)
- Si disponemos sólo de un billete de 50 €, ¿cuál es el peso máximo que podremos enviar? (Sol: 7,6 kg)

40. Los beneficios de una empresa desde el momento de su creación son los que figuran en la siguiente tabla:

MESES TRANSCURRIDOS	0	3	6	9
BENEFICIOS (millones de €)	4	3		1

- Representar el beneficio en función del tiempo transcurrido. ¿Qué tipo de función se obtiene?
- Obtener gráficamente la pendiente y la ordenada en el origen, e indicar a continuación su expresión algebraica. (Soluc: $y=-x/3+4$)
- Hallar analíticamente el dato que falta en la tabla. (Soluc: 2)
- Hallar analíticamente a partir de qué mes la empresa no tendrá beneficios. (Soluc: $x=12$)

41. Una empresa de fotografía cobra, por el revelado de un carrete, un precio fijo de 1,5 €, y por cada foto, 50 céntimos.

- Representar la función "Coste del revelado" en función del nº de fotos. Indicar su expresión algebraica.
- ¿Cuánto costará revelar un carrete de 36 fotografías?
- ¿Cuántas fotos podremos revelar con 100 €?

42. Función de proporcionalidad inversa: Supongamos que un pintor tarda 120 minutos en pintar él solo un muro. Es evidente que, por tanto, dos obreros trabajando a la vez tardarían 60 minutos, y así sucesivamente. Con estos datos, se pide:

a) Completar la siguiente tabla:

nº de pintores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
tiempo empleado en pintar el muro (en minutos)	120	60														

b) ¿Cuál es la expresión algebraica de la función correspondiente?

c) Representarla gráficamente. ¿Qué pasa a medida que el número de pintores aumenta? ¿Cómo se llama, por tanto, una función así?

d) Indica otros tres ejemplos de situaciones de la vida real en las que se da una función de proporcionalidad inversa.

EJERCICIOS DE PARÁBOLAS

43. Representar sobre los mismos ejes las siguientes parábolas. ¿Qué conclusiones podemos extraer?:

a) $y=x^2$ b) $y=2x^2$ c) $y=x^2/2$ d) $y=-x^2$ e) $y=-4x^2$

44. Dadas las siguientes parábolas, hallar: i) Vértice.

ii) Posibles puntos de corte con los ejes.

iii) Representación gráfica.

a) $y=x^2-6x+8$

b) $y=x^2-2x-3$

c) $y=-x^2-4x-3$

d) $y=x^2-4x+7$

e) $y=x^2-6x$

f) $y=x^2+x+1$

g) $y=3x^2+15x+18$

h) $y=-x^2-2x-2$

i) $y=x^2+2x-1$

j) $y=x^2-4$

k) $y=x^2+4$

l) $y=x^2+4x+5$

m) $y=x^2+4x+3$

n) $y=-x^2-8x-4$

o) $y=2x^2+4x+6$

p) $y=-x^2-1$

q) $y=(x+5)^2-8$

r) $y=2(x-1)^2-8$

s) $y=(x-5)^2+8$

t) $y=-2(x-1)^2+8$

u) $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-5$

v) $y=x^2-2x+1$

w) $y=x^2-4x+2$

x) $y=2x^2-8x+6$

y) $y=-3x^2-6x+12$

z) $y=x^2-2x+3$

α) $y=x^2-6x+5$

β) $y=\frac{1}{4}x^2+x-2$

γ) $y=2x^2-10x+8$

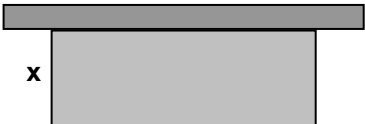
δ) $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$

ε) $y=x^2-8x+7$

45. a) Se sabe que la función $y=ax^2+bx+c$ pasa por los puntos (1,1), (0,0) y (-1,1). Calcular a, b y c.

(Soluc: $y=x^2$)

b) Ídem para los puntos (1,4), (0,-1) y (2,15) (Soluc: $y=3x^2+2x-1$)

46. Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y=ax^2+ax+a$ y pasa por el punto $P(1,9)$. Calcular el valor de a . ¿Cuál sería su vértice?
- ↕
47. Calcular b para que la parábola $y=x^2+bx+3$ pase por el punto $P(2,-1)$. ¿Cuál sería su vértice?
48. Calcular m para que la parábola $y=x^2+mx+10$ tenga el vértice en el punto $V(3,1)$. ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?
49. ¿Cuánto debe valer k para que la parábola $y=4x^2-20x+k$ tenga un solo punto de corte con el eje de abscisas? ¿Para qué valores de k no cortará al eje x ?
50. La parábola $y=ax^2+bx+c$ pasa por el origen de coordenadas. ¿Cuánto valdrá c ? Si además sabemos que pasa por los puntos $(1,3)$ y $(4,6)$, ¿cómo calcularíamos a y b ? Hallar a y b y representar la parábola.
51. Una parábola corta al eje de abscisas en los puntos $x=1$ y $x=5$. La ordenada del vértice es $y=-2$. ¿Cuál es su ecuación?
52. Calcular la expresión de una función cuadrática cuya intersección con el eje x son los puntos $(2,0)$ y $(3,0)$
53. a) Una parábola tiene su vértice en el punto $V(1,1)$ y pasa por $P(0,2)$. Hallar su ecuación. (Sol: $y=x^2-2x+2$)
 b) Ídem para la parábola de vértice $V(-2,3)$ que pasa por $P(1,-3)$ (Sol: $y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{8}{3}x-\frac{1}{3}$)
54. En cada apartado, representar las parábolas sobre los mismos ejes:
- | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\left. \begin{array}{l} \text{a) } y=x^2 \\ y=(x-4)^2 \\ y=(x+5)^2 \end{array} \right\}$ | $\left. \begin{array}{l} \text{b) } y=x^2 \\ y=x^2+4 \\ y=x^2-5 \end{array} \right\}$ | $\text{c) A la vista de lo anterior, ¿cómo sería la parábola } y=(x-4)^2+5? \text{ ¿Cuál es su vértice?}$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
55. La longitud de la circunferencia y el área del círculo se expresan en función del radio. ¿Qué tipo de funciones son? Dibujar las gráficas sobre unos mismos ejes cartesianos. ¿Para qué valor del radio coinciden numéricamente la longitud y el área?
56. Con un listón de madera de 4 m de largo queremos fabricar un marco para un cuadro.
- a) Indicar la expresión analítica de la función "Superficie" en función de la longitud x de la base.
- b) Representar gráficamente la función anterior.
- c) A la vista de la gráfica, ¿para qué valor de la base se obtiene la superficie máxima? ¿Cuánto vale dicha superficie? Interpretar el resultado.
57.  Con 100 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared de 60 metros de largo, como indica la figura.

- a) Llamando x a uno de los lados contiguos al muro (ver fig.), expresar los otros dos lados en función de x
- b) Obtener la función que expresa el área del recinto en función de x .
- c) Representar la función anterior.
- d) ¿Cuándo se hace máxima el área del recinto? ¿Cuánto vale dicha área?

58. Un labrador tiene 72 m de valla para hacer un corral de gallinas de forma rectangular. ¿Cómo cambiará el área del corral al variar la longitud x de uno de los lados? Representar gráficamente la función anterior.