

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

Ecuaciones y sistemas:

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado: **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $2(x^2 + 2x - 3) - \frac{7}{2}x = 3$

b) $\frac{x(x-3)}{2} - \frac{5x-1}{4} = \frac{x^2+2}{3} - \frac{x+5}{2}$

2. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método que consideres más adecuado: **(1 punto)**

$$\left. \begin{aligned} \frac{3x-y}{2} - 2x &= \frac{-x-y}{3} - 1 \\ -x+y &= 2 \end{aligned} \right\}$$

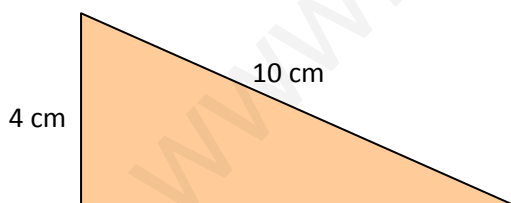
Problemas:

3. Se han consumido las $\frac{5}{7}$ partes de un bidón. Reponemos 8 litros y queda lleno en sus $\frac{2}{5}$ partes. Calcula la capacidad del bidón. **(1 punto)**
4. Una persona tiene en su caja fuerte 3950 euros en billetes de 20 euros y de 50 euros. Sabe que en total tiene 100 billetes. ¿Cuántos billetes de cada clase hay? **(1 punto)**

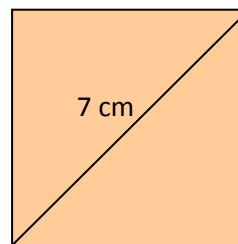
Geometría:

5. Juan y María navegan sobre una barca de lona en una piscina de 50 metros de largo y 14 metros de ancho. Quieren que la barca recorra la mayor distancia posible sin cambiar de dirección. ¿Cuál es esa distancia? **(1 punto)**
6. Halla el área de las figuras siguientes. **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

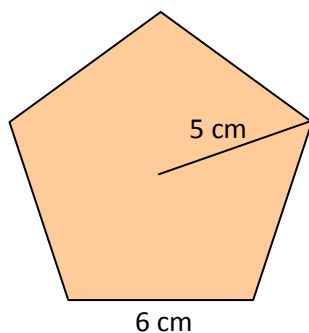
a)



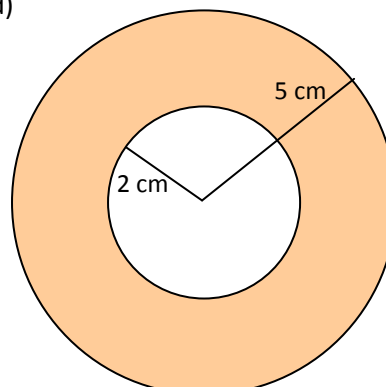
b)



c)



d)



Soluciones:

1. a) $2(x^2 + 2x - 3) - \frac{7}{2}x = 3 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 6 - \frac{7}{2}x = 3 \Rightarrow 4x^2 + 8x - 12 - 7x = 6 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4x^2 + x - 18 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-18)}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 288}}{8} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{8} = \frac{-1 \pm 17}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{16}{8} = 2 \\ x_2 = \frac{-18}{8} = \frac{-9}{4} \end{cases}$$

b) $\frac{x(x-3)}{2} - \frac{5x-1}{4} = \frac{x^2+2}{3} - \frac{x+5}{2} \Rightarrow \frac{x^2-3x}{2} - \frac{5x-1}{4} = \frac{x^2+2}{3} - \frac{x+5}{2} \Rightarrow$

$$6(x^2 - 3x) - 3(5x - 1) = 4(x^2 + 2) - 6(x + 5) \Rightarrow$$

$$6x^2 - 18x - 15x + 3 = 4x^2 + 8 - 6x - 30 \Rightarrow 2x^2 - 27x + 25 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{27 \pm \sqrt{(-27)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 25}}{2 \cdot 2} = \frac{27 \pm \sqrt{729 - 200}}{4} = \frac{27 \pm \sqrt{529}}{4} =$$

$$= \frac{27 \pm 23}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{50}{4} = \frac{25}{2} \\ x_2 = \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$$

2. $\left. \begin{aligned} \frac{3x-y}{2} - 2x &= \frac{-x-y}{3} - 1 \\ -x+y &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 3(3x-y) - 12x &= 2(-x-y) - 6 \\ -x+y &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} 9x - 3y - 12x &= -2x - 2y - 6 \\ -x + y &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} -x - y &= -6 \\ -x + y &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Sumando ahora ambas ecuaciones (método de reducción), se tiene $-2x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} \Rightarrow x = 2$. Sustituyendo este valor en la segunda ecuación:

$$-2 + y = 2 \Rightarrow y = 2 + 2 \Rightarrow y = 4.$$

3. Llamemos x a la capacidad del bidón. Entonces, si se han consumido las $\frac{5}{7}$ partes, quedan en el bidón $\frac{2}{7}$ partes.

Luego reponemos 8 litros y queda lleno en sus $\frac{2}{5}$ partes. Esto se puede mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{2}{7}x + 8 = \frac{2}{5}x$$

Multiplicando por 35 todos los términos y despejando:

$$10x + 280 = 14x \Rightarrow 10x - 14x = -280 \Rightarrow -4x = -280 \Rightarrow x = \frac{-280}{-4} \Rightarrow x = 70.$$

Por tanto, la capacidad del bidón es de 70 litros.

4. Llamemos x al número de billetes de 20 euros y llamemos y al número de billetes de 50 euros. Entonces, según el enunciado:
- $$\left. \begin{array}{l} 20x + 50y = 3950 \\ x + y = 100 \end{array} \right\} \text{Despejando } x \text{ de la segunda ecuación: } x = 100 - y. \text{ Sustituyendo este valor}$$

en la primera ecuación:

$$20(100 - y) + 50y = 3950 \Rightarrow 2000 - 20y + 50y = 3950 \Rightarrow 30y = 3950 - 2000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30y = 1950 \Rightarrow y = \frac{1950}{30} \Rightarrow y = 65. \text{ Sustituyendo ahora en } x = 100 - y \text{ tenemos } x = 100 - 65 \Rightarrow x = 35.$$

Por tanto, hay 35 billetes de 20 euros y 65 billetes de 50 euros.

5. La distancia máxima que puede recorrer la barca sin cambiar de dirección es la diagonal d del rectángulo. Apliquemos el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 50^2 + 14^2 \Rightarrow d^2 = 2500 + 196 \Rightarrow d^2 = 2696 \Rightarrow d = \sqrt{2696} \Rightarrow d = 51,92 \text{ metros.}$$

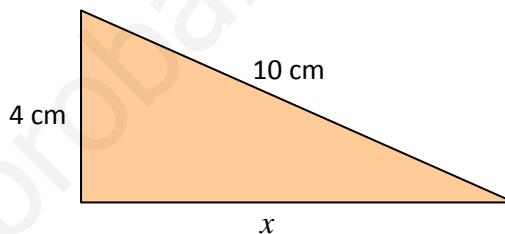
6. a) Hallemos la base x utilizando el teorema de Pitágoras:

$$10^2 = 4^2 + x^2 \Rightarrow 100 = 16 + x^2 \Rightarrow x^2 = 100 - 16$$

$$\Rightarrow x^2 = 84 \Rightarrow x = \sqrt{84} = 9,165 \text{ cm.}$$

Por tanto el área del triángulo es

$$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{9,165 \cdot 4}{2} = 18,33 \text{ cm}^2.$$

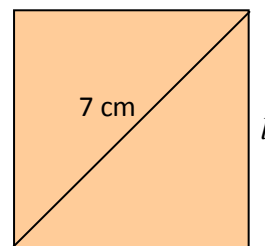


- b) El lado l del cuadrado lo hallaremos utilizando el teorema de Pitágoras:

$$l^2 + l^2 = 7^2 \Rightarrow 2l^2 = 49 \Rightarrow l^2 = \frac{49}{2}$$

$$\Rightarrow l^2 = 24,5 \Rightarrow l = \sqrt{24,5} = 4,95 \text{ cm.}$$

Por tanto el área del cuadrado es $A = l^2 = 24,5 \text{ cm}^2$.



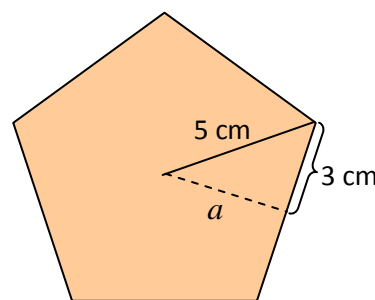
- c) La apotema a del pentágono se puede hallar mediante el teorema de Pitágoras:

$$5^2 = a^2 + 3^2 \Rightarrow 25 = a^2 + 9 \Rightarrow a^2 = 25 - 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4 \text{ cm.}$$

Entonces el área del pentágono es:

$$A = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{30 \cdot 4}{2} = 60 \text{ cm}^2.$$



- d) El área de la corona circular es: $A = \pi R^2 - \pi r^2$, donde R es el radio mayor y r es el radio menor. Por tanto:

$$A = \pi 5^2 - \pi 2^2 = 25\pi - 4\pi = 21\pi = 65,97 \text{ cm}^2.$$

