

Igualdades notables. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones.

1. Desarrolla las siguientes expresiones utilizando las igualdades notables (cuadrado de una suma, cuadrado de una diferencia y suma por diferencia) **(1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $(2x^2 + 3y^3)^2$

b) $(3a - 4b^2)^2$

c) $(2x^2 + y^3) \cdot (2x^2 - y^3)$

2. Simplifica la siguiente fracción algebraica extrayendo factor común y utilizando las igualdades notables **(0.5 puntos)**

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^3 - 4x}$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $7 - (8 - x) + 2(4 - 3x) - 3(3x - 7) = 0$ **(1 punto)**

b) $\frac{2-3x}{2} - \frac{2+5x}{4} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+11}{3}$ **(1 punto)**

4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado

a) $\frac{2}{5}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0$ **(1 punto)**

b) $\frac{x(x-1)}{2} - \frac{3x-2}{4} = \frac{x^2+2}{6} - \frac{x+1}{3}$ **(1 punto)**

5. Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado sin utilizar la fórmula
(1 punto):

$$(x + 1)(x - 1) = 2(x^2 - 13)$$

6. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de sustitución **(1 punto):**

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 4y = -5 \\ 4x - y = 2 \end{array} \right\}$$

7. Si al doble de un número le restamos 6 unidades obtenemos su mitad.
¿Cuál es ese número? **(1 punto)**

8. Un deportista ha comprado 3 camisetas y 4 pantalones. Las camisetas cuestan 12 € más que los pantalones. Si en total se ha gastado 176 €, ¿cuánto le cuesta cada prenda? **(1 punto)**

Igualdades notables. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones.

1. Desarrolla las siguientes expresiones utilizando las igualdades notables (cuadrado de una suma, cuadrado de una diferencia y suma por diferencia) (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } (2x^2 + 3y^3)^2 &= (2x^2)^2 + (3y^3)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot 3y^3 = \\ &= 4x^4 + 9y^6 + 12x^2y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (3a - 4b^2)^2 &= (3a)^2 + (4b^2)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4b^2 = \\ &= 9a^2 + 16b^4 - 24ab^2 \end{aligned}$$

$$\text{c) } (2x^2 + y^3) \cdot (2x^2 - y^3) = (2x^2)^2 - (y^3)^2 = 4x^4 - y^6$$

2. Simplifica la siguiente fracción algebraica extrayendo factor común y utilizando las igualdades notables (0.5 puntos)

$$\begin{aligned} &\frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^3 - 4x} \\ &= \frac{\cancel{x} (x^2 - 4x + 4)}{\cancel{x} (x^2 - 4)} = \\ &= \frac{(x-2)^2}{(x+2)(\cancel{x-2})} = \frac{x-2}{x+2} \end{aligned}$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $7 - (8 - x) + 2(4 - 3x) - 3(3x - 7) = 0$ (1 punto)

$$7 - 8 + x + 8 - 6x - 9x + 21 = 0$$

$$-14x + 28 = 0$$

$$-14x = -28$$

$$x = \frac{-28}{-14}$$

$$x = 2$$

b) $\frac{2-3x}{2} - \frac{2+5x}{4} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+11}{3}$ (1 punto)

$$2 = 2$$

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$3 = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 = 2 \\ 4 = 2^2 \\ 6 = 2 \cdot 3 \\ 3 = 3 \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(2, 4, 6, 3) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{6(2-3x)}{12} - \frac{3(2+5x)}{12} = \frac{2(5x-4)}{12} - \frac{4(7x+11)}{12}$$

$$\frac{6(2-3x) - 3(2+5x)}{12} = \frac{2(5x-4) - 4(7x+11)}{12}$$

$$12 - 18x - 6 - 15x = 10x - 8 - 28x - 44$$

$$-33x + 6 = -18x - 52$$

$$-33x + 18x = -52 - 6$$

$$-15x = -58$$

$$x = 58/15$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado

a) $\frac{2}{5}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0$ (1 punto)

$$\left. \begin{array}{l} 5 = 5 \\ 2 = 2 \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(5, 2) = 5 \cdot 2 = 10$$

$$\frac{2 \cdot 2x^2}{10} + \frac{10 \cdot 2x}{10} + \frac{5 \cdot 5}{10} = \frac{10 \cdot 0}{10}$$

$$\frac{2 \cdot 2x^2 + 10 \cdot 2x + 5 \cdot 5}{10} = \frac{0}{10}$$

$$4x^2 + 20x + 25 = 0$$

$$x = \frac{-20 \pm \sqrt{(20)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 25}}{2 \cdot 4} =$$

$$= \frac{-20 \pm \sqrt{400 - 400}}{8} = \frac{-20 \pm \sqrt{0}}{8} =$$

$$= \frac{-20 \pm 0}{8} = \frac{-20}{8} = -\frac{5}{2}$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

$$b) \frac{x(x-1)}{2} - \frac{3x-2}{4} = \frac{x^2+2}{6} - \frac{x+1}{3} \quad (1 \text{ punto})$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 = 2 \\ 4 = 2^2 \\ 6 = 2 \cdot 3 \\ 3 = 3 \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(2, 4, 6, 3) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{6x(x-1)}{12} - \frac{3(3x-2)}{12} = \frac{2(x^2+2)}{12} - \frac{4(x+1)}{12}$$

$$\frac{6x(x-1) - 3(3x-2)}{12} = \frac{2(x^2+2) - 4(x+1)}{12}$$

$$6x^2 - 6x - 9x + 6 = 2x^2 + 4 - 4x - 4$$

$$6x^2 - 15x + 6 = 2x^2 - 4x$$

$$6x^2 - 15x + 6 - 2x^2 + 4x = 0$$

$$4x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6}}{2 \cdot 4} =$$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{8} = \frac{11 \pm \sqrt{25}}{8} = \frac{11 \pm 5}{8}$$

$$x_1 = \frac{11+5}{8} = \frac{16}{8} = 2 \rightarrow x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{11-5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \rightarrow x_2 = \frac{3}{4}$$

5. Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado sin utilizar la fórmula
(1 punto):

$$(x + 1)(x - 1) = 2(x^2 - 13)$$

$$x^2 - 1^2 = 2x^2 - 26$$

$$x^2 - 1 = 2x^2 - 26$$

$$x^2 - 2x^2 = -26 + 1$$

$$-x^2 = -25$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25} \rightarrow x = \pm 5$$

6. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de sustitución (1 punto):

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 4y = -5 \\ 4x - y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow -y = 2 - 4x \rightarrow y = 4x - 2$$

$$3x - 4(4x - 2) = -5$$

$$3x - 16x + 8 = -5$$

$$-13x = -5 - 8$$

$$-13x = -13$$

$$x = \frac{-13}{-13} \rightarrow x = 1$$

$$y = 4x - 2 = 4 \cdot 1 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$y = 2$$

7. Si al doble de un número le restamos 6 unidades obtenemos su mitad.
¿Cuál es ese número? (1 punto)

x = el número que nos piden

$$2x - 6 = \frac{x}{2}$$

$$2(2x - 6) = x$$

$$4x - 12 = x$$

$$4x - x = 12$$

$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3} \rightarrow x = 4$$

El número que nos piden es el 4

8. Un deportista ha comprado 3 camisetas y 4 pantalones. Las camisetas cuestan 12 € más que los pantalones. Si en total se ha gastado 176 €, ¿cuánto le cuesta cada prenda? (1 punto)

x = precio de un pantalón

$x + 12$ = precio de una camiseta

$$3(x + 12) + 4x = 176$$

$$3x + 36 + 4x = 176$$

$$7x = 176 - 36$$

$$7x = 140 \rightarrow x = \frac{140}{7} = 20 \text{ €}$$

$$x + 12 = 20 + 12 = 32 \text{ €}$$

Cada camiseta cuesta 32 € y cada pantalón cuesta 20 €