

1. Dados los polinomios $P(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1$, $Q(x) = 3x^2 + x - 1$, $R(x) = 2x^2 + x + 1$, efectúa las siguientes operaciones **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $P(x) [Q(x) - R(x)]$ (Reduce términos semejantes y ordena el resultado)

b) $P(x) : R(x)$ (indica cuál es el cociente y cuál es el resto de la división)

2. Desarrolla las siguientes expresiones utilizando las igualdades notables y simplifica el resultado **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**

a) $(x^2y + y^2x)^2$

b) $(5b - 4ab^2)^2$

3. Realiza la siguiente división utilizando la regla de Ruffini. Escribe el resultado de la forma Dividendo = divisor x Cociente + Resto **(0.5 puntos)**

$$(-3x^4 + x^5 - 5 + 2x^2) : (x + 2)$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $3(2 + x) - 21 = 2 - \frac{x+3}{2}$ **(1 punto)**

b) $\frac{2-3x}{2} - \frac{2+5x}{6} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+11}{3}$ **(1 punto)**

5. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula:

a) $(x + 1)(x - 1) = 2(x^2 - 13)$ **(1 punto)**

b) $\frac{x}{2} + 2x^2 = -x(x - 1)$ **(1 punto)**

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado

a) $\frac{2}{5}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0$ **(1 punto)**

b) $\frac{x(x-1)}{2} - \frac{3x-2}{6} = \frac{x^2+2}{6} - \frac{x+1}{3}$ **(1 punto)**

Solución

1. Dados los polinomios $P(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1$, $Q(x) = 3x^2 + x - 1$, $R(x) = 2x^2 + x + 1$, efectúa las siguientes operaciones (**2 puntos; 1 punto por apartado**)

a) $P(x) [Q(x) - R(x)]$ (Reduce términos semejantes y ordena el resultado)

$$\begin{aligned} & (2x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1) \cdot [(3x^2 + x - 1) - (2x^2 + x + 1)] = \\ & = (2x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1) \cdot (3x^2 + x - 1 - 2x^2 - x - 1) = \\ & = (2x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1) \cdot (x^2 - 2) = \\ & = 2x^6 - x^5 + 2x^4 - x^3 + x^2 - 4x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 2x - 2 = \\ & = 2x^6 - x^5 - 2x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x - 2 \end{aligned}$$

b) $P(x) : R(x)$ (indica cuál es el cociente y cuál es el resto de la división)

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^4} - x^3 + 2x^2 - x + 1 \\ - \cancel{2x^4} - x^3 - x^2 \\ \hline - 2x^3 + x^2 - \cancel{x} + 1 \\ + \cancel{2x^3} + x^2 + \cancel{x} \\ \hline 2x^2 + 1 \\ - 2x^2 - x - 1 \\ \hline \underbrace{-x} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x^2 + x + 1 \\ \hline x^2 - x + 1 \end{array}$$

$$C(x) = x^2 - x + 1$$

$$R(x) = -x$$

2. Desarrolla las siguientes expresiones utilizando las igualdades notables y simplifica el resultado (1 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } (x^2y + y^2x)^2 &= (x^2y)^2 + (y^2x)^2 + 2 \cdot x^2y \cdot y^2x = \\ &= x^4y^2 + y^4x^2 + 2x^3y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (5b - 4ab^2)^2 &= (5b)^2 + (4ab^2)^2 - 2 \cdot 5b \cdot 4ab^2 = \\ &= 25b^2 + 16a^2b^4 - 40ab^3 \end{aligned}$$

3. Realiza la siguiente división utilizando la regla de Ruffini. Escribe el resultado de la forma Dividendo = divisor x Cociente + Resto (0.5 puntos)

$$(-3x^4 + x^5 - 5 + 2x^2) : (x + 2)$$

$$-3x^4 + x^5 - 5 + 2x^2 = x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 5$$

	1	-3	0	2	0	-5
-2		-2	+10	-20	+36	-72
	1	-5	+10	-18	+36	-77

$$(x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 5) = (x + 2) \cdot (x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 18x + 36) - 77$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $3(2+x) - 21 = 2 - \frac{x+3}{4}$ (1 punto)

$$\frac{12(2+x)}{4} - \frac{84}{4} = \frac{8}{4} - \frac{x+3}{4}$$

$$\frac{24 + 12x - 84}{4} = \frac{8 - (x+3)}{4}$$

$$12x - 60 = 8 - x - 3$$

$$12x - 60 = 5 - x$$

$$12x + x = 5 + 60$$

$$13x = 65$$

$$x = \frac{65}{13}$$

$$x = 5$$

$$b) \frac{2-3x}{2} - \frac{2+5x}{4} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+11}{3} \quad (1 \text{ punto})$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 = 2 \\ 4 = 2^2 \\ 6 = 2 \cdot 3 \\ 3 = 3 \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(2, 4, 6, 3) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{6(2-3x)}{12} - \frac{3(2+5x)}{12} = \frac{2(5x-4)}{12} - \frac{4(7x+11)}{12}$$

$$\frac{6(2-3x) - 3(2+5x)}{12} = \frac{2(5x-4) - 4(7x+11)}{12}$$

$$12 - 18x - 6 - 15x = 10x - 8 - 28x - 44$$

$$6 - 33x = -18x - 52$$

$$-33x + 18x = -52 - 6$$

$$-15x = -58$$

$$x = \frac{-58}{-15}$$

$$x = \frac{58}{15}$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula:

a) $(x + 1)(x - 1) = 2(x^2 - 13)$ (1 punto)

$$x^2 - 1^2 = 2x^2 - 26$$

$$x^2 - 1 = 2x^2 - 26$$

$$x^2 - 2x^2 = -26 + 1$$

$$-x^2 = -25$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

b) $\frac{x}{2} + 2x^2 = -x(x - 1)$ (1 punto)

$$\frac{x}{2} + \frac{4x^2}{2} = \frac{-2x(x - 1)}{2}$$

$$\frac{x + 4x^2}{2} = \frac{-2x^2 + 2x}{2}$$

$$x + 4x^2 + 2x^2 - 2x = 0$$

$$6x^2 - x = 0$$

$$x(6x - 1) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ 6x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{6} \end{array} \right.$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado

a) $\frac{2}{5}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0$ (1 punto)

$$\left. \begin{array}{l} 5 = 5 \\ 2 = 2 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (5, 2) = 5 \cdot 2 = 10$$

$$\frac{4x^2}{10} + \frac{20x}{10} + \frac{25}{10} = \frac{0}{10}$$

$$\frac{4x^2 + 20x + 25}{10} = \frac{0}{10}$$

$$4x^2 + 20x + 25 = 0$$

$$x = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 4 \cdot 25}}{2 \cdot 4}$$

$$x = \frac{-20 \pm \sqrt{400 - 400}}{8} = \frac{-20 \pm \sqrt{0}}{8} =$$

$$= \frac{-20 \pm 0}{8} = \frac{-20}{8} = \frac{-5}{2}$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

$$b) \frac{x(x-1)}{2} - \frac{3x-2}{4} = \frac{x^2+2}{6} - \frac{x+1}{3} \quad (1 \text{ punto})$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 = 2 \\ 4 = 2^2 \\ 6 = 2 \cdot 3 \\ 3 = 3 \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(2, 4, 6, 3) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{6x(x-1)}{12} - \frac{3(3x-2)}{12} = \frac{2(x^2+2)}{12} - \frac{4(x+1)}{12}$$

$$\frac{6x(x-1) - 3(3x-2)}{12} = \frac{2(x^2+2) - 4(x+1)}{12}$$

$$6x^2 - 6x - 9x + 6 = 2x^2 + 4 - 4x - 4$$

$$6x^2 - 15x + 6 = 2x^2 - 4x$$

$$6x^2 - 15x + 6 - 2x^2 + 4x = 0$$

$$4x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6}}{2 \cdot 4} =$$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{8} = \frac{11 \pm \sqrt{25}}{8} = \frac{11 \pm 5}{8} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{11+5}{8} = \frac{16}{8} = 2 \quad \boxed{x_1 = 2} \\ x_2 = \frac{11-5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \boxed{x_2 = \frac{3}{4}} \end{array} \right.$$