

Polinomios. Igualdades notables

1. Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios. **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $-2a^2 \cdot 2ab \cdot (-3a^3b^5) \cdot ab$

c) $4xy^3 \cdot (-2x^3y) \cdot 5x^3y$

b) $\frac{42x^5y^4}{7x^2y^3}$

d) $\frac{20a^3b^2c^3}{5a^2bc^3}$

2. Dados los polinomios $P(x) = -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5$ y $Q(x) = -3x^2 + 2x - 4$, efectúa las siguientes operaciones reduciendo términos semejantes y expresando el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $P(x) + Q(x)$

b) $Q(x) - P(x)$

c) $Q(x) \cdot Q(x)$

d) $P(x) - 2 \cdot Q(x)$

3. Realiza la siguiente operación con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(1 punto)**

$$(-2x^3 + x)(x^2 - 3x) - x^3(-2x + x^2 - 3) - (2x^2 + 3)(x - 1)$$

4. Realiza la siguiente división y escribe el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de la misma: **(1 punto)**

$$(-2x^2 - x^4 + 2x - 2) : (-x^2 - x + 2)$$

5. Dado el polinomio $P(x) = -x^4 + 5x^2 + 3x - 5$, hallar los siguientes valores numéricos: **(1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $P(3)$

b) $P(-2)$

c) $P(1) + P(-1)$

6. Extraer el máximo factor común en las siguientes expresiones: **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**

a) $18a^4 + 6a^5 - 12a^3$

b) $4a^3b^3c - 8ab^4c - 12a^4b^5c$

7. Desarrollar aplicando las igualdades notables: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

a) $(2x - 3y)$

b) $(2a + 3b^3)$

c) $(5p^3 + 4q^5) \cdot (5p^3 - 4q^5)$

Solución

1. Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios. (2 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } -2a^2 \cdot 2ab \cdot (-3a^3b^5) \cdot ab &= (-2) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot a^{2+1+3+1} \cdot b^{1+5+1} \\ &= \underline{\underline{12a^7b^7}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{42x^5y^4}{7x^2y^3} = \frac{42}{7} x^{5-2} \cdot y^{4-3} = 6x^3y^1 = \underline{\underline{6x^3y}}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 4xy^3 \cdot (-2x^3y) \cdot 5x^3y &= 4 \cdot (-2) \cdot 5 \cdot x^{1+3+3} y^{3+1+1} \\ &= \underline{\underline{-40x^7y^5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{20a^3b^2c^3}{5a^2bc^3} &= \frac{20}{5} \cdot a^{3-2} \cdot b^{2-1} \cdot c^{3-3} \\ &= 4 \cdot a^1 \cdot b^1 \cdot c^0 = 4 \cdot a \cdot b \cdot 1 = \underline{\underline{4ab}} \end{aligned}$$

2. Dados los polinomios $P(x) = -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5$ y $Q(x) = -3x^2 + 2x - 4$, efectúa las siguientes operaciones reduciendo términos semejantes y expresando el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: (2 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$\text{a) } P(x) + Q(x) =$$

$$\begin{aligned} &= (-3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5) + (-3x^2 + 2x - 4) = \\ &= -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 3x^2 - 7x + 2x - 5 - 4 = \\ &= -3x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x - 9 \end{aligned}$$

$$\text{b) } Q(x) - P(x) =$$

$$\begin{aligned} &= -3x^2 + 2x - 4 - (-3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5) = \\ &= -3x^2 + 2x - 4 + 3x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 7x + 5 = \\ &= 3x^4 - 2x^3 - \cancel{3x^2} + 3x^2 + 2x + 7x - 4 + 5 = \\ &= 3x^4 - 2x^3 + 9x + 1 \end{aligned}$$

$$\text{c) } Q(x) \cdot Q(x)$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ \hline \\ \\ \hline 9x^4 \\ -6x^3 \\ +12x^2 \\ \hline 9x^4 - 12x^3 + 28x^2 - 16x + 16 \end{array}$$

$$d) P(x) - 2 \cdot Q(x) =$$

$$\begin{aligned}
 &= (-3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5) - 2 \cdot (-3x^2 + 2x - 4) = \\
 &= -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 7x - 5 + 6x^2 - 4x + 8 = \\
 &= -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 6x^2 - 7x - 4x - 5 + 8 = \\
 &= -3x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 11x + 3.
 \end{aligned}$$

3. Realiza la siguiente operación con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(1 punto)**

$$\begin{aligned}
 &(-2x^3 + x)(x^2 - 3x) - x^3(-2x + x^2 - 3) - (2x^2 + 3)(x - 1) = \\
 &= -2x^5 + 6x^4 + x^3 - 3x^2 - (-2x^4 + x^5 - 3x^3) - (2x^3 - 2x^2 + 3x - 3) = \\
 &= -2x^5 + 6x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x^4 - x^5 + 3x^3 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + 3 = \\
 &= -2x^5 - x^5 + 6x^4 + 2x^4 + x^3 + 3x^3 - 2x^3 - 3x^2 + 2x^2 - 3x + 3 = \\
 &= -3x^5 + 8x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x + 3
 \end{aligned}$$

4. Realiza la siguiente división y escribe el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de la misma: (1 punto)

$$(-2x^2 - x^4 + 2x - 2) : (-x^2 - x + 2)$$

$$-2x^2 - x^4 + 2x - 2 = -x^4 - 2x^2 + 2x - 2$$

$$\begin{array}{r}
 \cancel{-x^4} + x^3 - 2x^2 + 2x - 2 \quad \left| \begin{array}{l} -x^2 - x + 2 \\ \hline x^2 - x + 5 \end{array} \right. \\
 \hline
 \cancel{-x^3} - 4x^2 + 2x - 2 \\
 \hline
 \phantom{\cancel{-x^3}} - 5x^2 + 4x - 2 \\
 \phantom{\cancel{-x^3}} + 5x^2 + 5x - 10 \\
 \hline
 \phantom{\cancel{-x^3}} 9x - 12.
 \end{array}$$

$$C(x) = x^2 - x + 5$$

$$R(x) = 9x - 12$$

5. Dado el polinomio $P(x) = -x^4 + 5x^2 + 3x - 5$, hallar los siguientes valores numéricos: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$a) P(3) = -3^4 + 5 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 - 5 = -81 + 45 + 9 - 5 = \underline{\underline{-32}}$$

$$\begin{aligned}
 b) P(-2) &= -(-2)^4 + 5(-2)^2 + 3(-2) - 5 = -16 + 5 \cdot 4 - 6 - 5 = \\
 &= -16 + 20 - 11 = \underline{\underline{-7}}
 \end{aligned}$$

c) $P(1) + P(-1)$

$$P(1) = -1^4 + 5 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 5 = -1 + 5 + 3 - 5 = 2$$

$$P(-1) = -(-1)^4 + 5(-1)^2 + 3(-1) - 5 =$$

$$= -1 + 5 \cdot 1 - 3 - 5 = -1 + 5 - 3 - 5 = -4$$

$$P(1) + P(-1) = 2 + (-4) = 2 - 4 = \underline{\underline{-2}}$$

6. Extraer el máximo factor común en las siguientes expresiones: (1 punto; 0.5 puntos por apartado)

$$\text{a) } 18a^4 + 6a^5 - 12a^3 = 6a^3(3a + a^2 - 2) =$$

$$= 6a^3(a^2 + 3a - 2)$$

$$\text{b) } 4a^3b^3c - 8a^2b^4c^2 - 12a^4b^5c = 4a^2b^3c(a - 2bc - 3a^2b^2)$$

7. Desarrollar aplicando las igualdades notables: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$\text{a) } (2x^2 - 3y)^2 = (2x^2)^2 + (3y)^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot 3y =$$

$$= 4x^4 + 9y^2 - 12x^2y$$

$$\text{b) } (2a^2 + 3b^3)^2 = (2a^2)^2 + (3b^3)^2 + 2 \cdot 2a^2 \cdot 3b^3 =$$

$$= 4a^4 + 9b^6 + 12a^2b^3$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (5p^3 + 4q^5) \cdot (5p^3 - 4q^5) &= (5p^3)^2 - (4q^5)^2 \\ &= 25p^6 - 16q^{10} \end{aligned}$$