Polinomios. Igualdades notables

1. Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios. **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $7x \cdot 2xy \cdot (-3xy^5) \cdot xy$

b) $\frac{21x^2y^3}{7xy^2}$

c) $2x^2y \cdot (-3xy^2) \cdot 4xy$

d) $\frac{12xy^2z^3}{3xyz^2}$

2. Dados los polinomios $P(x) = 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6$ y $Q(x) = 2x^2 - x + 3$, efectúa las siguientes operaciones reduciendo términos semejantes y expresando el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $P(x) + Q(x)$

b) $P(x) - Q(x)$

c) $Q(x) \cdot Q(x)$

d) $Q(x) - 2 \cdot P(x)$

3. Realiza la siguiente operación con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(1 punto)**

$(-3x^2 - 2)(1 - 2x) - x(6x - x^2 + 1) - (x + 1)(x - 2)$

4. Realiza la siguiente división y escribe el cociente C(x) y el resto R(x) de la misma: **(1 punto)**

$(x^3 - x^5 + 2x - 2) : (x^3 - 2x^2 + 1)$

5. Dado el polinomio $P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 4x - 1$, hallar los siguientes valores numéricos: **(1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) P(3)

b) P(-2)

c) P(1) + P(-1)

6. Extraer el máximo factor común en las siguientes expresiones: **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**

a) $4x^3 + 8x^4 - 6x^2$

b) $3x^3y^2 - 6x^4y^2 + 15x^2y$

7. Desarrollar aplicando las igualdades notables: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

a) $(3a^2 - 2b)^2$

b) $(4x^3 + 2x^2)^2$

c) $(3m^2 + 4n^3) \cdot (3m^2 - 4n^3)$

Solución

1. Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios. **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $7x \cdot 2xy \cdot (-3xy^5) \cdot xy = [7 \cdot 2 \cdot (-3)] \cdot x^4 y^7 = \underline{\underline{-42x^4y^7}}$

b) $\frac{21x^2y^3}{7xy^2} = \frac{21}{7} x^{2-1} \cdot y^{3-2} = \underline{\underline{3xy}}$

c) $2x^2y \cdot (-3xy^2) \cdot 4xy = 2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot x^4 \cdot y^4 = \underline{\underline{-24x^4y^4}}$

d) $\frac{12xy^2z^3}{3xyz^2} = \frac{12}{3} x^{1-1} y^{2-1} z^{3-2} = 4x^0y^1z^1 = \underline{\underline{4yz}}$

2. Dados los polinomios $P(x) = 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6$ y $Q(x) = 2x^2 - x + 3$, efectúa las siguientes operaciones reduciendo términos semejantes y expresando el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $P(x) + Q(x) =$

$= 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6 + (2x^2 - x + 3) =$

$= 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x^2 + 8x - x - 6 + 3 =$

$= 6x^4 + x^3 + 5x^2 + 7x - 3$

b) P(x) – Q(x) =

$= 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6 - (2x^2 - x + 3) =$

$= 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6 - 2x^2 + x - 3 =$

$= 6x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x^2 + 8x + x - 6 - 3 =$

$= 6x^4 + x^3 + x^2 + 9x - 9$

c) Q(x) · Q(x)

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & 2x^2 & -x & +3 \\
 & & 2x^2 & -x & +3 \\
\hline
 & & 6x^2 & -3x & +9 \\
 & -2x^3 & +x^2 & -3x & \\
4x^4 & -2x^3 & +6x^2 & & \\
\hline
4x^4 & -4x^3 & +13x^2 & -6x & +9
\end{array}$$

d) Q(x) – 2 · P(x) =

$= 2x^2 - x + 3 - 2(6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6) =$

$= 2x^2 - x + 3 - 12x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 16x + 12 =$

$= -12x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 6x^2 - x - 16x + 3 + 12 =$

$= -12x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 17x + 15$

3. Realiza la siguiente operación con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(1 punto)**

$(-3x^2 - 2)(1 - 2x) - x(6x - x^2 + 1) - (x + 1)(x - 2) =$

$= -3x^2 - 2 + 6x^3 + 4x - 6x^2 + x^3 - x - (x^2 - 2x + x - 2) =$

$= 6x^3 + x^3 - 3x^2 - 6x^2 + 4x - x - 2 - (x^2 - x - 2) =$

$= 7x^3 - 9x^2 + 3x - 2 - x^2 + x + 2 =$

$= 7x^3 - 9x^2 - x^2 + 3x + x - 2 + 2 =$

$= 7x^3 - 10x^2 + 4x$

4. Realiza la siguiente división y escribe el cociente C(x) y el resto R(x) de la misma: **(1 punto)**

$(x^3 - x^5 + 2x - 2) : (x^3 - 2x^2 + 1)$

$x^3 - x^5 + 2x - 2 = -x^5 + x^3 + 2x - 2$

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
-\cancel{x^5} & & +x^3 & & +2x & -2 & x^3 - 2x^2 + 1 \\
\cancel{+x^5} & -2x^4 & & +x^2 & & & \hline -x^2 - 2x - 3 \\
\hline
 & -\cancel{2x^4} & +x^3 & +x^2 & +2x & -2 & \\
 & +\cancel{2x^4} & -4x^3 & & +2x & & \\
\hline
 & & -\cancel{3x^3} & +x^2 & +4x & -2 & \\
 & & \cancel{3x^3} & -6x^2 & & +3 & \\
\hline
 & & & -5x^2 & +4x & +1 &
\end{array}
$$

$C(x) = -x^2 - 2x - 3$; $R(x) = -5x^2 + 4x + 1$

5. Dado el polinomio $P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 4x - 1$, hallar los siguientes valores numéricos: **(1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $P(3) = -2\cdot 3^3 + 4\cdot 3^2 + 4\cdot 3 - 1 =$

$= -2\cdot 27 + 4\cdot 9 + 12 - 1 = -54 + 36 + 11 =$

$= -54 + 47 = \underline{\underline{-7}}$

b) $P(-2) = -2\cdot(-2)^3 + 4(-2)^2 + 4(-2) - 1 =$

$= -2\cdot(-8) + 4\cdot 4 - 8 - 1 = +16 + 16 - 9 =$

$= 32 - 9 = \underline{\underline{23}}$

c) P(1) + P(-1)

$P(1) = -2\cdot 1^3 + 4\cdot 1^2 + 4\cdot 1 - 1 =$

$= -2 + 4 + 4 - 1 = 8 - 3 = 5$

$P(-1) = -2(-1)^3 + 4(-1)^2 + 4(-1) - 1 =$

$= -2\cdot(-1) + 4\cdot 1 - 4 - 1 =$

$= 2 + 4 - 4 - 1 = 1$

$P(1) + P(-1) = 5 + 1 = \underline{\underline{6}}$

6. Extraer el máximo factor común en las siguientes expresiones: **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**

a) $4x^3 + 8x^4 - 6x^2$ $= 2x^2(2x + 4x^2 - 3)$

b) $3x^3y^2 - 6x^4y^2 + 15x^2y$ $= 3x^2y(xy - 2x^2y + 5)$

7. Desarrollar aplicando las igualdades notables: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

a) $(3a^2 - 2b)^2$ $= (3a^2)^2 + (2b)^2 - 2 \cdot 3a^2 \cdot 2b =$

$= 9a^4 + 4b^2 - 12a^2b$

b) $(4x^3 + 2x^2)^2$ $= (4x^3)^2 + (2x^2)^2 + 2 \cdot 4x^3 \cdot 2x^2 =$

$= 16x^6 + 4x^4 + 16x^5 = 16x^6 + 16x^5 + 4x^4$

c) $(3m^2 + 4n^3) \cdot (3m^2 - 4n^3)$ $= (3m^2)^2 - (4n^3)^2 =$

$= 9m^4 - 16n^6$