

Polinomios. Igualdades notables

1. Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios. **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $7x \cdot 2xy \cdot (-3xy^5) \cdot xy$

c) $2x^2y \cdot (-3xy^2) \cdot 4xy$

b) $\frac{21x^2y^3}{7xy^2}$

d) $\frac{12xy^2z^3}{3xyz^2}$

2. Dados los polinomios $P(x) = 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6$ y $Q(x) = 2x^2 - x + 3$, efectúa las siguientes operaciones reduciendo términos semejantes y expresando el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(2 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $P(x) + Q(x)$

b) $P(x) - Q(x)$

c) $Q(x) \cdot Q(x)$

d) $Q(x) - 2 \cdot P(x)$

3. Realiza la siguiente operación con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(1 punto)**

$$(-3x^2 - 2)(1 - 2x) - x(6x - x^2 + 1) - (x + 1)(x - 2)$$

4. Realiza la siguiente división y escribe el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de la misma: **(1 punto)**

$$(x^3 - x^5 + 2x - 2) : (x^3 - 2x^2 + 1)$$

5. Dado el polinomio $P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 4x - 1$, hallar los siguientes valores numéricos: **(1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)**

a) $P(3)$

b) $P(-2)$

c) $P(1) + P(-1)$

6. Extraer el máximo factor común en las siguientes expresiones: **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**

a) $4x^3 + 8x^4 - 6x^2$

b) $3x^3y^2 - 6x^4y^2 + 15x^2y$

7. Desarrollar aplicando las igualdades notables: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

a) $(3a^2 - 2b)^2$

b) $(4x^3 + 2x^2)^2$

c) $(3m^2 + 4n^3) \cdot (3m^2 - 4n^3)$

Solución

1. Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios. (2 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$\text{a) } 7x \cdot 2xy \cdot (-3xy^5) \cdot xy = [7 \cdot 2 \cdot (-3)] \cdot x^4 y^7 = \underline{\underline{-42x^4y^7}}$$

$$\text{b) } \frac{21x^2y^3}{7xy^2} = \frac{21}{7} x^{2-1} \cdot y^{3-2} = \underline{\underline{3xy}}$$

$$\text{c) } 2x^2y \cdot (-3xy^2) \cdot 4xy = 2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot x^4 \cdot y^4 = \underline{\underline{-24x^4y^4}}$$

$$\text{d) } \frac{12xy^2z^3}{3xyz^2} = \frac{12}{3} x^{1-1} y^{2-1} z^{3-2} = 4x^0 y^1 z^1 = \underline{\underline{4yz}}$$

2. Dados los polinomios $P(x) = 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6$ y $Q(x) = 2x^2 - x + 3$, efectúa las siguientes operaciones reduciendo términos semejantes y expresando el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: (2 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } P(x) + Q(x) &= \\ &= 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6 + (2x^2 - x + 3) = \\ &= 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x^2 + 8x - x - 6 + 3 = \\ &= 6x^4 + x^3 + 5x^2 + 7x - 3 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(x) - Q(x) =$$

$$\begin{aligned}
 &= 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6 - (2x^2 - x + 3) = \\
 &= 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6 - 2x^2 + x - 3 = \\
 &= 6x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x^2 + 8x + x - 6 - 3 = \\
 &= 6x^4 + x^3 + x^2 + 9x - 9
 \end{aligned}$$

$$\text{c) } Q(x) \cdot Q(x)$$

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - x + 3 \\
 2x^2 - x + 3 \\
 \hline
 6x^2 - 3x + 9 \\
 -2x^3 + x^2 - 3x \\
 4x^4 - 2x^3 + 6x^2 \\
 \hline
 4x^4 - 4x^3 + 13x^2 - 6x + 9
 \end{array}$$

$$\text{d) } Q(x) - 2 \cdot P(x) =$$

$$\begin{aligned}
 &= 2x^2 - x + 3 - 2(6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6) = \\
 &= 2x^2 - x + 3 - 12x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 16x + 12 = \\
 &= -12x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 6x^2 - x - 16x + 3 + 12 = \\
 &= -12x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 17x + 15
 \end{aligned}$$

3. Realiza la siguiente operación con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado: **(1 punto)**

$$\begin{aligned}
 & (-3x^2 - 2)(1 - 2x) - x(6x - x^2 + 1) - (x + 1)(x - 2) = \\
 & = -3x^2 - 2 + 6x^3 + 4x - 6x^2 + x^3 - x - (x^2 - 2x + x - 2) = \\
 & = 6x^3 + x^3 - 3x^2 - 6x^2 + 4x - x - 2 - (x^2 - x - 2) = \\
 & = 7x^3 - 9x^2 + 3x - 2 - x^2 + x + 2 = \\
 & = 7x^3 - 9x^2 - x^2 + 3x + x - 2 + 2 = \\
 & = 7x^3 - 10x^2 + 4x
 \end{aligned}$$

4. Realiza la siguiente división y escribe el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de la misma: **(1 punto)**

$$(x^3 - x^5 + 2x - 2) : (x^3 - 2x^2 + 1)$$

$$x^3 - x^5 + 2x - 2 = -x^5 + x^3 + 2x - 2$$

$$\begin{array}{r}
 \cancel{-x^5} - 2 \quad \left| \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + 1 \\ \hline -x^2 - 2x - 3 \end{array} \right. \\
 \cancel{+x^5} - 2x^4 \\
 \hline
 -2\cancel{x^4} + x^3 + x^2 + 2x - 2 \\
 + 2\cancel{x^4} - 4x^3 \\
 \hline
 - 3\cancel{x^3} + x^2 + 4x - 2 \\
 + 2\cancel{x^3} - 6x^2 \\
 \hline
 - 5x^2 + 4x + 1
 \end{array}$$

$$C(x) = -x^2 - 2x - 3 \quad ; \quad R(x) = -5x^2 + 4x + 1$$

5. Dado el polinomio $P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 4x - 1$, hallar los siguientes valores numéricos: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } P(3) &= -2 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 - 1 = \\ &= -2 \cdot 27 + 4 \cdot 9 + 12 - 1 = -54 + 36 + 11 = \\ &= -54 + 47 = \underline{\underline{-7}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(-2) &= -2 \cdot (-2)^3 + 4(-2)^2 + 4(-2) - 1 = \\ &= -2 \cdot (-8) + 4 \cdot 4 - 8 - 1 = +16 + 16 - 9 = \\ &= 32 - 9 = \underline{\underline{23}} \end{aligned}$$

c) $P(1) + P(-1)$

$$\begin{aligned} P(1) &= -2 \cdot 1^3 + 4 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - 1 = \\ &= -2 + 4 + 4 - 1 = 8 - 3 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(-1) &= -2(-1)^3 + 4(-1)^2 + 4(-1) - 1 = \\ &= -2 \cdot (-1) + 4 \cdot 1 - 4 - 1 = \\ &= 2 + 4 - 4 - 1 = 1 \end{aligned}$$

$$P(1) + P(-1) = 5 + 1 = \underline{\underline{6}}$$

6. Extraer el máximo factor común en las siguientes expresiones: (1 punto; 0.5 puntos por apartado)

$$a) 4x^3 + 8x^4 - 6x^2 = 2x^2(2x + 4x^2 - 3)$$

$$b) 3x^3y^2 - 6x^4y^2 + 15x^2y = 3x^2y(xy - 2x^2y + 5)$$

7. Desarrollar aplicando las igualdades notables: (1.5 puntos; 0.5 puntos por apartado)

$$a) (3a^2 - 2b)^2 = (3a^2)^2 + (2b)^2 - 2 \cdot 3a^2 \cdot 2b = \\ = 9a^4 + 4b^2 - 12a^2b$$

$$b) (4x^3 + 2x^2)^2 = (4x^3)^2 + (2x^2)^2 + 2 \cdot 4x^3 \cdot 2x^2 = \\ = 16x^6 + 4x^4 + 16x^5 = 16x^6 + 16x^5 + 4x^4$$

$$c) (3m^2 + 4n^3) \cdot (3m^2 - 4n^3) = (3m^2)^2 - (4n^3)^2 = \\ = 9m^4 - 16n^6$$