

## Radicales. Polinomios

**Instrucciones:** en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a)  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} =$

b)  $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt[4]{27}} =$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores en caso de que sea posible. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a)  $(\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{3})^6 =$

b)  $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{9}}} =$

3. Dados los polinomios:

$$P(x) = -2x^4 + x^2 - 3x + 1$$

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 1$$

$$R(x) = -x^2 - 2x + 2$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a)  $P(x) - Q(x) - R(x)$

b)  $Q(x) - 2P(x) + 3R(x)$

c)  $Q(x) \cdot R(x)$

d)  $[R(x) + Q(x)] \cdot P(x)$

4. Realiza la división  $P(x) \div R(x)$ , donde  $P(x)$  y  $R(x)$  son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

5. Realiza la división  $(-3x^6 - x^5 + 2x^3 - x + 3) \div (x + 1)$  utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

6. Halla el valor de  $k$  para que al efectuar la división  $(-3x^3 + x^2 - kx + 3) \div (x + 1)$  el resto sea 0 (división exacta) **(1 punto)**

## Solución

**Instrucciones:** en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: (1 punto; 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{x} \sqrt[3]{x^2} &= \sqrt[6]{x^3} \sqrt[6]{x^4} = \sqrt[6]{x^3 x^4} = \sqrt[6]{x^7} = \\ &= \sqrt[6]{x^{6+1}} = \sqrt[6]{x^6 \cdot x} = \sqrt[6]{x^6} \sqrt[6]{x} = x \sqrt[6]{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt[4]{72}}{\sqrt[4]{27}} &= \frac{\sqrt[4]{72^2}}{\sqrt[4]{27}} = \sqrt[4]{\frac{72^2}{27}} = \sqrt[4]{\frac{(2^3 \cdot 3^2)^2}{3^3}} = \\ &= \sqrt[4]{\frac{(2^3)^2 \cdot (3^2)^2}{3^3}} = \sqrt[4]{\frac{2^6 \cdot 3^4}{3^3}} = \sqrt[4]{2^6 \cdot 3^1} = \\ &= \sqrt[4]{2^6} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{2^{4+2}} \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2} \cdot \sqrt[4]{3} = \\ &= \sqrt[4]{2^4} \sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt[4]{3} = 2 \sqrt[4]{2^2 \cdot 3} = \underline{\underline{2 \sqrt[4]{12}}} \end{aligned}$$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores en caso de que sea posible.

(2 puntos; 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } (\sqrt[4]{2} \sqrt{3})^6 &= (\sqrt[4]{2} \sqrt[4]{3^2})^6 = (\sqrt[4]{2 \cdot 3^2})^6 = (\sqrt{2 \cdot 3^2})^3 \\
 &= (\sqrt{2} \cdot \sqrt{3^2})^3 = (3\sqrt{2})^3 = 3^3 \cdot (\sqrt{2})^3 = 27 \sqrt{2^3} = \\
 &= 27 \sqrt{2^{2+1}} = 27 \sqrt{2^2 \cdot 2} = 27 \sqrt{2^2} \sqrt{2} = \\
 &= 27 \cdot 2 \sqrt{2} = \underline{\underline{54 \sqrt{2}}}
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{9}}} = \sqrt[24]{9} = \sqrt[24]{3^2} = \underline{\underline{\sqrt[12]{3}}}$$

3. Dados los polinomios:

$$P(x) = -2x^4 + x^2 - 3x + 1$$

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 1$$

$$R(x) = -x^2 - 2x + 2$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante (4 puntos; 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(x) - Q(x) - R(x) &= \\
 &= -2x^4 + x^2 - 3x + 1 - (2x^3 + x^2 + 1) - (-x^2 - 2x + 2) = \\
 &= -2x^4 + x^2 - 3x + 1 - 2x^3 - x^2 - 1 + x^2 + 2x - 2 = \\
 &= -2x^4 - 2x^3 + x^2 - \cancel{x^2} - 3x + 2x + \cancel{1} - 2 = \\
 &= -2x^4 - 2x^3 + x^2 - x - 2
 \end{aligned}$$

$$b) Q(x) - 2P(x) + 3R(x) =$$

$$\begin{aligned}
 &= 2x^3 + x^2 + 1 - 2(-2x^4 + x^2 - 3x + 1) + 3(-x^2 - 2x + 2) = \\
 &= 2x^3 + x^2 + 1 + 4x^4 - 2x^2 + 6x - 2 - 3x^2 - 6x + 6 = \\
 &= 4x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^2 - 3x^2 + \cancel{6x} - \cancel{6x} + 1 - 2 + 6 = \\
 &= 4x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 5
 \end{aligned}$$

$$c) Q(x) \cdot R(x)$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{-2x^5} \phantom{-x^4} \phantom{-4x^4} \phantom{-2x^3} \phantom{-x^2} \phantom{-2x} \phantom{+2} \\
 \phantom{-2x^5} \phantom{-x^4} \phantom{-4x^4} \phantom{-2x^3} \phantom{-x^2} \phantom{-2x} \phantom{+2} \\
 \phantom{-2x^5} \phantom{-x^4} \phantom{-4x^4} \phantom{-2x^3} \phantom{-x^2} \phantom{-2x} \phantom{+2} \\
 \hline
 -2x^5 \phantom{-x^4} \phantom{-4x^4} \phantom{-2x^3} \phantom{-x^2} \phantom{-2x} \phantom{+2} \\
 \phantom{-2x^5} -x^4 \phantom{-4x^4} \phantom{-2x^3} \phantom{-x^2} \phantom{-2x} \phantom{+2} \\
 \phantom{-2x^5} \phantom{-x^4} -4x^4 \phantom{-2x^3} \phantom{-x^2} \phantom{-2x} \phantom{+2} \\
 \phantom{-2x^5} \phantom{-x^4} \phantom{-4x^4} -2x^3 \phantom{-x^2} \phantom{-2x} \phantom{+2} \\
 \phantom{-2x^5} \phantom{-x^4} \phantom{-4x^4} \phantom{-2x^3} -x^2 \phantom{-2x} \phantom{+2} \\
 \hline
 -2x^5 - 5x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x + 2
 \end{array}$$

$$d) [R(x) + Q(x)] \cdot P(x) =$$

$$\begin{aligned}
 &= [(-x^2 - 2x + 2) + (2x^3 + x^2 + 1)] \cdot (-2x^4 + x^2 - 3x + 1) = \\
 &= (-x^2 - 2x + 2 + 2x^3 + x^2 + 1) \cdot (-2x^4 + x^2 - 3x + 1) = \\
 &= (2x^3 - x^2 + \cancel{x^2} - 2x + 2 + 1) \cdot (-2x^4 + x^2 - 3x + 1) = \\
 &= (2x^3 - 2x + 3) (-2x^4 + x^2 - 3x + 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{-4x^7} \phantom{+2x^5} \phantom{-6x^4} \phantom{+2x^3} \phantom{+3x^2} \phantom{-9x} \phantom{+3} \\
 \phantom{-4x^7} \phantom{+2x^5} \phantom{-6x^4} \phantom{+2x^3} \phantom{+3x^2} \phantom{-9x} \phantom{+3} \\
 \phantom{-4x^7} \phantom{+2x^5} \phantom{-6x^4} \phantom{+2x^3} \phantom{+3x^2} \phantom{-9x} \phantom{+3} \\
 \hline
 -4x^7 \phantom{+2x^5} \phantom{-6x^4} \phantom{+2x^3} \phantom{+3x^2} \phantom{-9x} \phantom{+3} \\
 \phantom{-4x^7} +4x^5 \phantom{-6x^4} \phantom{+2x^3} \phantom{+3x^2} \phantom{-9x} \phantom{+3} \\
 \phantom{-4x^7} \phantom{+2x^5} -6x^4 \phantom{+2x^3} \phantom{+3x^2} \phantom{-9x} \phantom{+3} \\
 \phantom{-4x^7} \phantom{+2x^5} \phantom{-6x^4} +2x^3 \phantom{+3x^2} \phantom{-9x} \phantom{+3} \\
 \hline
 -4x^7 + 6x^5 - 12x^4 + 9x^2 - 11x + 3
 \end{array}$$

4. Realiza la división  $P(x) \div R(x)$ , donde  $P(x)$  y  $R(x)$  son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto (1 punto)

$$\begin{array}{r}
 \cancel{-2x^4} \quad \quad \quad + x^2 - 3x + 1 \quad \left| \begin{array}{l} -x^2 - 2x + 2 \\ \hline 2x^2 - 4x + 11 \end{array} \right. \\
 + 2x^4 + 4x^3 - 4x^2 \\
 \hline
 4x^3 - 3x^2 - 3x + 1 \\
 - 4x^3 - 8x^2 + 8x \\
 \hline
 - 11x^2 + 5x + 1 \\
 + 11x^2 + 22x - 22 \\
 \hline
 27x - 21
 \end{array}$$

$$C(x) = 2x^2 - 4x + 11$$

$$R(x) = 27x - 21$$

5. Realiza la división  $(-3x^6 - x^5 + 2x^3 - x + 3) \div (x + 1)$  utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto (1 punto)

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr}
 & -3 & -1 & 0 & 2 & 0 & -1 & 3 \\
 -1 & & +3 & -2 & 2 & -4 & 4 & -3 \\
 \hline
 & -3 & +2 & -2 & 4 & -4 & 3 & \boxed{0}
 \end{array}$$

$$C(x) = -3x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 4x + 3$$

$$R(x) = 0$$

6. Halla el valor de  $k$  para que al efectuar la división  $(-3x^3 + x^2 - kx + 3) \div (x + 1)$  el resto sea 0 (división exacta) (1 punto)

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 1 & -k & 3 \\ -1 & & 3 & -4 & k+4 \\ \hline & -3 & 4 & -k-4 & \underline{3+k+4} \end{array}$$

$$3 + k + 4 = 0$$

$$k + 4 = 0$$

$$\underline{\underline{k = -4}}$$